

Handig met getallen 5

Rekenboek voor de pabo

Verbanden



Zonder verband laat alles los (Erasmusbrug Rotterdam)

Auteur: Ruud Houweling

Oefenen voor de LKT Wiskunde (met instructie)

CANTAL
UITGEVERIJ

Handig met getallen 5

Rekenboek voor de pabo

Verbanden

Domein 5: Verbanden

Met **Handig met getallen (HMG)** oefen je intensief voor de LKT Wiskunde van de pabo. Je wordt geholpen door een 'stap-voor-stap instructie', veel oefenstof en een toets op LKT-niveau.

Auteur: Ruud Houweling

Redactie: Uitgeverij Cantal

Vormgeving: Studio Van Elten, Gemert

B

© Uitgeverij Cantal, Rosmalen

www.handigmetgetallen.nl

Op deze uitgave rust - in overleg met de auteur - geen auteursrecht meer. U kunt vrijelijk over dit boek beschikken.

De uitgever heeft met betrekking tot overnames getracht alle eventuele rechthebbenden te achterhalen. Mocht iemand zich desondanks benadeeld voelen, dan verzoekt de uitgever hem of haar contact met de uitgever op te nemen en alsnog tot een passende regeling te komen.

CANTAL
UITGEVERIJ

HANDIG MET GETALLEN 5

Op dit deel 5 uit de reeks Handig met getallen rust geen auteursrecht. U mag daarom (delen van) het boek uitprinten en delen.

Woord vooraf

Sinds enige tijd studeer je aan de opleiding tot leraar basisonderwijs: de Pedagogische Academie Basisonderwijs, afgekort de Pabo. Dat is een bewuste keuze: je wilt een verschil maken in het leven van kinderen van 4 tot en met 12 jaar. Om dat te bereiken, moet je goed onderwijs kunnen geven en de vakken van de basisschool op een hoog niveau beheersen.

Dat geldt ook voor rekenen. Het gaat er niet alleen om dat je zelf de rekenopgaven kunt uitrekenen. Om goed onderwijs aan kinderen te geven heb je inzicht nodig in berekeningen en de achterliggende redeneringen en moet je verschillende rekenmanieren op diverse niveaus kunnen gebruiken. Dat doen kinderen namelijk ook!

Een rekenboek **Handig met getallen** bestrijkt een of meer domeinen van de Kennisbasis wiskunde lerarenopleiding basisonderwijs. **Handig met getallen 5** behandelt domein 5: Verbanden.

Handig met getallen helpt je om een ‘gecijferde leerkracht basisonderwijs’ te worden. Als je alle leerstof hebt doorgenomen, de opgaven hebt gemaakt en de toets per hoofdstuk goed hebt afgerond, kun je de Kennisbasis Toets Wiskunde voor het domein Verbanden met vertrouwen tegemoet zien.

Leg je die toets met goed gevolg af, dan voldoe je aan de criteria voor een ‘professioneel gecijferde leerkracht basisschool’ en ben je inhoudelijk competent voor het domein Verbanden.

Bij dit rekenboek hoort een (gratis) ondersteunende website: www.handigmetgetallen.nl met o.a. de antwoorden bij de toets Verbanden.

Wij, auteur en uitgever, wensen je veel succes en rekenplezier!

Ruud Houweling, auteur

Sjef Bergervoet, uitgever

Inleiding

Met Handig met getallen (HMG) oefen je voor de Landelijke Kennisbasis Toets Wiskunde voor de pabo. Deze ‘rekenboeken gecijferdheid’ behandelen alle inhouden en begrippen van de Kennisbasis Wiskunde voor de pabo.

De Kennisbasis Wiskunde beschrijft 5 domeinen:

- Hele getallen en bewerkingen.
- Verhoudingen, procenten, breuken en kommagetallen.
- Meten.
- Meetkunde.
- Verbanden.

Het traditionele domein ‘Meten en Meetkunde’ is in de Kennisbasis gesplitst in twee domeinen, namelijk ‘Meten’ en ‘Meetkunde’. De reeks **Handig met getallen** volgt deze indeling.

Dit rekenboek **Handig met getallen 5** behandelt domein 5: Verbanden. In hoofdstuk 2 staan de antwoorden bij de opgaven. De antwoorden op de toets staan op www.handigmetgetallen.nl.

Kernbegrippen Kennisbasis

Niet alleen de inhouden van de Kennisbasis komen in **Handig met getallen** aan de orde. Ook de Kernbegrippen uit de Kennisbasis zijn opgenomen en voorzien van een definitie en een of meer voorbeelden.

Doelen

Handig met getallen helpt je met het bereiken van 'professionele gecijferdheid: 'De specifieke gecijferdheid van leraren wordt aangeduid als 'professionele gecijferdheid' (Oonk, Van Zanten, & Keijzer, 2007). Een leraar zet zijn professionele gecijferdheid in voor het onderwijs aan leerlingen. Dit is een voorwaarde voor het didactisch handelen (Keijzer, Van Doornik-Beemer, & Oonk, 2017).'

'Voor de wiskundige kennis van de leraar betekent het vooral inhoudelijke kennis van de vijf domeinen .'(wederom parafraserend):

- De leraar heeft kennis van en inzicht in het genoemde kenniselement (het - onderdeel van - het domein).
- Hij is vaardig in het gebruik van dit kenniselement in daarvoor aangegeven (alledaagse of wiskundige) contexten.
- Hij is, indien van toepassing, bekend met misconcepten die spelen rond het genoemde kenniselement en in staat deze te pareren.

In zijn algemeenheid moet hij 'wiskundige vakkennis kunnen inzetten die passend is in de situatie.'

Rekendoelen en referentieniveaus

Voor alle vormen van onderwijs (behalve voor het Wetenschappelijk Onderwijs) zijn rekendoelen geformuleerd op twee niveaus: F (fundamenteel) en S (streef). Het F niveau is gestapeld, dat wil zeggen: niveau 3F bouwt verder op niveau 2F en niveau 2F doet dat op niveau 1F. De S niveaus zijn een uitwerking van de F niveaus: een S niveau vraagt meer inzicht in rekenen en bevat formele(re) opgaven met lastiger getallen.

De onderscheiden rekenniveaus:

- Leeftijd t/m 12 jaar (basisonderwijs): 1F en 1S.
 - niveau 1F sluit aan op vmbo-bb en vmbo-kb.
 - niveau 1S sluit aan op vmbo-t, havo en vwo.
- Leeftijd t/m 16 jaar (vmbo-4, onderbouw havo/vwo): 2F en 2S.
 - niveau 2F sluit aan op vmbo-bb en vmbo-kb.
 - niveau 2S sluit aan op vmbo-t en onderbouw havo/vwo.
- Leeftijd 18-20 jaar (mbo-3, mbo-4, bovenbouw havo en vwo): 3F en 3S.
 - Niveau 3F sluit aan op mbo-3 en mbo-4.
 - Niveau 3S sluit aan op bovenbouw havo/vwo.

Niveau 2F wordt gezien als het 'algemeen maatschappelijk niveau'. Dat wil zeggen: het rekenniveau dat eigenlijk iedereen in onze maatschappij zou moeten beheersen. Voorbeelden van de niveaus staan op de website van de SLO (www.slo.nl).

Als 'professioneel gecijferde leerkracht basisonderwijs' sta je boven de leerstof die je de kinderen aanbiedt en kun je de rekenstof voor hen inzichtelijk maken. Daarom wordt er van je verwacht dat je rekenniveau 3S beheerst. Dat is het eindniveau van **Handig met getallen**. Om te kunnen beginnen is het nodig dat je niveau 2F beheerst.

Structuur van het rekenboek

De rekenboeken uit de reeks **Handig met getallen** hebben dezelfde structuur. Kort gezegd is elk hoofdstuk als volgt opgebouwd:

- Een korte inleiding met de rekendoelen van de basisschool (op niveau 1F) en voorbeelden uit diverse moderne rekenmethodes.
- De inhoudsopgave van het hoofdstuk.
- Een paragraaf 'Warming up' met opgaven die een goede indicatie geven van het gewenste eindniveau 3S. Deze opgaves zijn bedoeld als 'opwarmer' voor het hoofdstuk.
- De inhoudelijke paragrafen waarin de relevante onderdelen van de leerstof stap voor stap uitgelegd worden aan de hand van zorgvuldig gekozen voorbeelden. Je oefent met specifiek voor dat onderdeel bedoelde opgaven.
- De paragraaf met leerlingenwerk en (vaak) studentenwerk is bedoeld om het werk van kinderen en studenten te leren kennen en analyseren.
- Een paragraaf met gevarieerde opgaven over alle onderwerpen uit het hoofdstuk.
- De eindtoets voor het hoofdstuk op het niveau van de Kennisbasis. De eindtoets is een indicatie van gecijferdheid. Maak je deze toetsopgaven correct (de antwoorden staan op de website www.handigmetgetallen.nl), dan kun je de verplichte Kennisbasistoets voor het domein Verbanden met vertrouwen tegemoet zien.
- De begrippenlijst met alle 'Kernbegrippen van de Kennisbasis' voor het hoofdstuk.

Het rekenboek is prima geschikt om zelfstandig door te nemen en zo het gewenste niveau te bereiken. Laat onverlet dat ondersteuning door je docent het proces versnelt en het inzicht verdiept.

Het boek sluit af met:

- Geraadpleegde literatuur.
- Informatie over de auteur.

1. Verbanden

Onze maatschappij is een informatiemaatschappij. Je hebt toegang tot een veelheid aan informatie in tabelvorm, in schema's of in allerlei prachtig vormgegeven grafieken. Welke vorm die informatie ook heeft, het gaat heel vaak om verbanden tussen gebeurtenissen, feiten of metingen. Verbanden zijn belangrijk om de wereld om je heen te leren kennen en er grip op te krijgen. Wat is bijvoorbeeld het verband tussen leeftijd en riskant rijgedrag? Of tussen rugpijn en lichaamslengte? Of tussen uren zonneschijn en huidproblemen? Is er een causaal (oorzakelijk) verband tussen het aantal trainingsuren en de ontwikkeling van talenten in de sport? Is er een verband tussen een economische crisis en het aantal geboorten?

Om verbanden tussen gebeurtenissen en feiten inzichtelijk te maken, worden steeds vaker grafieken, tabellen, schema's en pictogrammen gebruikt. Je noemt dat ook wel infographics of infogrammen. Kijk maar eens in de krant, op tv, op internet of op je mobiele telefoon!

Verbanden gaat over het ordenen, het weergeven, het aflezen en het interpreteren van relaties tussen getalgegevens. Getalgegevens zijn cijfermatige gegevens die je op allerlei manieren kunt verzamelen en weergeven. Je ervaart het belang van het zorgvuldig verzamelen van gegevens, je leert de grafische weergaves van gegevens af te lezen en je leert grafieken te interpreteren zodat je juiste conclusies kunt trekken over de verbanden die ze mogelijk weergeven. Dat zijn trouwens niet altijd oorzakelijke verbanden, dat wil zeggen: een verband met een oorzaak en een direct daardoor veroorzaakt gevolg. Je leert ook, bijvoorbeeld aan de hand van een zelfgemaakte tabel, grafieken te construeren. In paragraaf 1.12 zie je hoe je met grafieken kunt manipuleren en hoe je die misleidende grafische informatie doorziet. Paragraaf 1.16 is een toets. Als je die goed maakt, kun je de toets over het onderdeel Verbanden van de Kennisbasis met vertrouwen tegemoet zien. Paragraaf 1.17 omschrijft alle relevante begrippen van dat domein.

Inhoudsopgave

Woord vooraf

Inleiding	1
1. Verbanden	3
1.1 Warming up	7
1.2 Rekenen met centrummaten	11
1.3 Lijngrafieken	14
1.4 Cirkeldiagrammen (sectordiagrammen)	22
1.5 Staafdiagrammen en histogrammen	25
1.6 Stengel- en bladdiagrammen	30
1.7 Boxplot	33
1.8 Blok- en beelddiagrammen	36
1.9 Puntenwolken	41
1.10 Stroomdiagrammen (stroomschema's)	43
1.11 Infogrammen (infographics)	45
1.12 Misleidende grafieken	48
1.13 Leerlingen- en studentenwerk	53
1.14 Wanneer gebruik je welke grafiek?	58
1.15 Gevarieerde opgaven	60
1.16 Eindtoets Verbanden	64
1.17 Kernbegrippen Kennisbasis verbanden	69
2. Antwoorden Verbanden	83

Verbanden op de basisschool

Verbanden heten op de basisschool vaak 'Tabellen en grafieken' en in de CITO Eindtoets vallen verbanden onder het onderdeel 'Studievaardigheden'. Wat leren kinderen op de basisschool eigenlijk over verbanden? Op welk niveau kunnen ze eind groep 8 grafieken aflezen, verbanden leggen en weergeven en ze interpreteren?

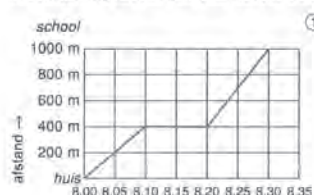
Voor het basisonderwijs zijn rekendoelen voor onder andere het domein Verbanden geformuleerd op niveau 1F en niveau 1S. Meer over die indeling in niveaus lees je in de algemene inleiding. De doelen van niveau 1F voor de basisschool (bron: www.slo.nl) zijn hier opgenomen en voorzien van voorbeelden uit actuele rekenmethodes voor de basisschool.

Doel 1

Principe kennen van het verzamelen en weergeven van gegevens op verschillende manieren: in tabellen, beeld-, staaf-, cirkel-, en lijngrafieken en weten waarom dit zo handig geordend kan worden.

2 Welk verhaalje hoort bij welke afstand-tijdgrafiek?

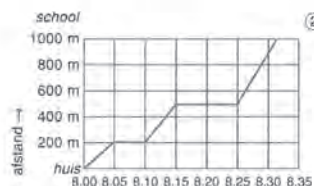
Drie kinderen gaan van huis naar school. De school begint om 8.30 uur.



a Jacky vertrekt om 8 uur. Hij loopt stevig door. Na 10 minuten is hij bij zijn oma. Daar blijft hij 10 minuten. Hij is 5 minuten vóór de bel gaat op school.

b Wilma vertrekt om 8 uur. Haar vriendin woont 200 m van haar huis. Die gaat ze ophalen. 5 minuten later lopen ze samen verder. Halverwege staan ze 10 minuten te kijken bij de dierenwinkel. Ze moeten hollen om op tijd te komen. Dat lukt net niet.

c Aysel vertrekt om 8 uur. Hij loopt op zijn gemak. Bij de bouwkraan blijft hij 10 minuten staan kijken. Het laatste stuk moet hij stevig doorlopen om op tijd te komen.



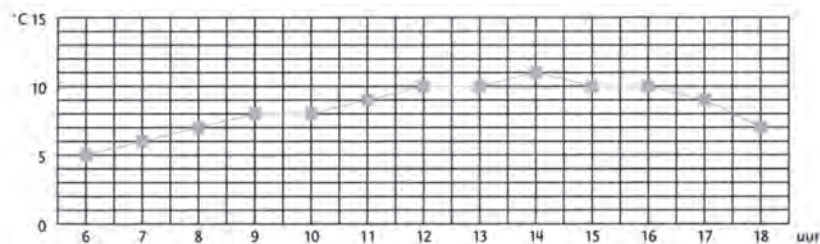
Wereld in getallen, boek 8a, blz. 72, opg2

Doel 2

Kunnen aflezen en interpreteren van eenvoudige gegevens in tabellen, beeld-, staaf-, cirkel-, en lijngrafieken en eenvoudige berekeningen met de gegevens uitvoeren.

3

Reken uit.



- Hoeveel verschillen de hoogste en laagste temperatuur?
- Wat is de gemiddelde temperatuur tot en met 12 uur? Rond af op 1 decimaal.
- Wat is de gemiddelde temperatuur na 12 uur? Rond weer af op 1 decimaal.
- Is het gemiddelde over de hele dag gelijk aan het gemiddelde van de antwoorden op b en c?

Alles telt, boek 8b, blz. 60, opgave 3

Doel 3

Kunnen verwerken van eenvoudige betekenisvolle gegevens in tabellen, beeld- staaf-, cirkel-, en lijngrafieken.

2. Lijndiagrammen



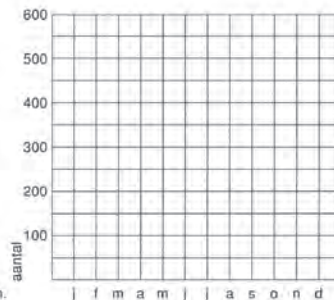
c Een speelgoedwinkel verkocht in één jaar de volgende aantallen speelgoedauto's:

januari	340	juli	120
februari	320	augustus	200
maart	280	september	310
april	310	oktober	390
mei	160	november	480
juni	140	december	550

Hoeveel speelgoedauto's werden er dat jaar in totaal verkocht?

d Hoeveel zijn dat er gemiddeld per maand?

e Maak op ruitjespapier net zo'n lijndiagram van de verkochte speelgoedauto's als hiernaast. Teken daarna met een rode lijn het gemiddelde erin.



66

Wereld in getallen, boek 8a, blz. 66. Opgave 2 c t/m e

Doel 4

Kunnen vergelijken van eenvoudige gegevens uit (verschillende) tabellen en grafieken, eenvoudige berekeningen maken en conclusies trekken.

2 De schoolkeuze.

Vergelijk de tabellen. Welke conclusies kun je trekken?

Dit is de schoolkeuze van de kinderen uit groep 8 van basisschool 't Palet:

scholengemeenschap	jongens	meisjes	totaal
Rundal	2	4	6
Haagdoorn	6	8	14
totaal	8	12	20

En zo ziet de schoolkeuze van de kinderen uit groep 8 van basisschool De Speleman eruit:

scholengemeenschap	jongens	meisjes	totaal
Rundal	8	6	14
Haagdoorn	12	9	21
totaal	20	15	35

Pluspunt, lesboek 8, blz. 63, opgave 2

Doel 5

Relateren van gegevens uit tabellen en grafieken aan de dagelijkse werkelijkheid.

2 Beantwoord de vragen bij de beeldgrafiek

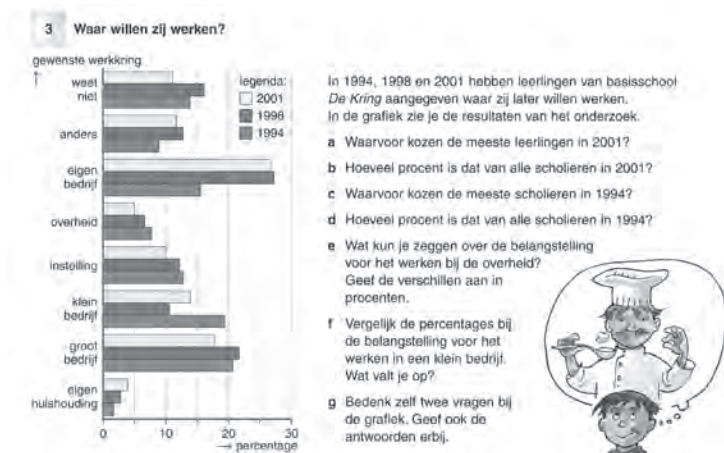


- Hoeveel bezoekers zijn er dit kwartaal geweest?
- In welke leeftijdsgroep komen in verhouding de meeste vrouwen voor?
- Hoeveel kinderen zijn er dit kwartaal geweest?
- Uit welke leeftijdsgroep komen de meeste bezoekers?

Rekenrijk, boek 8a, blz. 142, opgave 2

Doel 6

Kunnen interpreteren van legenda's bij tabellen en grafieken.



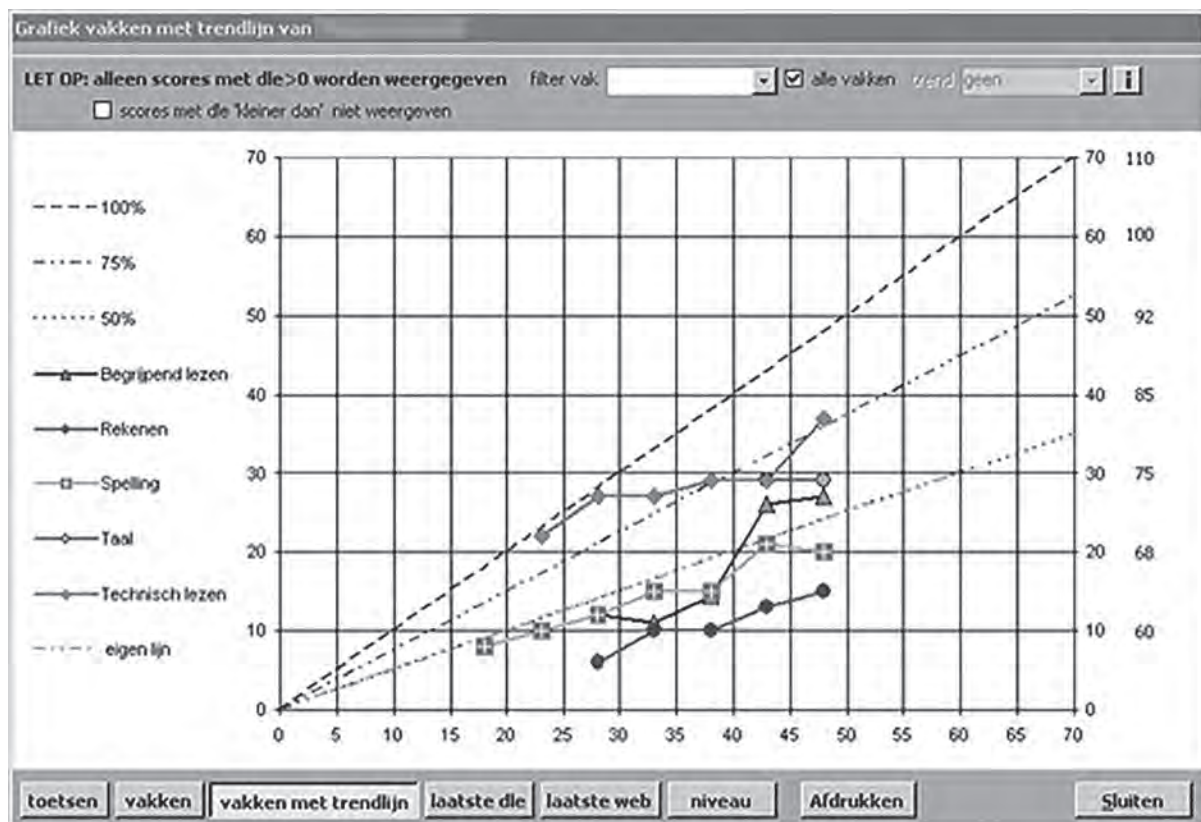
Pluspunt, Lesboek 8, blz. 63, opgave 3

1.1 Warming up

Startopgaven zijn bedoeld als ‘warming up’, om je aan het denken te zetten en om je een beeld te geven van het eindniveau dat van je wordt verwacht. Maak startopgave 1, 2 en 3 en minimaal twee van de andere startopgaven. Je kunt ze alleen maken of samen met een medestudent. Je kunt ze in dat geval samen bespreken.

► Opgave 1 Lijngrafiek

Er zijn verschillende leerlingvolgsystemen die informatie geven over onder andere de leerprestaties van kinderen.



Grafische weergave leerlingprestatie

Mogelijke vragen:

- Wat betekenen de drie rechte stippellijnen?
- Hoe hoog is het rekenniveau van deze leerling en hoe ontwikkelt het zich?
- Hoe vaak is dit kind getoetst op de diverse vakken, denk je?
- In welk vak heeft deze leerlingen de grootste vorderingen gemaakt?

Opdracht:

Bedenk zelf of samen met een medestudent een aantal vragen bij deze grafiek.

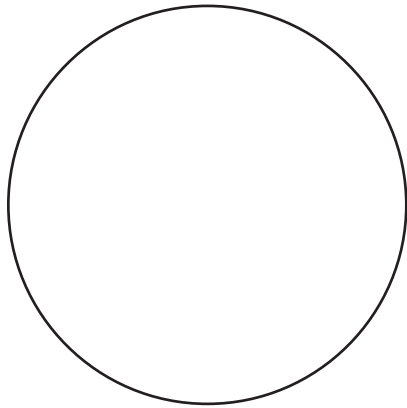
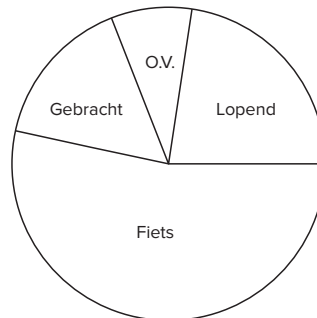
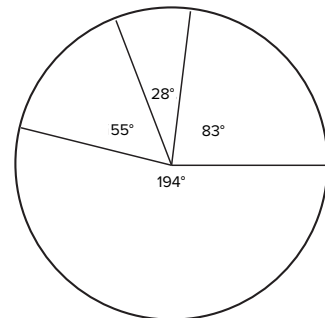
► Opgave 2 Sector- of cirkeldiagram

De tabel laat zien hoe kinderen van Obs. De Spiegel naar school komen.

Soort vervoermiddel	Aantal leerlingen	Percentage
Lopend	6	23
Fiets	14	54
Openbaar vervoer	2	8
Gebracht	4	15

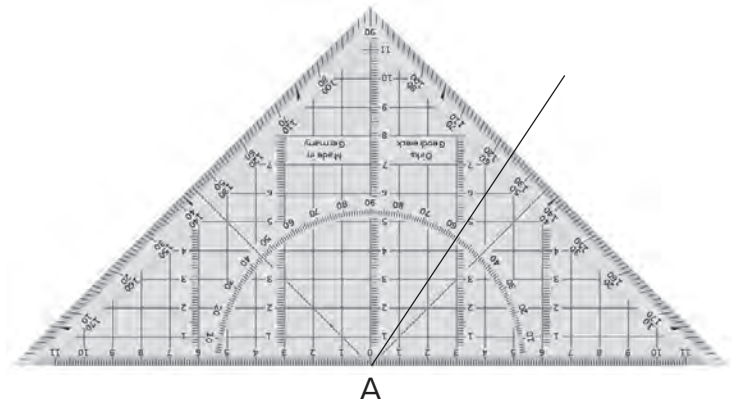
Opdracht:

Teken dit cirkeldiagram na.
Neem de gegevens uit de tabel erin over.

**Oplossing:****Met hoekgrootte:****Toelichting:**

Gebruik je een cirkeldiagram, maar heb je geen handige aantallen (zoals: 25 van de 100) of percentages (20%), dan moet je de zogenaamde hoekgrootte van elke sector berekenen. Voor de sector 'Lopend' in de tabel is dat bijvoorbeeld: $\frac{6}{26}$ (6 van de 26 kinderen) $\times 360^\circ$ of: $0,23$ (23%) $\times 360^\circ$. De hoekgrootte van de sector 'Lopend' is 83° (83 graden). Een nauwkeuriger onderverdeling is onnodig en bovendien lastig te tekenen.

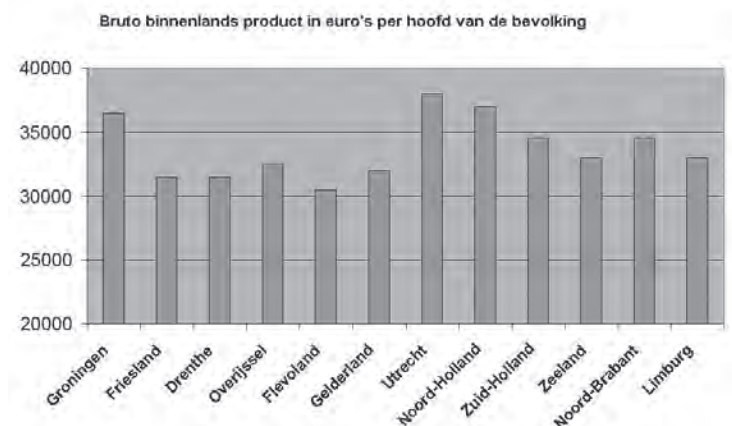
Je tekent de segmenten met een geodriehoek vanuit het midden van de liniaal, bijvoorbeeld een hoek van 56° : Wil je toch de nauwkeurige verdeling voor de sector 'Lopend' bepalen, dan bereken je ook de 'minuten' van de hoek: $\frac{6}{26} \times 360^\circ = 83,0769$. Het product is 0,07692 groter dan 83. Je vermenigvuldigt dat getal met 60, want $1^\circ = 60$ minuten. Resultaat: 4,62 minuten. De exacte hoekgrootte is dus: 83° en 4,62 minuten. Helaas is je geodriehoek niet nauwkeurig genoeg.



A

► Opgave 3 Staafgrafiek

Het bruto binnenlands product (BBP) is de totale waarde in geld van alle producten en diensten in een jaar. Deze grafiek splitst het BBP uit per provincie en 'per hoofd van de bevolking': het BBP van de provincie gedeeld door het aantal inwoners per provincie.



Bron: Wikipedia

Mogelijke vragen:

- Kun je op grond van deze grafiek concluderen dat Flevoland de minste inwoners heeft?
- Waarom begint de verticale staaf in de grafiek niet met 0, denk je?
- Wat betekent de langste staaf van de provincie Utrecht?
- Kun je op grond van deze grafiek het BBP van Nederland bepalen?

Opdracht:

Bedenk zelf of samen met een medestudent nog twee vragen bij deze grafiek.

Maak van de startopgaven 4 tot en met 7 minimaal twee opgaven. Doe dat alleen of samen met een medestudent. Bespreek ze dan ook samen.

► Opgave 4 Puntenwolk

Deze grafiek bevat de resultaten van een onderzoek naar ‘werkinteresse en professionaliteit’.

Mogelijke vragen:

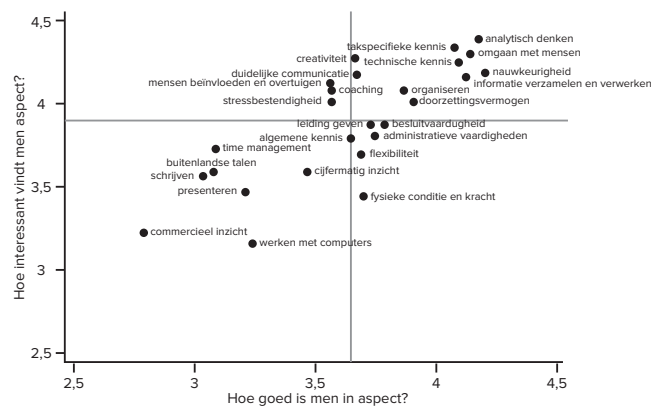
- Op welke manier is dit onderwerp onderzocht?
- Wat betekenen de horizontale en verticale lijn in de grafiek?
- Wat vinden de werknemers het minst belangrijk?
- Wat kun je zeggen over de kenmerken die rechtsboven genoemd zijn?

Opdracht:

Bedenk zelf of samen met een medestudent nog een aantal vragen bij deze grafiek.

Figuur 2.1

Aspecten van het werk: Hoe interessant vindt men die en hoe goed is men er in? (werknenden, 2010)



► Opgave 5 Stroomschema

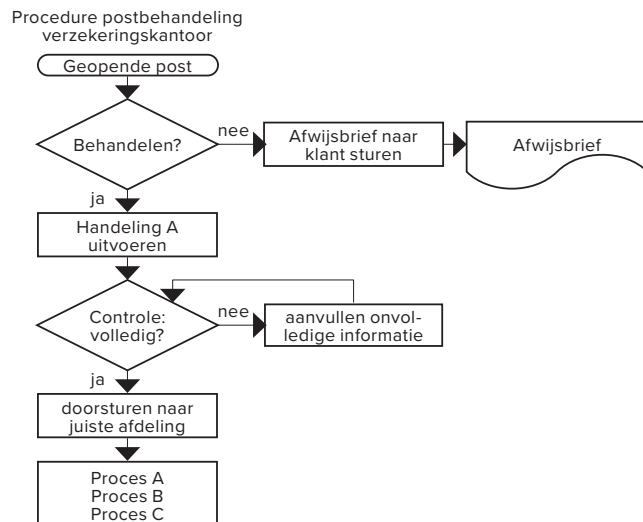
Dit stroomschema geeft de postbehandeling op een verzekeringskantoor weer. Binnengekomen post wordt geopend in de postkamer waar ook wordt beslist wat er met de post gebeurt. Mogelijke vragen:

- Wat kan er met een binnengekomen brief gebeuren?
- Welk effect hebben de pijltjes van ‘Controle volledig’ naar ‘aanvullen onvolledige informatie’?
- Wat is het verschil tussen de rechthoekige vakjes en de ruitvormige vakjes?

Opdracht:

Bedenk zelf of met een medestudent nog een aantal vragen bij deze grafiek.

Stroomschema

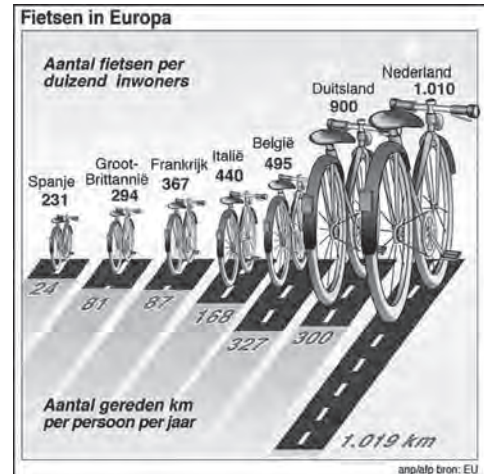


► Opgave 6 Beelddiagram

Deze afbeelding geeft informatie over het aantal fietsen en de gereden fietskilometers per land.

Mogelijke vragen:

- Wat betekent de '900' bij Duitsland?
- Kun je hieruit opmaken welk land over de meeste fietsen beschikt?
- Er staan absolute en relatieve gegevens in het beelddiagram. Welke zijn dat?
- Wat betekent de '1.010' bij Nederland?
- Wat leid je af uit de lengte van de 'wegstukken' waarop de fietsen staan?
- Kun je met deze gegevens uitrekenen hoeveel kilometer er in totaal in een land is gereden?



Opdracht:

Bedenk zelf of samen met een medestudent nog een aantal vragen bij deze grafiek.

► Opgave 7 Infographic

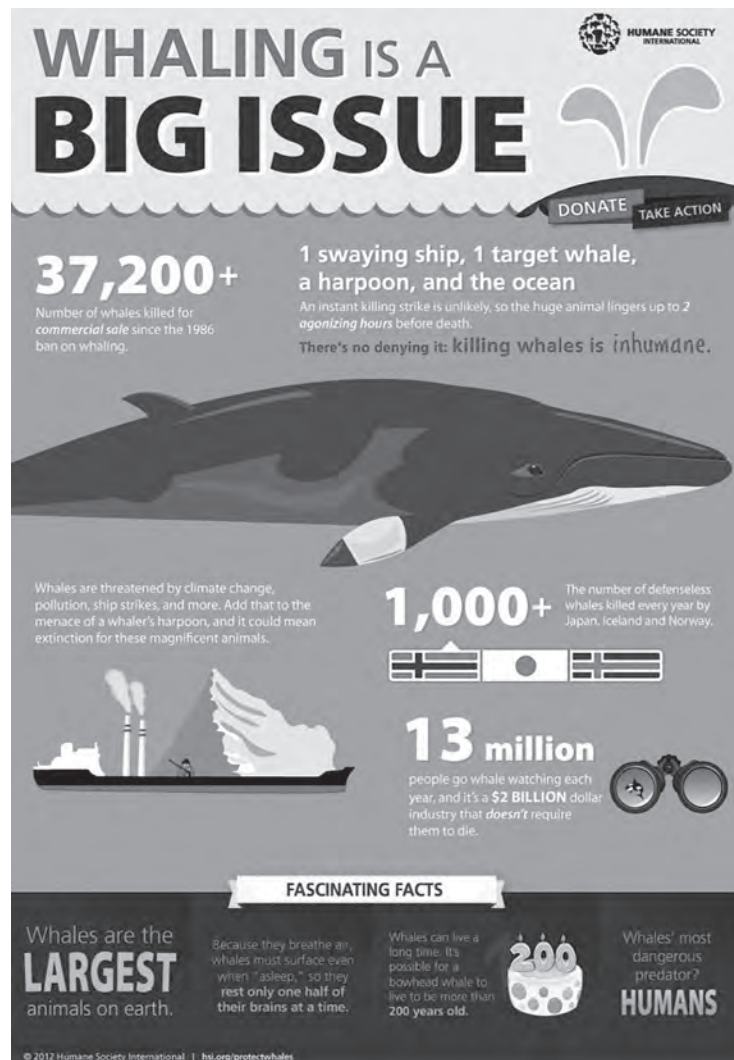
Deze poster geeft informatie van de organisatie 'Human Society International'. Omdat er zoveel informatie in staat, kun je er ook veel vragen over stellen.

Mogelijke vragen:

- Welk doel wil deze organisatie met de grafiek bereiken?
- Welke landen jagen volgens deze grafiek op walvissen?
- Wat doen mensen volgens deze grafiek nog meer met walvissen?
- Welke feiten over de walvis staan er in de grafiek?

Opdracht:

Bedenk zelf of samen met een medestudent nog een aantal vragen.



1.2 Rekenen met centrummaten

Om grafieken te kunnen lezen en interpreteren, is het handig dat je veelvoorkomende begrippen als gemiddelde, modus, mediaan en modale klasse begrijpt en kunt toepassen. In voorbeeld 1 en 2 zijn deze begrippen uitgewerkt. In de opgaven 1 t/m 8 oefen je ermee.

Voorbeeld 1 Kilopakken suiker

- Gemiddelde:

In een kilopak suiker hoort natuurlijk een kilogram suiker te zitten, maar dat klopt niet altijd precies. Om het gewicht te controleren kun je een steekproef doen, bijvoorbeeld door vijf pakken van een kilogram te kopen en ze nauwkeurig te wegen.

Stel je voor dat je als resultaten krijgt: 1.023, 1.009, 998, 1.011 en 1.029. Het gemiddelde gewicht van deze vijf pakken bepaal je door de resultaten op te tellen en de som te delen door het aantal metingen, dus: $1.023 + 1.009 + 998 + 1.011 + 1.029 = 5.070$ gram. Het gemiddelde gewicht van een kilopak suiker is $5.070 : 5 = 1.014$ gram.

Je doet daarna nog tien metingen met als resultaten: 994, 1.017, 1.020, 1.008, 1.014, 999, 1.011, 1.016, 996 en 1.008 gram. Om het gemiddelde van de volledige steekproef uit te rekenen, tel je alle vijftien resultaten bij elkaar op en deel je de som door 15, dus: $15.153 : 15 = 1.010,2$ gram. Het gemiddelde gewicht van een kilopak suiker is dan: 1.010,2 gram. Hoe meer pakken je zorgvuldig weegt, hoe betrouwbaarder het gemiddelde wordt.

- Modus en mediaan:

Behalve het gemiddelde zijn er twee andere zogenaamde centrummaten: de modus en de mediaan. De drie centrummaten zijn: gemiddelde, mediaan en modus.

Om de mediaan en de modus te bepalen is het gemakkelijker om de vijftien resultaten van de steekproef in opklimmende volgorde (van klein naar groot) te zetten: 994, 996, 998, 999, 1.008, 1.008, 1.009, 1.011, 1.011, 1.014, 1.016, 1.017, 1.020, 1.023 en 1.029 gram. Voor het gemak laat je vaak de toevoeging 'gram' in de opsomming weg. Bij het uiteindelijke gemiddelde vermeld je dat wel.

De mediaan is het middelste resultaat: de middelste waarneming. Die kun je hier exact bepalen, want er zijn vijftien waarnemingen. De middelste waarneming is de 8e en dat is 1.011 gram. De mediaan is dus 1.011 gram. Is het aantal waarnemingen even, dan staan er als het ware twee waarnemingen 'in het midden'. Je bepaalt dan de mediaan door het gemiddelde van deze twee waarnemingen te bepalen. De modus is het resultaat dat het vaakst voorkomt. Dat zijn 1.008 en 1.011 gram.

Voorbeeld 2 Kilopakken suiker, een andere manier

Je kunt de drie centrummaten ook berekenen door bij elk van de waarnemingen de afwijking ten opzichte van 1.000 gram te bepalen, dus: 1.003 gram is 3 gram meer dan 1.000, 996 gram is 4 gram minder, enzovoort. Je noteert dat als: +3 en -4. Bij een opklimmende volgorde van de getallen is het resultaat dan: -6, -4, -2, -1, 8, 8, 9, 11, 11, 14, 16, 17, 20, 23, 29. De som van die getallen is 153. Je deelt die som door het aantal waarnemingen (15) met als resultaat 10,2. Dat betekent: de gemiddelde afwijking is 10,2 gram. Het gemiddelde is: $1.000 + 10,2 = 1.010,2$ gram. Op die manier kun je ook de mediaan en de modus bepalen.

Opdracht:

Bedenk zelf hoe je dat doet. Overleg je oplossing eventueel met een medestudent.

Je oefent het rekenen met de drie centrummaten met de opgaven 1 tot en met 8.

► Opgave 1 Reken uit

Het is al zes nachten koud met een minimumtemperatuur van: -2°C , -7°C , -8°C , -4°C , 1°C en -5°C . Als de gemiddelde temperatuur niet hoger is dan -4°C , dan is het ijs sterk genoeg om op te schaatsen. Reken uit of het ijs na deze zes nachten sterk genoeg is. Noteer je berekening.

► Opgave 2 CITO uitslagen

Je bent leerkracht van groep 8 en je hebt de scores van de CITO Eindtoets Basisonderwijs van je 26 leerlingen binnen. De scores op de CITO Eindtoets liggen tussen minimaal 501 en maximaal 550. Je wilt weten hoe je klas er voor staat, dus je bekijkt de cijfers nauwkeurig. De scores van jouw groep in alfabetische volgorde van achternaam:

Lisa A.: 534	Eva G.: 533	Marinke M.: 540	Eljakim S.: 540
Stefan B.: 528	Thomas G.: 540	Hester N.: 538	Ibrahim S.: 537
Karima D.: 544	Zornitha G.: 529	Melissa P.: 542	Jaap S.: 533
Sheila D.: 535	Karin K.: 537	Luuk P.: 544	Michael T.: 542
Erica E.: 547	Merel K.: 533	Ruben P.: 539	Marianne V.: 539
Eskol E.: 540	Zoran K.: 545	Aïda S.: 541	Michael W.: 545
Mohammed E.: 538	Maarten M.: 546		

Noteer de scores van laag naar hoog en controleer of je geen score vergeten bent.

► Opgave 3 Vul de tabel in

Als je de scores van de groep in een grafiek wilt zetten, is het handig om ze eerst in een tabel te zetten. Je kunt daarin de frequentie van een waarneming (hoe vaak een score voorkomt) opnemen. Maak een tabel van de scores uit opgave 2 met de bijbehorende frequenties.

► Opgave 4 Bepaal het gemiddelde

Bereken het gemiddelde van de scores. Houd rekening met de frequenties van de waarnemingen en noteer je berekening.

► Opgave 5 Bepaal de mediaan

Bepaal de mediaan van de scores. Let op het aantal waarnemingen!

► Opgave 6 Bepaal de modale klasse

Je kunt de scores indelen in klassen of groepen. Je krijgt dan een redelijk beeld van de verdeling van de CITO scores over de groep. Kies een klassenbreedte, bijvoorbeeld 5. Bepaal vervolgens in welke klasse de laagste score (528) en de hoogste score (547) vallen. De klassen onder en boven die scores hoef je niet op te nemen. De indeling in klassen is dan: 525 – 529, 530 – 534, 535 – 539, 540 – 544, 545 – 549. De notatie 525 – 529 betekent: 525 t/m 529.

a. Bepaal het aantal scores in elke klasse, zet de gegevens in een tabel en noteer de frequentie.

Klasse					
Frequentie					

b. Welke klasse is de modale klasse?

► Opgave 7 Maak de tabel

Een meer gebruikelijke indeling van de scores is (score = s):

- I: $501 \leq s \leq 522$: VMBO, basisberoepsgerichte leerweg
- II: $523 \leq s \leq 530$: VMBO, kaderberoepsgerichte leerweg
- III: $531 \leq s \leq 536$: VMBO, gemengde en theoretische leerweg
- IV: $537 \leq s \leq 543$: HAVO
- V: $544 \leq s \leq 550$: VWO

Deze indeling is mede de basis voor het Advies vervolgonderwijs.

- a. Neem de tabel over en maak hem af.

Klasse	I	II	III	IV	V
Frequentie					

- b. Wat is het kenmerkende verschil met de vorige tabel?

► **Opgave 8** IJssculpturen in Zwolle

Het evenement 'IJssculpturen in Zwolle' is 8 weken open voor publiek. De organisatie rekt op 140.000 bezoekers. De bezoekersaantallen van de Kerstweek staan vermeld in de tabel.

Dag	Zo.	Ma.	Di.	Wo.	Do.	Vr.	Za.
Aantal	3.500	3.300	4.000	2.900	3.900	3.100	3.800

Aantallen bezoekers zijn op 100-tallen afgerond.

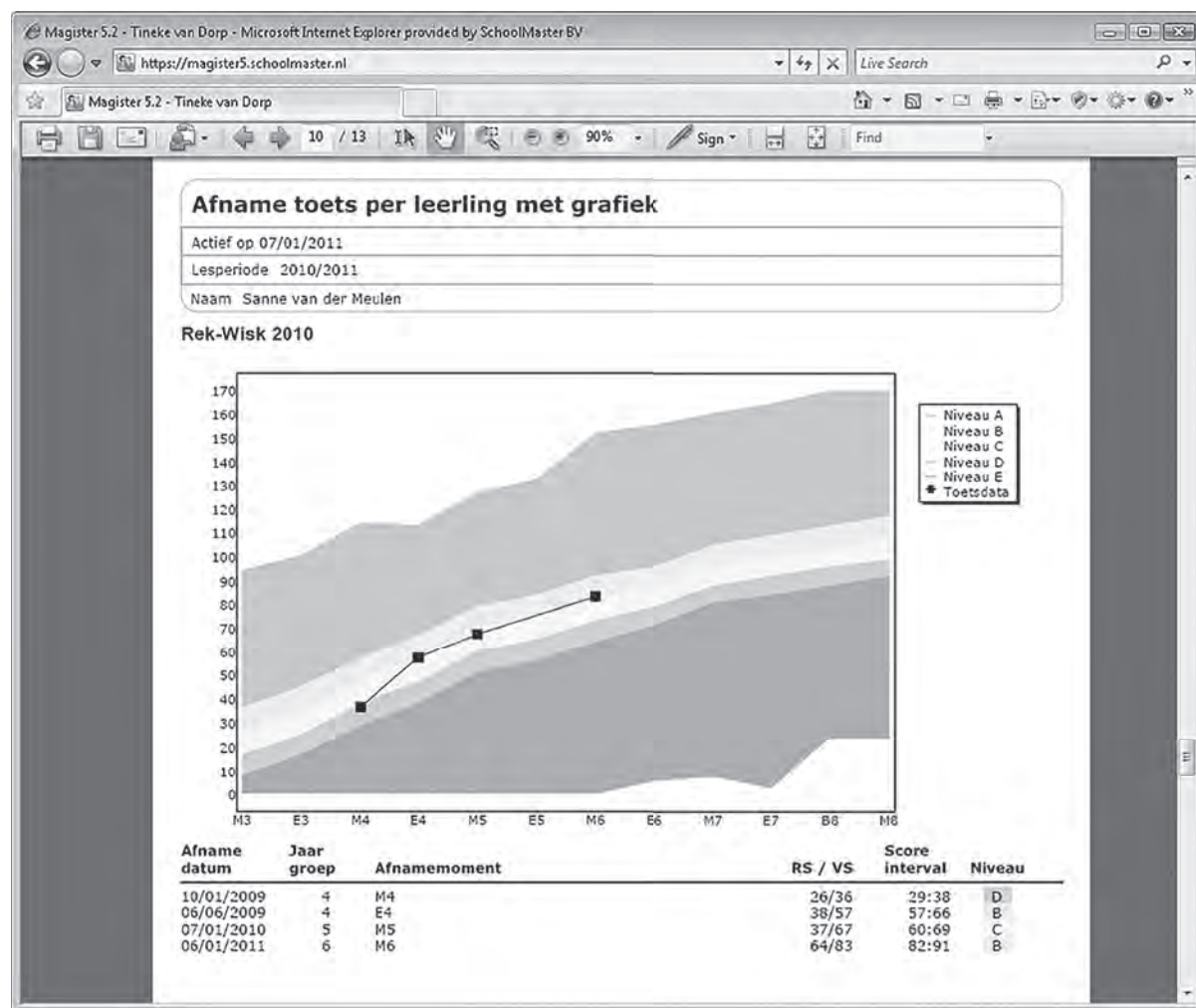
- Bereken het gemiddeld aantal bezoekers per dag. Noteer je berekening.
- Het streefaantal aan bezoekers is 140.000 personen. Een heel mooi streven!
Hoeveel bezoekers zijn er buiten de Kerstvakantie gemiddeld per week nodig om dat te halen?
- Is het waarschijnlijk dat het streefgetal wordt gehaald? Licht je antwoord toe.

1.3 Lijngrafieken

Lijngrafieken zijn een manier om min of meer complexe informatie weer te geven. In deze paragraaf leer je lijngrafieken af te lezen, te interpreteren en zelf te maken.

Voorbeeld 1 Toetsafname rapport

Als leerkracht gebruik je regelmatig grafieken met informatie over de prestaties en ontwikkeling van de kinderen in je groep, bijvoorbeeld op scherm.



Gegevens Sanne van der Meulen

Opdracht:

Ga na wat de gegevens en cijfers van Sanne van der Meulen betekenen. Kijk goed naar de titel, de legenda, het onderschrift en de betekenis van de assen. Beantwoord de vragen.

- Op welk moment is de eerste toets bij Sanne afgenomen?
- Welk niveau scoorde Sanne op die toets?
- Welke niveaus scoorde ze op de volgende toetsen?
- Wat kun je zeggen over de ontwikkeling van haar rekenvaardigheid?

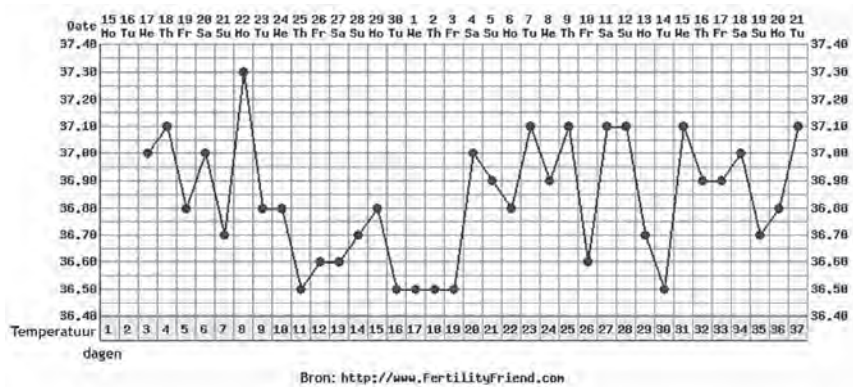
Oplossing:

Heb je correct geantwoord, dan zijn je antwoorden vergelijkbaar met de opgenomen antwoorden.

- De eerste toets is afgenomen op 10 januari 2009, want de eerste zwarte stip staat bij M4 (toets medio groep 4).
- Het resultaat zit bijna in niveau C, maar nog net in niveau D.
- Sanne scoorde steeds op niveau C.
- Sanne kan goed mee. Ze is gevorderd tot het grensniveau B/C. De grafiek ziet er niet verontrustend uit. Haar vorderingen zijn zoals je kunt verwachten.

Eenvoudige lijngrafieken

Lijngrafieken gebruik je ondermeer om een eenvoudig verband weer te geven, zoals de relatie met de tijd. Deze grafiek toont het dagelijks temperatuurverloop van een patiënt. Tijd is de onafhankelijke variabele, temperatuur is de afhankelijke variabele. De waarnemingen van de temperatuur zijn in de grafiek onderling verbonden met rechte lijntjes. Dat is



eigenlijk niet juist, want je weet niet hoe hoog de temperatuur is tussen die twee metingen. Toch wordt dat gedaan omdat de ontwikkeling van de temperatuur dan sneller is af te lezen en het, gezien de hoeveelheid metingen, zeer waarschijnlijk is dat het verloop zo is geweest.

Om grafieken te kunnen lezen, moet je eerst onderzoeken waar de informatie in de grafiek over gaat. Dat kan in de titel van de grafiek staan of in de legenda die is opgenomen. Het is belangrijk om te weten wat de informatie bij de assen betekent. Soms begint de verticale as bijvoorbeeld niet bij 0 of is hij een stukje 'opgevouwen'. Dat wordt met een soort harmonica op de y-as aangegeven: $\gg$.

Werken met grafieken vraagt om nauwkeurigheid. Gebruik bijvoorbeeld een liniaal om de waarde van een punt in de grafiek af te lezen. Zorgvuldigheid bij het aflezen, het interpreteren van de gegevens en het trekken van conclusies is belangrijk (zie ook paragraaf 3.11: Misleidende grafieken).

Voorbeeld 2 Vlot en Goed

Loodgietersbedrijf Vlot & Goed hanteert deze tarieven:

- Voorrijkosten (starttarief): € 30,- .
- Uurtarief (1e 4 uur): € 45,-.
- Uurtarief (na 4 uur): € 35,-.

Opdracht a:

Bereken hoeveel je moet betalen als je Vlot & Goed inschakelt voor een klus. Neem de tabel over en noteer de gegevens.

Tijd in uren	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bedrag in €	30										

Oplossing a:

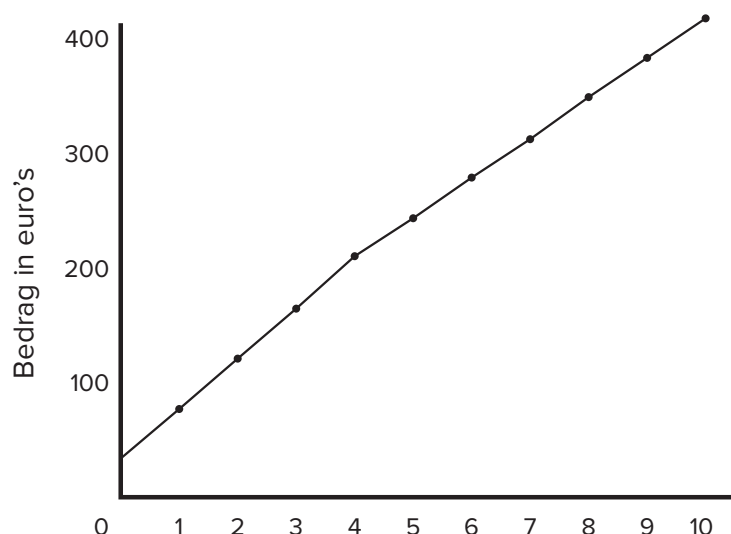
Het starttarief is altijd € 30,-. Vervolgens komt er de 1e vier uur voor elk uur € 45,- bij. Vanaf het vijfde uur is het uurtarief lager, namelijk € 35,- per uur.

Tijd in uren	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bedrag in €	30	75	120	165	210	245	280	315	350	385	420

Opdracht b:

Teken op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm een grafiek van de hoogte van het tarief afgezet tegen het verloop van de tijd.

Oplossing b:



Een lineair verband

In de wiskunde behoren lijngrafieken tot de 'lineaire verbanden'. De grafiek is een rechte lijn en de formule die daarbij hoort heeft de standaardvorm: $y = ax + b$. De letters x en y zijn de variabelen en de letters a en b staan voor de getallen. Het getal a geeft de richting en de helling van de lijn aan en heet daarom de richtingscoëfficiënt.

Wil je een grafiek tekenen, dan is handig eerst een tabel te maken.

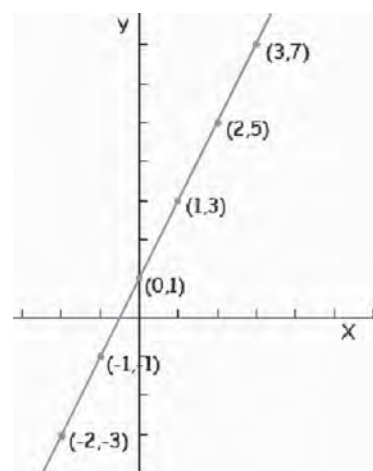
Voorbeeld: $y = 2x + 1$

Dus: $x = 0 \rightarrow y = 1$

$x = 1 \rightarrow y = 3$

enzovoort

X	0	1	2	-1	-2
Y	1	3	5	-1	-3



De grafiek is dan:

Voorbeeld 3 Aanbieding mobiele telefoon

In dit voorbeeld is bij beide aanbiedingen sprake van een lineair verband. Bij een van de twee is dat verband recht evenredig, dat wil zeggen: de factor waarmee een variabele toe- of afneemt veroorzaakt eenzelfde toe- of afname van de andere variabele, dus: verdubbeling van een variabele leidt tot verdubbeling van de andere. Deel je de ene variabele door 3, dan wordt de andere ook 3x zo klein.

Toelichting:

Voor het abonnement op Mobiel 1 (M1) is het startbedrag € 179,95. Elke maand komt er € 19,95 bij. De wiskundige formule ($y = ax + b$) is dus: $b = 19,95m + 179,95$. Daarbij is 'm' het aantal maanden en 'b' het bedrag dat je na dat aantal maanden in totaal betaald hebt.

Aanbieding mobiele telefoon

Aanbieding mobiele telefoon

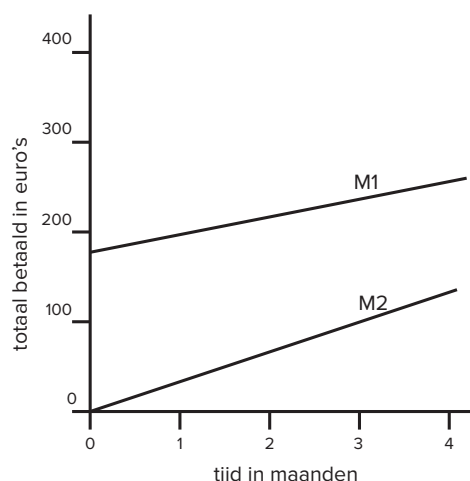
€ 19,95 p.m.
kosten aanschaf telefoon € 179,95

Tijd in maanden (m)	0	1	2	3	4
Betaald in € (b)	179,95	199,90	219,85	239,80	259,75

Voor het abonnement op Mobiel 2 (M2) geldt geen startbedrag, want de telefoon is gratis bij je abonnement. De eerste maand betaal je € 32,50, na 2 maanden heb je het dubbele betaald (€ 65,-), enzovoort. je betaalt elke maand dus € 32,50. De formule is: $b = 32,50m$, waarbij 'm' staat voor het aantal maanden en 'b' voor het bedrag dat je in totaal betaald hebt.

Tijd in maanden (m)	0	1	2	3	4
Totaal betaald € (b)	0	32,50	65,00	97,50	130,00

Als een variabele tweemaal zo groot wordt (bijvoorbeeld van 2 naar 4), dan wordt de andere variabele ook tweemaal zo groot (van 65 naar 130). Hier heb je te maken met een recht evenredig verband. De grafieken van M1 en M2 in één figuur:



De grafiek van M2 loopt steiler dan de grafiek van M1. Dat komt omdat M2 elke maand met 32,50 toeneemt en M1 met 19,95.

Opdracht:

Op welk moment kost een abonnement op M2 evenveel als een op M1? Noteer je berekening. Je kunt je berekening controleren door op papier het snijpunt van de lijnen te tekenen.

Oplossing:

Na ongeveer 15 maand is het abonnement op M2 even duur als dat op M1. Je sluit het abonnement immers per maand af.

Je kunt het als volgt uitrekenen:

- De formule voor het abonnement bij M2 is: $b = 32,50m$.
- De formule voor het abonnement bij M1 is: $b = 19,95m + 179,95$.
- De abonnementen zijn even duur als: $32,50m = 19,95m + 179,95$.
- Dus: $32,50m - 19,95m = 179,95$.
- Dus: $12,55m = 179,95$.
- m is: $179,95 : 12,55 \approx 14,338 \approx 14,3$.

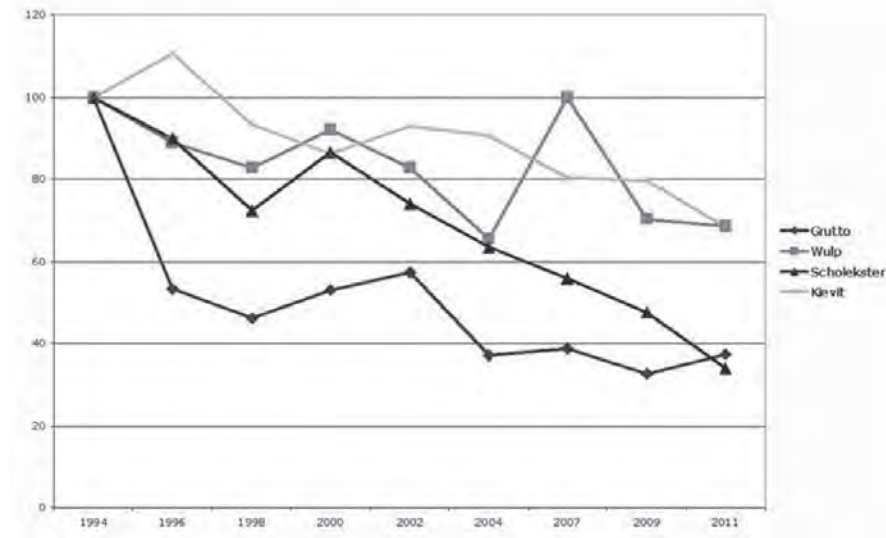
Conclusie:

Een lineair verband is niet hetzelfde als een (recht)evenredig verband. De term recht evenredig betekent dat de verdubbeling van de ene variabele leidt tot verdubbeling van de andere variabele. Dat is hier niet zo. Een recht evenredig verband heeft wel een rechte lijn als grafiek, net als een lineair verband. Maar, bij een recht evenredig verband gaat de lijn altijd door de oorsprong (het snijpunt van de x-as en de y-as). Een recht evenredig verband is dus wel lineair, maar niet elk lineair verband is recht evenredig.

Deze leerstof oefen je met de opgaven 1 tot en met 3.

► **Opgave 1** Grutto, wulp, scholekster en kievit

In de grafiek is informatie af te lezen over de weidevogelstand van enkele vogelsoorten gedurende een aantal jaren.



Bron: CBS

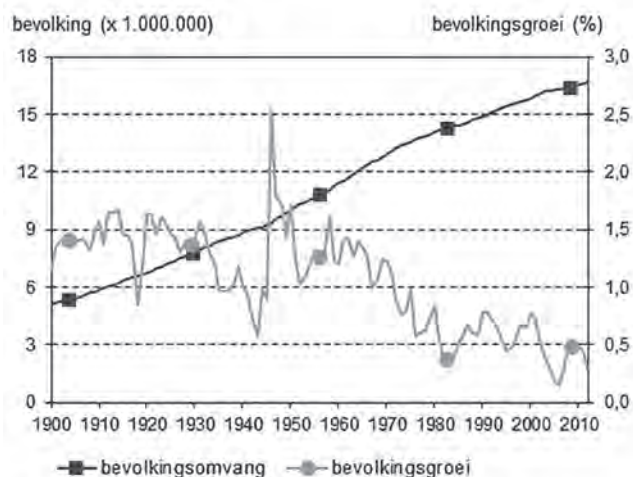
Beantwoord de vragen.

- Na het jaar 2002 dalen twee van de vier grafieken. Wat betekent dat voor die vogelsoorten?
- Van een vogelsoort is de meting in een van de volgende jaren even hoog als in 1994. Welke soort is dat? Hoe zie je dat?
- Alle grafieken beginnen in hetzelfde punt. Wat betekent dat?
- In 1994 waren er 80.000 grutto's in Nederland. Hoeveel waren dat er in 2011.
- Waarom loopt de schaalverdeling van de verticale schaal tot boven de 100?

► **Opgave 2** Bevolkingsgroei van Nederland.

In de grafiek vind je informatie over de bevolkingsomvang en bevolkingsgroei in Nederland van 1900 tot 2012. Beantwoord de vragen.

- Lees de waarden voor 1990 van beide grafieken af en geef er betekenis aan.
- De grillig verlopende grafiek loopt steeds boven de horizontale as. Wat betekent dat en hoe zie je dat aan de andere grafiek?
- Hoe verklaar je de hoge piek in de grillig gevormde grafiek?
- Stel dat na 2010 het inwonersaantal elk jaar met 80.000 toeneemt. In welk jaar wordt dan het inwonersaantal van 18 miljoen bereikt?
- Welke plant heeft na 14 dagen de kortste lengte? Hoeveel cm is dat?
- Welke van de 5 soorten heeft in één dag de grootste 'groeispurt'? Hoeveel cm is die spurt?

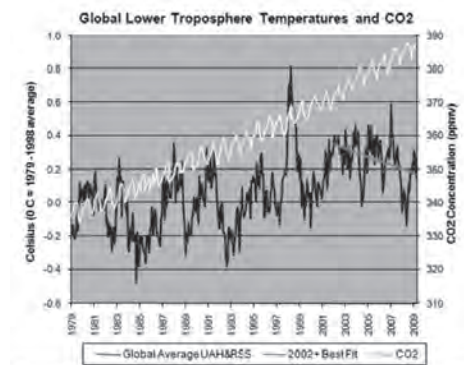


Bron: www.nationaalkompas.nl

► Opgave 3 Twee schaalverdelingen

Je komt lijngraphieken tegen met twee verticale schaalverdelingen, zoals bij deze grafiek 'Global Lower Troposphere Temperatures and CO₂' (is: 'Wereldwijde temperatuur en CO₂ uitstoot'). Let goed op welke van de twee verticale schalen je af moet lezen:

- Op de linker schaal lees je de verandering in temperatuur af ten opzichte van 0° Celcius (het gemiddelde van de jaren van 1979 tot 1998).
- De rechterschaal geeft informatie over de CO₂ concentratie per vastgestelde eenheid.

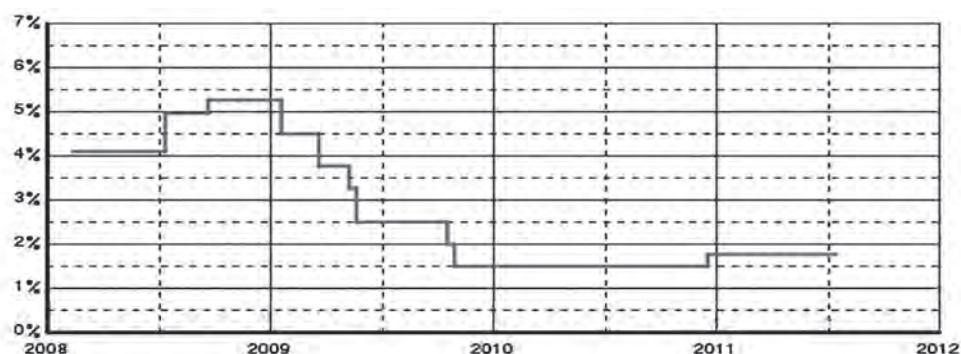


Beantwoord de vragen.

- Waarom begint de indeling van de verticale assen niet bij 0.
- Wat betekent de hoogste piek van de grillige lijn.
- Hoe groot is in deze 30 jaar de gemiddelde jaarlijkse toename van de CO₂ concentratie?

► Opgave 4 Rentepercentages

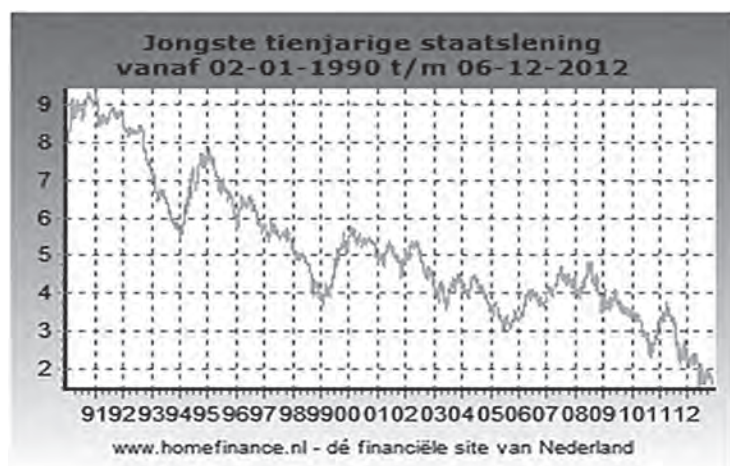
Deze grafiek geeft het verloop weer van de rentepercentages op staatsleningen. De Nederlandse Staat leent regelmatig geld om aan haar financiële verplichtingen te voldoen. Vaak zijn het leningen met een periode van 10 jaar.



Grafiek A: rentepercentages op Staatsleningen

Maak de opdrachten en beantwoord de vragen.

- Mijn vader leende op 12 februari 2010 een bedrag van € 80.000 aan de staat. Bereken zijn jaarlijkse renteopbrengst. Noteer je berekening!
- Wat betekenen de horizontale delen in grafiek A?
- De verticale lijnen in grafiek A zijn onjuist. Waarom? Waarom zijn ze toch getekend?



- d. Grafiek B gaat over 1990 t/m 2012.
In grafiek B staan geen horizontale lijntjes. Hoe komt dat, denk je?
- e. Vergelijk de beide grafie. Gebruik ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm.en.
Beschrijf de overeenkomsten en verschillen.

► Opgave 5 Gehoorverlies

Deze grafiek geeft de grootte van het gehoorverlies (in decibel) weer bij bepaalde toonhoogtes in Hertz (het aantal trillingen per seconde). Maak de opdrachten en beantwoord de vragen.

Hoeveel dB gehoorverlies heeft een 'normaal gehoor' bij een frequentie van 500 Hz?

En bij 'mijn gehoor'?

Hoe groot is het verschil in

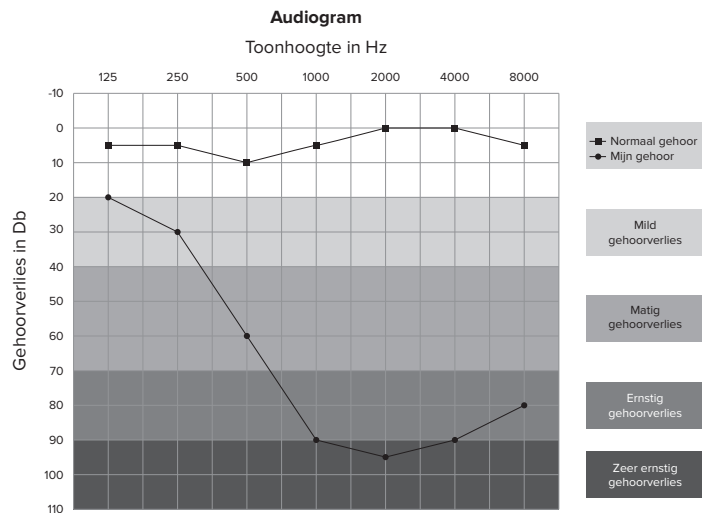
gehoorverlies tussen 'normaal gehoor'

en 'mijn gehoor' bij 8.000 Hz?

Bij welke toonhoogtes is er bij 'mijn

gehoor' sprake van (zeer) ernstig

gehoorverlies?



Continu en discontinu

Bij grafieken gebruik je de begrippen continu en discontinu, ook wel discreet. In Voorbeeld 6 staat een continue grafiek afgebeeld, in Voorbeeld 7 een discontinue of discrete grafiek.

Voorbeeld 4 Een continue grafiek

Een versterker van een geluidsinstallatie heeft een volumeknop waarmee je de muziek harder en zachter kunt zetten, meestal is dat een draaiknop. Als je die rechtsom draait, klinkt de muziek luider. Er is sprake van een regelmatig verloop van de geluidssterkte, het gaat niet met horten en stoten. In een grafiek ziet dat er zo uit:



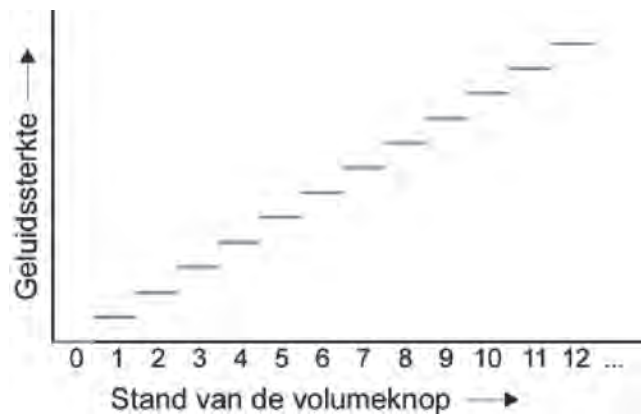
(Bron: ICinformatica.nl)

Zo'n 'glijdende' schaal noem je continu. Bij het tekenen van een continue grafiek hoeft je het potlood of de pen niet van het papier te halen. Bij de horizontale as staat: 'Verdraaiing van de volumeknop'. Op de verticale as staat 'Geluidssterkte' (bijvoorbeeld in dB, oftewel decibel) vermeld.

Er is een recht evenredig verband. Als de ene variabele tweemaal of driemaal zo groot wordt, dan wordt de andere dat ook. Dat is hier overigens niet te controleren, want er staan geen waarden bij de assen.

Voorbeeld 5 Een discontinue grafiek

Er zijn ook versterkers met een volumeknop waar je op klikt om het volume harder of zachter te zetten. Het geluid klinkt dan steeds trapsgewijs een beetje harder of zachter. Het veranderen van de geluidsstrekte verloopt niet geleidelijk, maar in stappen. Dat noem je discontinu of discreet. Bij het tekenen van een discontinue grafiek moet je het potlood of de pen vaker van het papier afhaken. In een grafiek ziet dat er zo uit:



(Bron: ICinformatica.nl)

Je oefent deze leerstof met opgave 10.

► Opgave 6 Sparen met rente

Irma spaart voor haar rijlessen en krijgt van haar ouders € 2.000,- op haar 13e verjaardag. Ze zet het bedrag op een rekening met 4% rente per jaar die aan het eind van het jaar wordt bijgeschreven. Maak de opdrachten en beantwoord de vragen.

- a. Neem de tabel over en maak hem af.

Tijd in jaren (t)							
Bedrag in €							

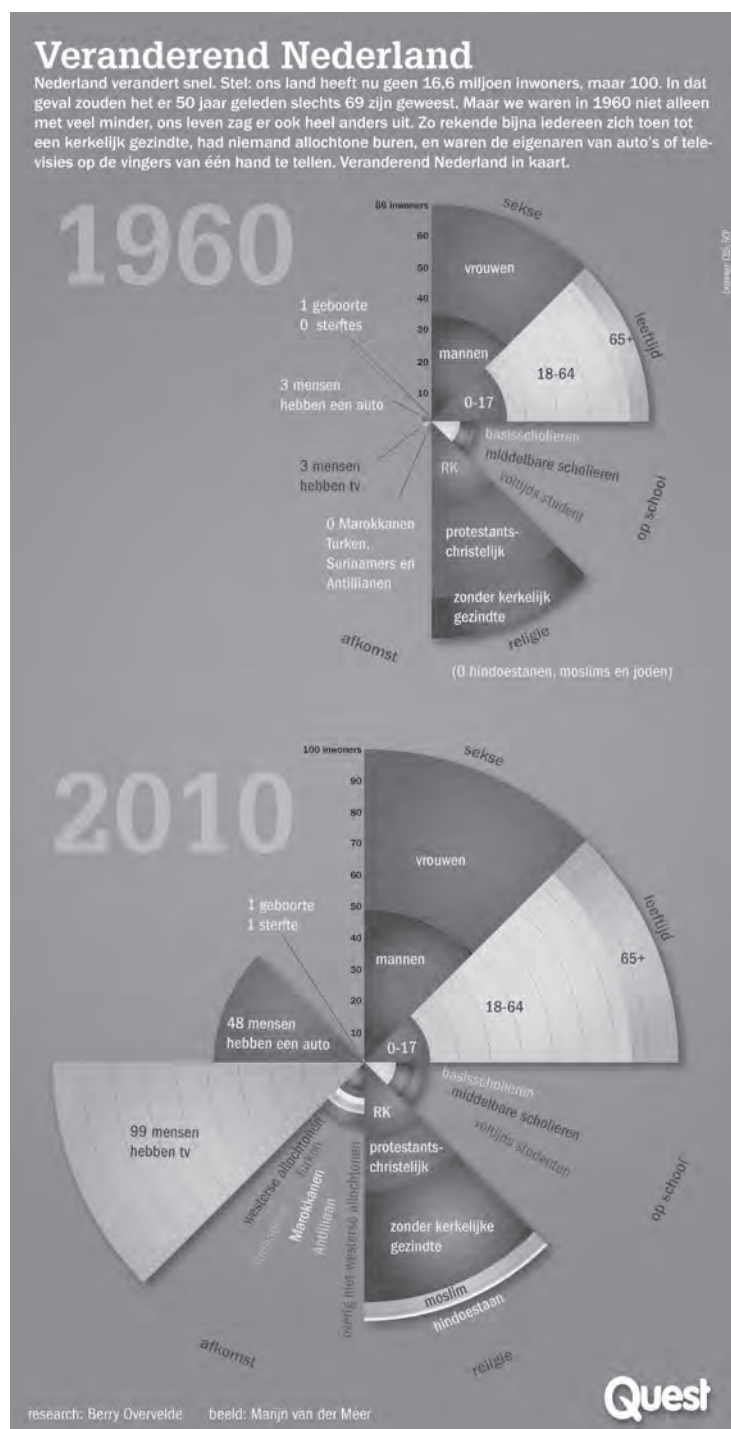
- b. Teken de grafiek van de tabel op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm.
c. De grafiek die je tekende noem je discontinu. Hoe zie je dat aan de grafiek en in de tabel?

1.4 Cirkeldiagrammen (sectordiagrammen)

Een cirkeldiagram geeft gegevens op een overzichtelijke manier weer en komt veel voor in kranten, in tijdschriften en op websites. Cirkeldiagrammen kom je vaak tegen bij vergelijking van percentages of hoeveelheden. Ze zijn overzichtelijk en vaak in een oogopslag af te lezen. Je leert in deze paragraaf hoe je cirkeldiagrammen afleest, interpreteert en tekent.

Voorbeeld 1 Veranderend Nederland

Cirkeldiagrammen kunnen veel gegevens bevatten, zoals dit voorbeeld uit het tijdschrift Quest.



*Uit: Quest, populair
wetenschappelijk tijdschrift*

Mogelijke vragen:

- Waarom is het aantal inwoners in 2010 op 100 gesteld en in 1960 op 69?
- Wat is de grootste verandering in 2010 ten opzichte van 1960?
- Hoe komt het dat er in beide cirkeldiagrammen 'gaten' lijken te zitten?
- Met hoeveel procent is de categorie 'zonder kerkelijke gezindte' ongeveer gestegen?

Antwoorden:

- Als het aantal inwoners in 2010 op 100 wordt gesteld, is het gemakkelijker om af te lezen dat er in 1960 ca. 31% ($100\% - 69\%$) minder mensen in Nederland woonden dan in 2010.
- De grootste verandering betreft het bezit van een tv. In 1960 hebben 3 van de 69 mensen een tv en in 2010 zijn dat er 99 van de 100!
- De 'gaten' worden veroorzaakt doordat het totaal van de categorie een te klein deel van de totale groep uitmaakt. In 1960 zijn er 1 geboorte en 0 sterfgevallen per 69 inwoners. In 2010 zijn er 1 geboorte en 1 sterfgeval per 100 inwoners, bijna niet weer te geven in een cirkeldiagram.
- In 1960 is de categorie 'zonder kerkelijke gezindte': 15 van de 69. Dat is ongeveer 22%. In 2010 is die categorie: 33 van de 100. Dat is dus 33%. Het is dus 1,5 keer zoveel geworden ofwel een stijging met 50%. Je noemt de stijging van 22% naar 33% ook wel 11 procentpunt = 11%-punt. Dat is ongeveer 14 van de 70, zo'n 22%. In 2010 is die categorie: 33 van de 100. Dat is 33%. De categorie is met de helft (10% van de 22%) gegroeid en dus met 50% gestegen. Je noemt dat ook wel een stijging van 11%-punten.

Opdracht:

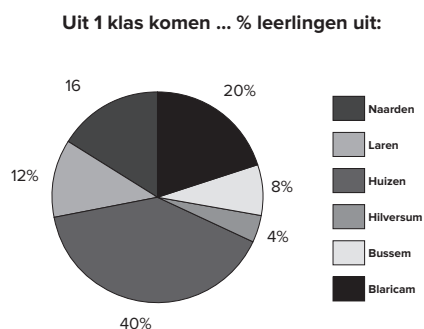
Bedenk zelf nog twee vragen bij deze grafiek.

Bespreek je vragen met een medestudent. Ben je tevreden over je zelf bedachte vragen?

Voorbeeld 2 Woonplaats

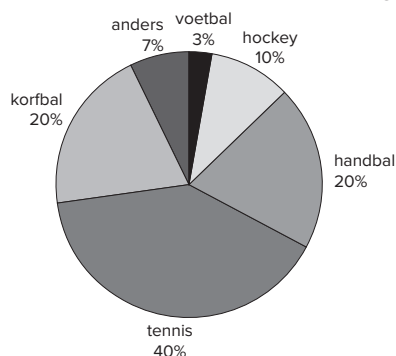
Deze tabel en dit cirkeldiagram geven informatie over de woonplaatsen van de leerlingen uit klas 1A.

Woonplaats	Aantal leerlingen	Percentage leerlingen
Blaricum	5	20%
Bussum	2	8%
Hilversum	1	4%
Huizen	10	40%
Laren	3	12%
Naarden	4	16%
Totaal	25	100%



In het cirkeldiagram zie je direct dat de meeste leerlingen uit Huizen komen. Dat is verreweg het grootste segment in de grafiek.

Voorbeeld 3 Sportbeoefening



In een onderzoek naar sportbeoefening geven 458 studenten van een sportacademie aan welke sport ze beoefenen. De resultaten daarvan, vaak eerst verzameld in een tabel en daarna bewerkt, zie je terug in de vorm van deze cirkeldiagram met percentageverdeling. Maar, hoe teken je deze gegevens in een cirkeldiagram?

Toelichting

Om percentages nauwkeurig in een cirkeldiagram te tekenen, moet je de hoekgrootte van de sectoren bepalen. De volledige cirkel van 360° komt overeen met 100%, dus om de hoekgrootte van de sectoren te bepalen vermenigvuldig je elk percentage met 3,6 ($360 : 100 = 3,6$). Die hoeken zet je uit met de gradenboog van je geodriehoek. In de afbeelding is een hoekgrootte van 30° getekend.

Het maakt in een sectordiagram niet uit waar je het segment tekent, daar zijn geen regels voor. Het is voor de leesbaarheid handig om grotere en kleinere segmenten af te wisselen. Voor de interpretatie van de grafiek maakt het niets uit.



Je oefent deze leerstof met de opgaven 1 tot en met 5.

► Opgave 1 Sportbeoefening

Beantwoord de vragen bij het cirkeldiagram uit Voorbeeld 3

- Hoeveel studenten spelen korfbal?
- Hoe groot is de hoek van het segment 'voetbal'?
- Het totaal van de percentages is 100%. Kan dat een ander totaal zijn? Licht je antwoord toe.

► Opgave 2 Studenten in het HBO

Het HBO telt verschillende opleidingen en een groot aantal studenten.

Soort opleiding	Aantal studenten 1.000	percentage	hoekgrootte
Economie	191,6		
Gezondheid	68,5		
Gedrag en maatschappij	114,6		
Landbouw / Natuur	34,2		
Onderwijs	69,4		
Recht	28,3		
Taal en cultuur	50,7		
Techniek	95,9		
Totaal			

(Bron: CBS. Aantal studenten per HBO opleiding)

- Hoe zijn de getallen in de grafiek afgerond?
- Vul de tabel verder in.
- Teken een cirkeldiagram met behulp van de tabel. Denk aan de legenda!

► Opgave 3 En nu zelf!

Ontwerp een toetsopgave voor groep 7. De opgave geeft de leerlingen informatie over een onderwerp in de vorm van een cirkeldiagram met percentages. Er staan ook vragen in de opgave. De kinderen moeten de cirkeldiagram aflezen en berekeningen uitvoeren.

Vergelijk je opgave met een opgave uit een moderne rekenmethode voor de basisschool en bepaal of jouw opgave van een vergelijkbaar niveau is.

- Teken je opgave in een cirkeldiagram en bedenk een aantal vragen.
- Met welke opgave uit welke methode heb je jouw opgave vergeleken?
Noteer de naam van de methode en de exacte vindplaats van de opgave!
- Heeft jouw opgave een vergelijkbaar niveau? Licht je antwoord toe.

1.5 Staafdiagrammen en histogrammen

Staafgrafieken

Deze paragraaf behandelt de staafgrafiek en een speciaal type staafgrafiek: het histogram.

Staafgrafieken bestaan uit staven van verschillende lengten en zijn zeer geschikt om snel en overzichtelijk informatie weer te geven. De volgorde van de staven is niet zo belangrijk, die kun je meestal zonder problemen veranderen.

Maar, als er sprake is van een aaneengesloten verdeling, bijvoorbeeld de hoogte van inkomens per leeftijdsklasse van 10 jaar, is het handiger als de staven opeenvolgend zijn. Ook bij een staafgrafiek met een onderverdeling in tijd of tijdsintervallen kun je de volgorde beter niet veranderen. De laatste soort staafgrafiek noem je een histogram.

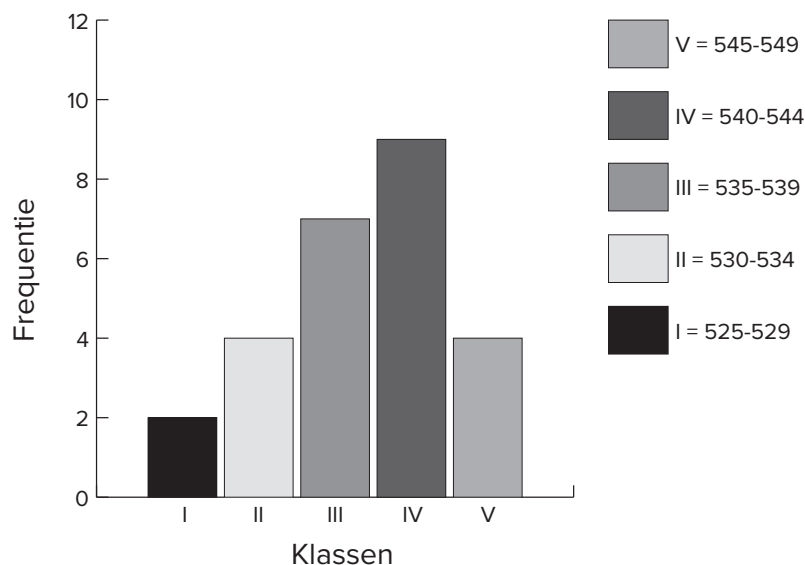
Voorbeeld 1 CITO uitslagen

In deze tabel lees je de CITO uitslag van 26 leerlingen.

Klasse	525 - 529	530 - 534	535 - 539	540 - 544	545 - 549
Frequentie	2	4	7	9	4

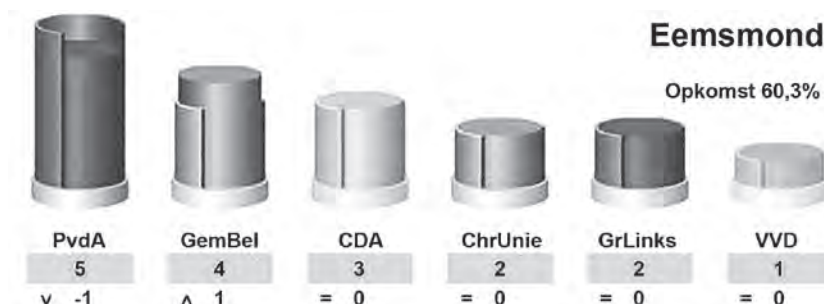
Je kunt van de tabel een staafgrafiek maken: op de horizontale as de 5 klassen en op de verticale as de frequentie. Bij een staafgrafiek kun je de staven meestal verwisselen, maar dat is hier niet handig. De horizontale as is weliswaar geen tijdas zoals bij een histogram, maar de klassen zijn wel opvolgend. Het verwisselen van de staven hindert hier dus wel degelijk het aflezen en de interpretatie.

De staafgrafiek van de CITO scores:



► Opgave 1 Verkiezingen

De uitslag van de gemeenteraadsverkiezing in 2010 van de gemeente Eemsmond zijn weergegeven in een bijzondere staafgrafiek. De uitslag van 2010 wordt erin vergeleken met die van 2006.



Beantwoord de vragen bij dit diagram.

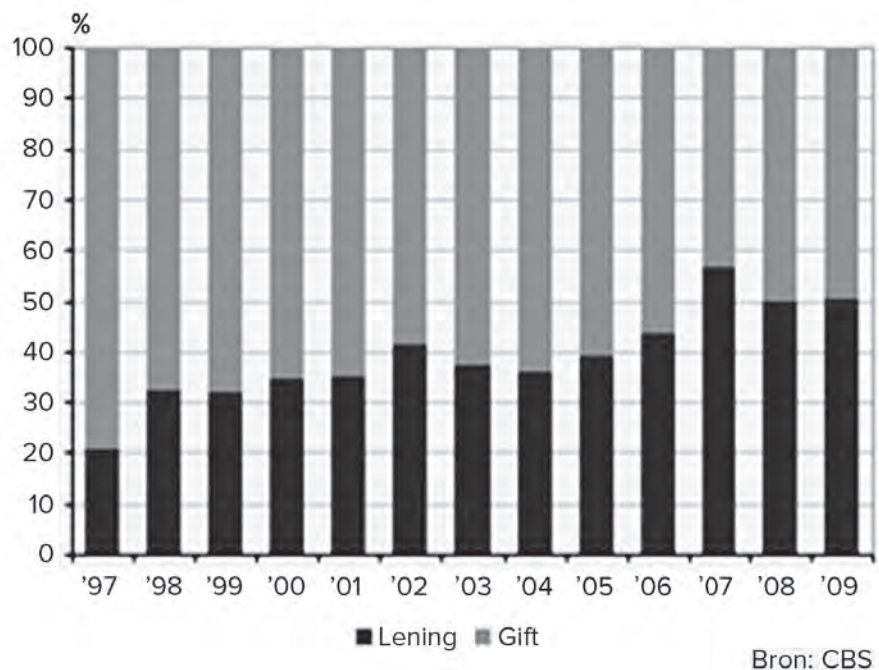
- Waarom is dit een staafdiagram?
- De staven bestaan uit een 'kern' en een 'schors'. Wat betekent de 'schors' bij de PvdA?
- Hoeveel zetels heeft de gemeenteraad van Eemsmond?
- Waarom is er geen verticale schaalverdeling?
- De Christen Unie en Groen Links kregen precies evenveel stemmen. Kun je dat hier zien? Licht je antwoord toe.

Histogrammen

Een histogram is een bijzondere staafgrafiek (of staafdiagram). Het verschil met een gewone staafgrafiek is dat de gegevens in een histogram voortkomen uit een frequentieverdeling van opeenvolgende klassen, bijvoorbeeld het verloop van de tijd gemeten in jaren, die aangegeven zijn op de horizontale as. Je kunt de volgorde van de staven niet veranderen zonder gevolgen voor de betekenis en de interpretatie van de grafiek. In **Voorbeeld 2** geeft de horizontale as het verloop van de tijd weer. De metingen zijn dus gekoppeld aan een tijdstip of een tijdsinterval.

Voorbeeld 2 Stapeldiagrammen

Je kunt staafgrafieken en histogrammen stapelen, dat wil zeggen dat een staaf uit meer delen kan bestaan. Een goede legenda is dan natuurlijk erg belangrijk. In deze grafiek bestaat elke staaf uit een donker gedeelte (Lening) en een lichter gedeelte (Gift). De grafiek bevat percentages, dus relatieve gegevens. Elk jaar is gesteld op 100% en verder onverdeeld in een percentage Lening en een percentage Gift. Je kunt dit histogram een stapeldiagram noemen.



Overheidsuitgaven studiefinanciering: leningen en giften (gecorrigeerd voor inflatie)

Mogelijke vragen:

- Welk deel van het totaal aan studiefinanciering bestond in 1997 uit leningen?
- Kun je bepalen om welk bedrag het gaat in een bepaald jaar, bijvoorbeeld in 2002?
- Welke informatie kun je uit deze grafiek halen?

Oplossingen:

- 20 van de 100, dus $\frac{1}{5}$ deel.
- Nee, het zijn relatieve gegevens, dus je kunt alleen de verhouding tussen 'Lening' en 'Gift' bepalen. In 1997 bestaat bijvoorbeeld 20% van de totale studiefinanciering uit leningen. De hoogte van het totale jaarlijkse bedrag is uit deze grafiek niet af te lezen. Zelfs niet in welk jaar het totaal hoger of lager is, omdat de verdeling voor ieder jaar apart bepaald is.
- De grafiek geeft alleen informatie over de verhouding tussen Gift en Lening. In de loop der jaren is het aandeel Lening toegenomen. In de laatste twee weergegeven jaren is de verdeling gelijk.

Stapeldiagrammen zijn dus staafgrafieken (staafdiagrammen) waarvan de staafjes uit meerdere delen bestaan en gestapeld zijn. Een goede legenda is daarom van groot belang.

Aflezen, tekenen en interpreteren van histogrammen

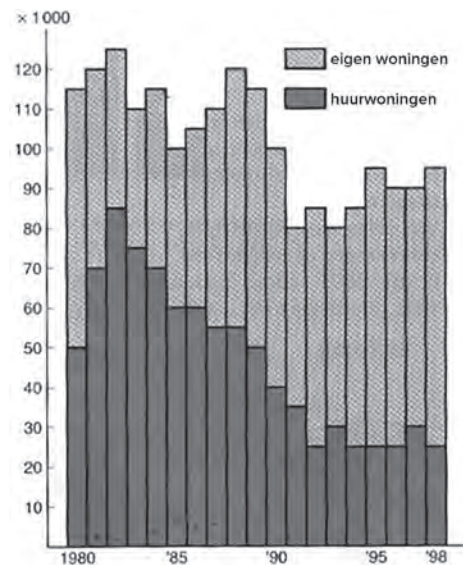
Voor grafieken is het belangrijk dat je de legenda (de betekenis van de symbolen) goed kunt interpreteren. Bovendien moet je de betekenis van de schaalverdelingen en van de getallen op de assen weten. Zonder die gegevens kun je de grafiek niet begrijpen en interpreteren. Ze horen er ook! Bij histogrammen geeft de schaalverdeling van de horizontale as meestal het verloop van de tijd weer. Je kunt de staven onderling niet verwisselen. Bij andere staafgrafieken is dat vaak wel mogelijk. Op de verticale as (van de schaalverdeling) kunnen absolute gegevens (getallen) of relatieve gegevens (procenten) staan.

Je oefent deze leerstof met de opgaven 3 tot en met 8.

► **Opgave 2** Dit stapeldiagram bevat informatie over het woningbezit in de laatste periode van de vorige eeuw in Nederland

Beantwoord de vragen.

- Waarom is dit een histogram?
- Zijn de gegevens relatief of absoluut? Licht je antwoord toe.
- Hoeveel procent van de woningen waren in 1982 huurwoningen?
- In welke twee jaren zijn er procentueel gezien de minste huurwoningen?



► **Opgave 3** Een bijzondere zomer

Het is een bijzondere zomer geweest, vooral in week 29: hoge temperaturen en vaak regenbuien. In deze tabel staan de gegevens van het weerstation in Olddorp.

	zondag	maandag	dinsdag	woensdag	donderdag	vrijdag	zaterdag
Max. temperatuur per etmaal in °C	23	25	27	21	22	27	29
Hoeveelheid regen in mm	18	7	29	0	3	0	38

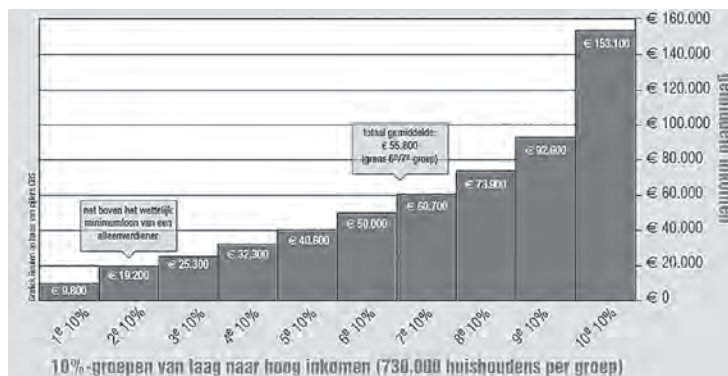
Maak de opdracht en beantwoord de vraag.

Teken op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm en in één figuur de beide grafieken van de tabel.

Welke soort grafieken gebruik je? Licht je keuze toe

Als er te veel waarnemingen zijn om ze allemaal apart te vermelden, maak je klassen. In opgave 6 werk je met een klassengemiddelde in plaats van met individuele waarnemingen.

► **Opgave 4** Bruto jaarinkomen
Deze staafgrafiek bevat een grote hoeveelheid gegevens over de verdeling van het bruto jaarinkomen van 730.000 Nederlandse huishoudens in een bepaald jaar. Het totaal aantal huishoudens is verdeeld in groepen van 10% van de bevolking: de klassen van deze grafiek.



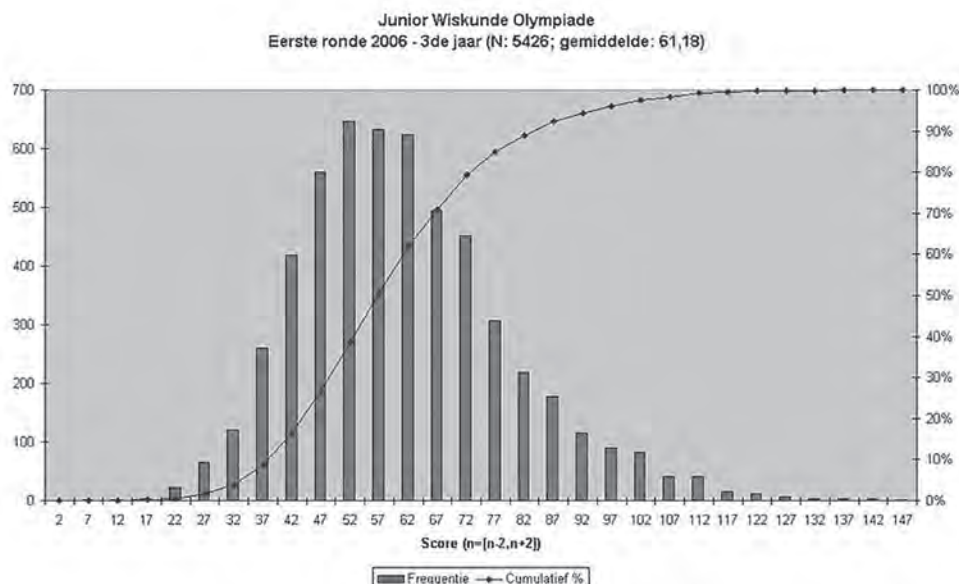
Inkomensverdeling NL huishoudens:
gemiddeld bruto inkomen per 10%-groep
Bron: www.sp.nl

Klasse 1, de 10% huishoudens met het laagste bruto jaarinkomen, betekent een gemiddeld bruto jaarinkomen van € 9.800,-. Klasse 10, de 10% hoogste inkomens, staat voor een gemiddeld bruto jaarinkomen van € 153.100,-. Alle 730.000 gegevens zijn in deze 10 klassen gegroepeerd. Je weet niet wat het inkomen van elk huishouden apart is, alleen het gemiddelde van elke klasse is gegeven. Beantwoord de vragen.

- Elke opvolgende klasse van 10% heeft een hoger inkomen dan de vorige klasse. De toename tussen de 5e klasse en 6e klasse is € 9.400,-. Tussen welke twee opvolgende klassen is de toename absoluut gezien het grootst?
- Welke toename tussen twee opvolgende klassen is relatief het grootst?
- Vergelijk de eerste klasse met de laatste klasse. Hoeveel keer zo hoog is het inkomen van de laatste klasse in vergelijking met de eerste klasse?
- Klopt het 'totaal gemiddelde van € 55.800,-'? Licht je antwoord toe.

► **Opgave 5** Wiskunde als Olympische sport!

In deze grafiek zijn een histogram en een lijngrafiek afgebeeld. Beide grafieken geven informatie over de uitslag van de Junior Wiskunde Olympiade.



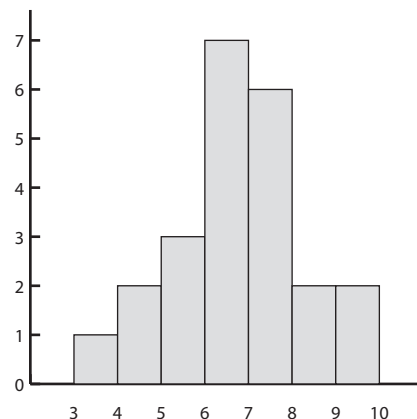
Beantwoord de vragen.

- a. Kun je het totale aantal deelnemers in de staafgrafiek aflezen? Geef een toelichting.
- b. Het gemiddelde is gegeven. Lees de mediaan uit de figuur af.
- c. Waarom is deze staafgrafiek een histogram?
- d. Hoe groot is de klassenbreedte?
- e. Wat betekent de lijngrafiek?
- f. Wat betekenen de getallen op de linker verticale schaalverdeling? En op de rechter verdeling?
- g. Welke klasse is de modale klasse?
- h. De staafjes zijn smaller weergegeven dan gebruikelijk. Waarom is dat gedaan, denk je?

1.6 Stengel- en bladdiagrammen

Stengel- en bladdiagrammen, of steel- en bladdiagrammen, zijn grafisch interessante voorstellingen. Ze komen niet zo vaak voor, maar je moet ze wel kunnen lezen en interpreteren.

Cijfers:							
4.3	7.2	8.1	5.6	6.5	9.2	7.0	5.5
3.3	7.5	6.1	7.8	6.6	6.8	8.3	5.1
4.9	6.3	6.9	7.2	6.9	7.5	9.6	



Een stengel- en bladdiagram is eigenlijk een combinatie van een tabel op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm. en een staafgrafiek.

Je raakt in de grafiek gegevens kwijt, namelijk de cijfers achter de komma.

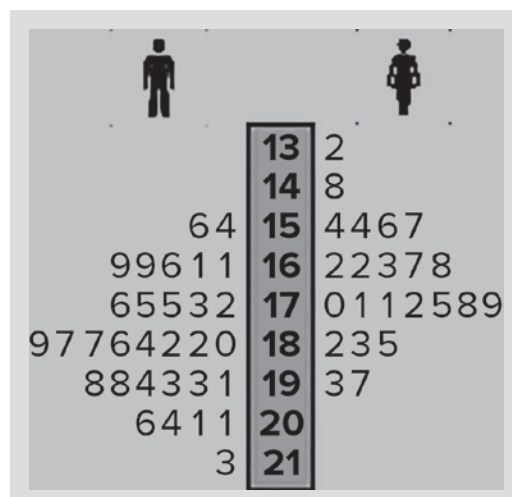


Steel- en bladdiagram

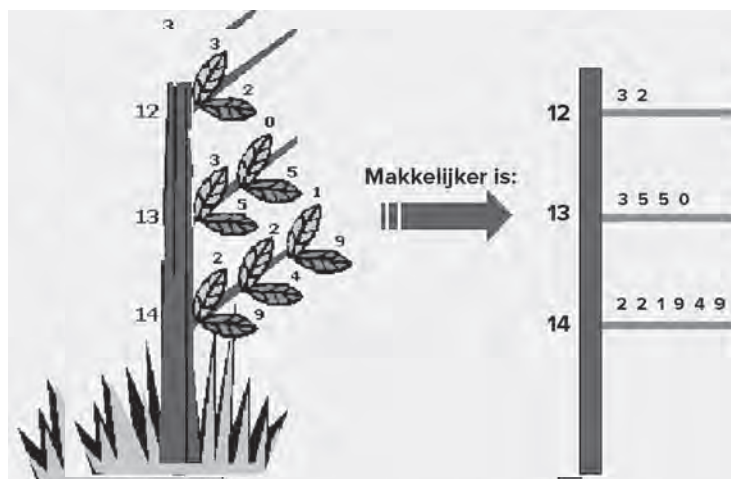
histogram

Dat gebeurt niet bij een steel- en bladdiagram. Je ziet hier ook het verband tussen een steel- en bladdiagram en een staafgrafiek.

Een steel- en bladdiagram is vooral handig als je gegevens van twee onderzoeken wilt vergelijken, zoals de lengte van een aantal volwassenen. In de omliggende kolom, de steel of stengel, staan de tientallen cm. De bladeren van de grafiek zijn de eenen of lossen. De kleinste vrouw is 132cm, de kleinste man 154cm.



Voorbeeld 1 Een stam met takken
Op deze afbeelding zie je duidelijk waar de naam vandaan komt. Het stengel- en bladdiagram is een soort tabel die de gegevens op een andere manier weergeeft. Bij de stengel staan de hele getallen en bij de zijtakken en blaadjes staan de tienden. Het kleinste getal in de afbeelding is 12,2 en het grootste getal 14,9. Dat getal komt twee keer voor.



Bron: college De Brink

Een stengel- en bladdiagram kun je ook schematisch weergeven. Dat zie je in dezelfde afbeelding. Opvallend hier is dat de getallen van boven naar beneden geordend zijn, hoewel het logischer lijkt het kleinste getal onderaan te zetten. Dat geldt ook voor de tienden die hier wat onlogisch geordend zijn.

Mogelijke vragen:

- Hoeveel getallen zijn er in dit steel- en blad diagram weergegeven?
- Bepaal de mediaan van de waarnemingen.
- Op welke manier kun je dit steel- en bladdiagram logischer invullen?

Oplossingen:

- In totaal zijn er 12 getallen opgenomen. Het kleinste getal is 12,2 en het grootste is 14,9.
- De middelste meting is gemakkelijk te bepalen als je de metingen van klein naar groot ordent: 12,2 - 12,3 - 13,0 - 13,3 - 13,5 - 13,5 - 14,1 - 14,2 - 14,2 - 14,4 - 14,9 en 14,9. Er zijn in totaal 12 metingen. De mediaan is dus het gemiddelde van de 6e en de 7e meting: $(13,5 + 14,1) : 2 = 27,6 : 2 = 13,8$.
- Het ligt niet zo voor de hand om de getallen in grootte aflopend van boven naar onder in te vullen. Het is logischer om dat oplopend van onder naar boven te doen, bijvoorbeeld:

14 1 2 2 4 9 9
13 0 3 5 5
12 2 3

Je oefent Stengel- en bladdiagrammen met de opgaven 1 tot en met 5.

► Opgave 1 Het examen wiskunde A

In de tabel staan de toetsresultaten van twee klassen (H5A en H5B) op het examen wiskunde A.

H5A	4,7	4,9	5,3	5,3	5,7	5,8	6,0	6,0	6,4	6,9	7,1	7,5	7,7	8,1	8,9			
H5B	2,7	3,5	4,2	5,1	5,5	5,6	5,6	5,9	6,2	6,5	6,7	6,7	6,7	7,2	7,4	7,4	8,2	8,3

Weergegeven in een stengel- en bladdiagram:

H5A	H5B
	2 7
	3 5
9 7	4 2
8 7 3	5 1 5 6 6 9
9 4 0	6 2 5 7 7 7
7 5	7 2 4 4
9	8 2 3

- Hoeveel leerlingen uit H5A en H5B hebben het examen wiskunde A gemaakt?
- Hoe zie je in één oogopslag dat H5A het beter gedaan heeft dan H5B?
- Bereken de gemiddelde score van H5A.
- Welke score is de modus van H5B?
- Noteer van beide klassen de mediaan.

Dit stengel- en bladdiagram heeft geen context. Je weet dus niet wat de getallen betekenen. Maar, je kunt er wel iets over zeggen. Draai het diagram bijvoorbeeld een kwart slag en je ziet de overeenkomst met een staafdiagram met als klassen 7, 8, 9, 10, 11, 12 en 13.

- Hoeveel waarnemingen zijn er geregistreerd?
- Bepaal de modus, de mediaan en het gemiddelde.

7	4	6								
8	3	3	4	7						
9	1	1	1	5	5	8	9	9	9	
10	0	4	4	6	6	6	6			
11	5	6	8							
12	2	4	9							
13	5	9								

In de tabel zijn de lengtes van mannen en vrouwen in cm opgenomen.

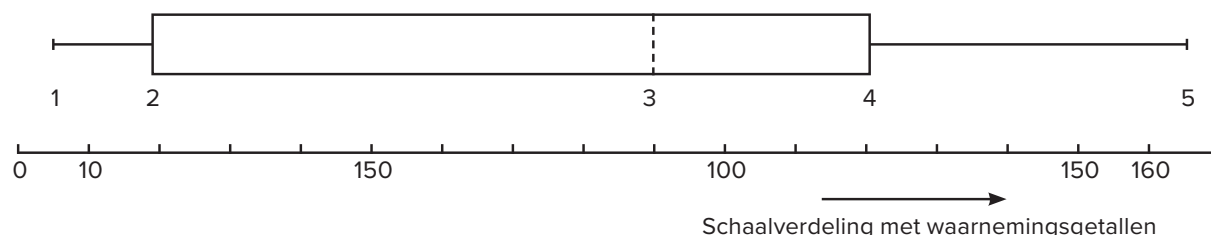
man	178	189	172	169	194	188	201	177	183	191	188	197	183	176	182	161	179	180	194	204	169	176	159	184	173
vrouw	184	167	159	163	188	172	156	182	190	174	184	169	175	170	183	191	176	168	178	183	168	173	182	177	173

Maak een stengel- en bladdiagram van deze tabel. Bedenk vooraf wat de stengel is!

1.7 Boxplot

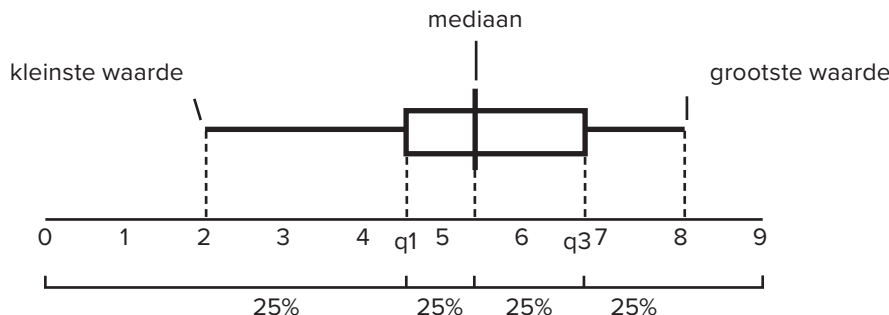
Een 'boxplot' is een grafisch model waarin je de resultaten van metingen kunt weergeven. Je kunt in een boxplot eenvoudig de laagste, hoogste en middelste (de mediaan) waarneming of meting aflezen. Bovendien krijg je een beeld van de spreiding van de waarnemingen.

Stel: je hebt door onderzoek een groot aantal waarnemingsgetallen verkregen en je wilt ze weergeven naar frequentie en spreiding. Je bepaalt dan eerst het aantal data, een andere naam voor waarnemingsgetallen. Vervolgens zet je de data op volgorde van klein naar groot en verdeel je ze in vier groepen met ieder 25% van het aantal data. De indeling heeft dus niets te maken met de waarde van de data, maar alleen met het aantal data. Zo'n groep van 25% noem je een kwartiel (een kwart van 100%). Grafisch ziet dat er zo uit:



Legenda:

1. De kleinste waarneming (kleinste waarnemingsgetal van het onderzoek).
2. Het eerste kwartiel: de helft van de eerste helft van het aantal waarnemingen.
3. De mediaan: het middelste waarnemingsgetal.
4. Het derde kwartiel: de helft van de tweede helft van het aantal waarnemingen.
5. De grootste waarneming.



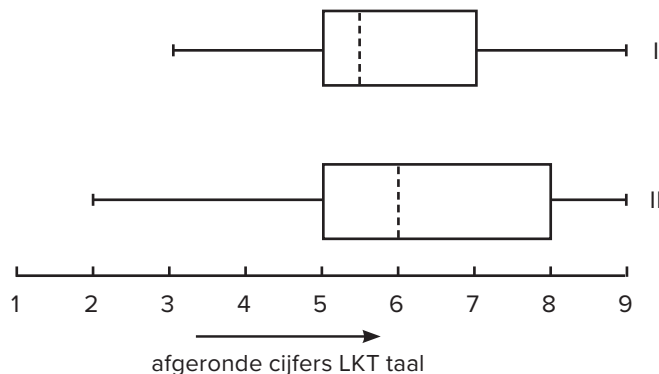
In de grafiek is de waarneming met de kleinste waarde een 2 en die met de grootste een 8. De mediaan is 5,5. Hoe je die bepaalt, heb je gelezen in de inleiding op dit hoofdstuk. Het 1e kwartiel (q1) loopt tot de waarde 4,5 en het 3e (q3) tot ongeveer 6,8.

De afbeelding laat ook zien dat de eerste 25% van de waarnemingen loopt tot q1. Bij de mediaan is dat 50%, oftewel de helft van het aantal waarnemingen dat je in kaart brengt. Dus: 50% van de waarnemingen heeft een waarde lager dan 5,5. Bij q3 heb je 75% van alle waarnemingen weergegeven. Een boxplot geeft je ook informatie over de spreiding van de waarnemingen, dat wil zeggen: hoever de waarnemingen uit elkaar liggen. Hoe 'langer' een onderdeel van de grafiek, hoe verder de waarnemingen van dat onderdeel uit elkaar liggen.

In het voorbeeld zie je dat de lijn van de kleinste waarde tot q1 langer is die van q3 tot de grootste waarde. Dat betekent dat de spreiding van de eerste 25% van de waarnemingen groter is die van de laatste 25%. Bij de tweede 25% liggen de waarnemingen dichter bij elkaar dan bij de derde 25%. Dat zie je aan de lengte van de blokjes.

► Opgave 1 Resultaten LKT

Deze tekening geeft twee boxplots weer van de uitslagen van twee afnames van de Landelijke Kennisbasis Toets taal.



Legenda:

I : resultaten afname januari

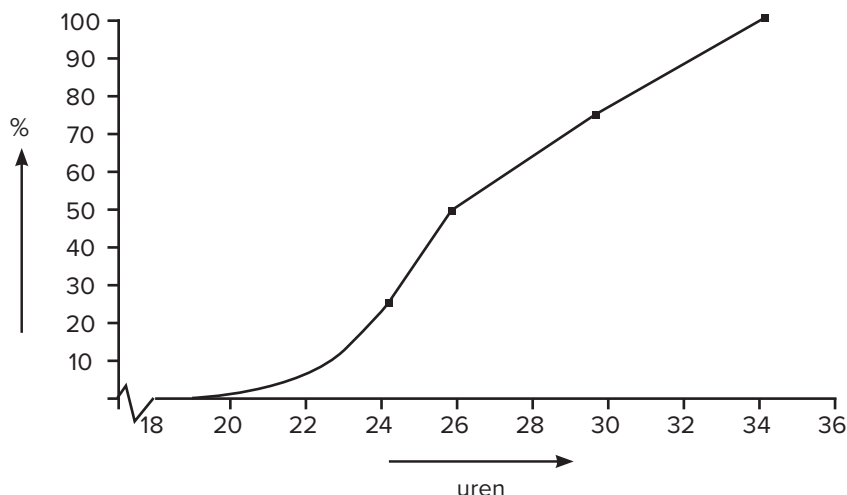
II : resultaten afname mei.

Lees de mediaan en de beide kwartielen van I af.

- Het linker lijntje van II is langer dan het rechter lijntje van II. Wat betekent dat?
- Hoe kun je zien dat er in januari een even aantal waarnemingen is verzameld?
- Hoeveel procent van de deelnemers scoorde in januari een voldoende?
- In mei was het laagste cijfer een 2. Kun je uit de boxplot afleiden hoeveel maal er een 2 is behaald? Licht je antwoord toe.

► Opgave 2 Eendagsvliegjes

Vorig voorjaar heeft een groot laboratoriumonderzoekplaats gevonden naar de levensduur van 'Eendagsvliegjes'. Je denkt misschien dat ze na 24 uur allemaal dood zijn, maar dat blijkt niet helemaal waar. Eendagsvliegen blijken echte 'diehards'!



In de grafiek staat op de horizontale as de levensduur, uitgedrukt in aantal uren. Op de verticale as staat het percentage vliegjes. Zo kun je bijvoorbeeld zien dat na 24 uur slechts 20% van de vliegjes dood is en dat alle vliegjes na 34 uur dood zijn. Haal de gegevens die je nodig hebt uit de grafiek en teken de boxplot van dit onderzoek op ruitjespapier.

1.8 Blok- en beelddiagrammen

1.8.1 Blokdigrammen

Je ziet steeds meer soorten diagrammen en grafieken met de bedoeling om gegevens op een leuke, overzichtelijke en aansprekende manier weer te geven. Soms staan de resultaten van een onderzoek in een blok of zijn gegevens van een evenement weergegeven in een de vorm van een rechthoek. Dat heet dan een blokdigram (Voorbeeld 2). In andere gevallen heeft de ontwerper iets gemaakt dat nog duidelijker te maken heeft met de getoonde gegevens (Voorbeeld 1). Maar, het blijft altijd oppassen, want de vormen zijn helaas niet altijd even gelukkig gekozen.

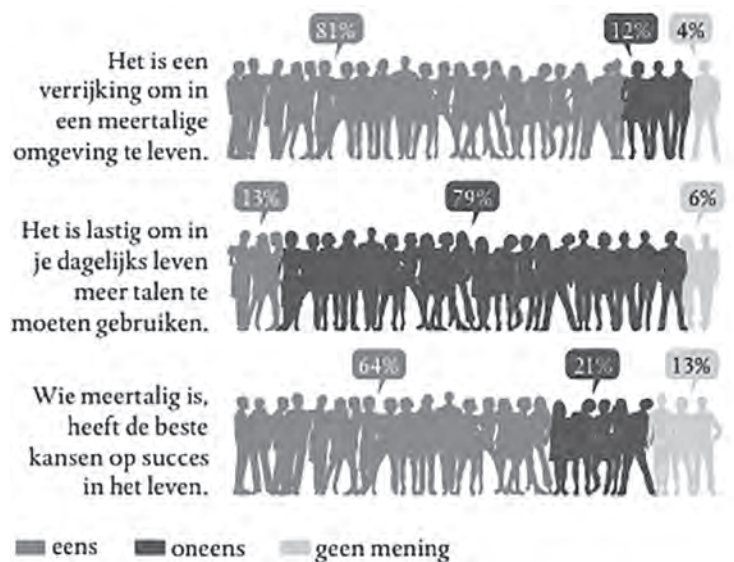
Het is altijd belangrijk dat je kritisch kijkt naar de soort informatie, de titel, de tekst en de legenda van de grafiek. Blijf ook kritisch op het verzamelen van gegevens, de verwerking van die gegevens en vooral op de conclusies die je op grond van die gegevens al of niet kunt trekken (Zie par. 2.11: Misleidende grafieken).

Voorbeeld 1 Meertaligheid.

Dit blokdigram geeft de uitslag weer van een onderzoek naar de opvattingen over meertaligheid. Een groep personen reageerde op stellingen over dat onderwerp. De uitslag is uitgedrukt als percentage van de reacties op een stelling, bijvoorbeeld: 79% van de ondervraagden over de tweede stelling is het niet met die stelling eens.

Mogelijke vragen:

- Kun je uit de grafiek afleiden hoeveel mensen er aan het onderzoek hebben deelgenomen?
- Welke informatie kun je uit het diagram aflezen?
- Hoe kun je zien dat mogelijk dezelfde groep op de drie de stellingen heeft gereageerd?



Oplossingen:

- Dat kun je uit deze relatieve gegevens niet afleiden, want ze zijn uitgedrukt in percentages. Je weet dus niet hoe groot de groep mensen is geweest die aan het onderzoek mee heeft gedaan.
- Van de groep mensen die reageerde op stelling 1 is 81% het eens met die stelling. Soortgelijke conclusies kun je ook trekken over de tweede en derde stelling. Van de groep mensen die op de eerste stelling reageert is 81% het eens met die stelling. Dat is een grote meerderheid. Je mag verwachten dat die meerderheid het oneens is met de tweede stelling, namelijk dat het lastig is om meer talen te gebruiken. Die groep kijkt waarschijnlijk ook positief aan tegen de kans op succes van meertaligen, hoewel dat al minder zeker is.
- De antwoorden op de 3 vragen zijn vergelijkbaar. Er zit echter een addertje onder het gras: je weet niet zeker of de resultaten van dezelfde groep zijn. Dat is waarschijnlijk, gezien de tendens van de reacties en de titel van het diagram, maar niet 100% zeker.

Reflectie:

Als je kritisch naar dit voorbeeld kijkt, liggen de volgende vragen voor de hand:

- Hoe groot is de totale groep (de populatie) waar het onderzoek over gaat?
- Hoe groot is de steekproef (het deel van de populatie) van het onderzoek?
- Is het onderzoek representatief?
- Is elke stelling aan dezelfde steekproef voorgelegd?
- Over wie zegt dit onderzoek iets? Over alle Nederlanders boven de 18 jaar? Over ouders met kinderen? Over andere groepen?

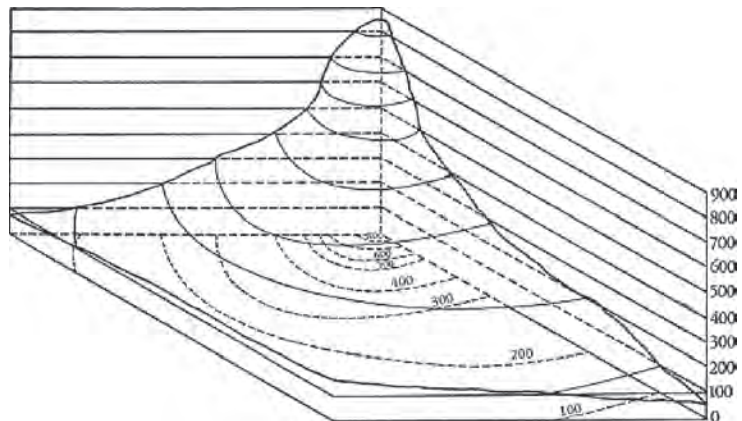
Die informatie staat niet in het blokdigram. Je kunt daar dus eigenlijk niet veel over zeggen, hoe verleidelijk dat ook is. Paragraaf 2.11 (Misleidende grafieken) gaat hier dieper op in.

Je oefent deze leerstof met de opgaven 1 en 2.

► **Opgave 1** Hoogtelijnen!

Dit blokdiagram maakt gebruik van hoogtelijnen. Beantwoord de vragen.

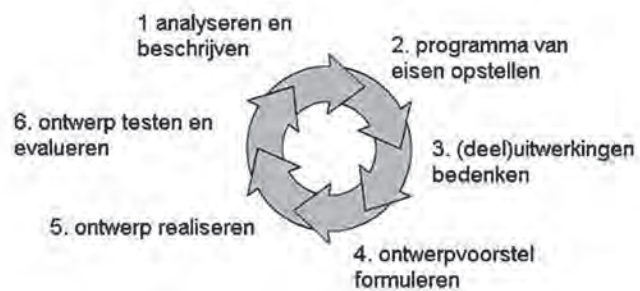
- Waarom is dit een 3D grafiek?
- Hoe hoog is het hoogste punt?
- Enkele hoogtelijnen lopen dicht bij elkaar. Wat betekent dat?



► **Opgave 2** Een ontwerpcyclus

Dit model van een zogenaamde ontwerpcyclus laat zien hoe je stapsgewijs een nieuw ontwerp voor een computertoepassing kunt ontwikkelen.

- Wat gebeurt er bij stap 5?
- Wat is het nut van elke stap van de cyclus?



Bron: digitalplace.nl

1.8.2 Beelddiagrammen

Beelddiagrammen bevat vaak veel informatie en gebruiken daarvoor allerlei afbeeldingen. Er zijn dus veel verschillende beelddiagrammen. De legenda en de titel van het diagram zijn dus van groot belang bij het aflezen en interpreteren van een beelddiagram.

Voorbeeld 1 Het pretpark

Op deze plattegrond van de Efteling staan de attracties afgebeeld.



Mogelijke vragen:

- Waar ligt de ingang van de Efteling?
- Je loopt van het sprookjesbos (met Langnek) naar de achtbaan. Steek je dan het spoor over?
- Je maakt een vaartochtje met een rondvaartbootje met dak over een van de meertjes.
- Onder hoeveel bruggetjes kom je in elk rondje door?

Antwoorden:

- De ingang ligt aan de onderkant in het midden van de plattegrond, links van de parkeerplaats.
- Nee, je houdt bij het bos links aan, loopt tussen de twee vijvers door en houdt rechts aan. Dan kom je bij de achtbaan. Je hoeft het spoor dus niet over.
- De bootjes met een dak liggen in de grote vijver links in het midden van de plattegrond. Je gaat in elk rondje onder twee bruggetjes door.



Voorbeeld 2 Het kattenasiel

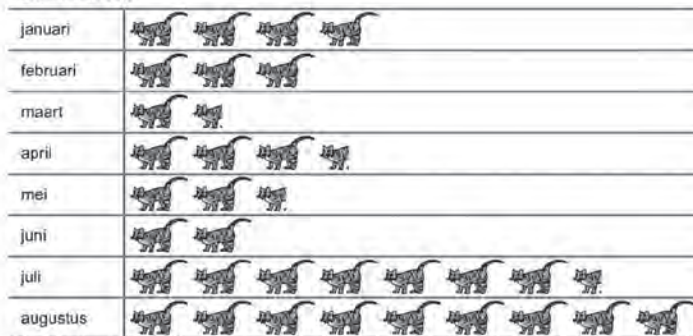
Mogelijke vragen:

- Hoe groot is het gemiddeld aantal katten per maand?
- Geef een mogelijke verklaring voor het grote aantal katten in juli en augustus.
- Welke andere soort grafiek lijkt hierop?

Antwoorden:

- Het gemiddeld aantal katten per maand:
 $(40+30+15+35+25+20+75+90) : 8 = 330 : 8 = 41,25$.
- Het grote aantal asielkatten in juli en augustus heeft mogelijk te maken met de vakantie.
- Veel mensen brengen hun huisdier dan naar het asiel of zetten het op straat. Je kunt dat natuurlijk niet aflezen uit de grafiek!
- Draai je blad een kwartslag naar links en je ziet een staafgrafiek. In januari is de staaf 4 eenheden hoog, in februari 3, enzovoort.

Katten in het asiel



= 10 katten

Je oefent deze beelddiagrammen in opgave 1 tot en met 3.

► Opgave 1 Zeeland

Op dit diagram staat de Kop van Schouwen-Duiveland in Zeeland. De informatie die erin staat is het resultaat van een zoekterm.

- Welke zoekterm is dat, denk je?
- Waarom denk je dat?

Er zijn in Zeeland twee soorten campings: grote campings (met recreatieteam en kampwinkel) en minicampings (vaak bij de boer).

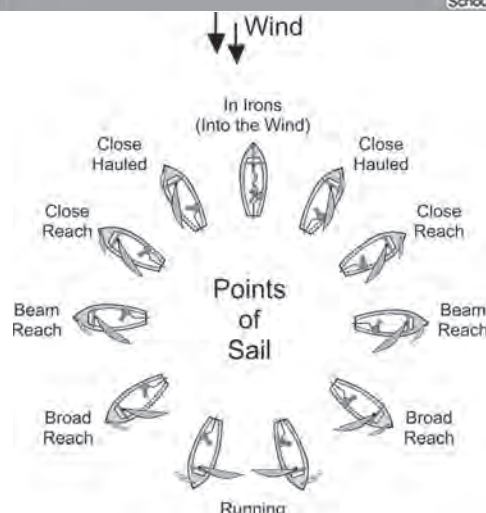
- Zie je dat onderscheid terug? Licht je antwoord toe.
- Waar maakt Camping D reclame mee, denk je? Waarom?



► Opgave 2 Bootjes?

Dit beelddiagram komt uit een sportblad.

- Wat voor soort sportblad?
- Waar gaat de informatie in dit diagram over?



1.9 Puntenwolken

Een puntenwolk is een verzameling van losse punten in een grafiek. Zo'n grafiek noem je ook wel een spreidingsdiagram, een correlatiediagram of een puntdiagram. Het is een grafische weergave waarmee je twee soorten gegevens (variabelen) uit een steekproef in één grafiek kunt tekenen. De samenhang (correlatie) tussen beide gegevens, of het ontbreken daarvan, wordt zo snel duidelijk. Ook patronen in de samenhang worden duidelijk.

Voorbeeld 1 Samenhang

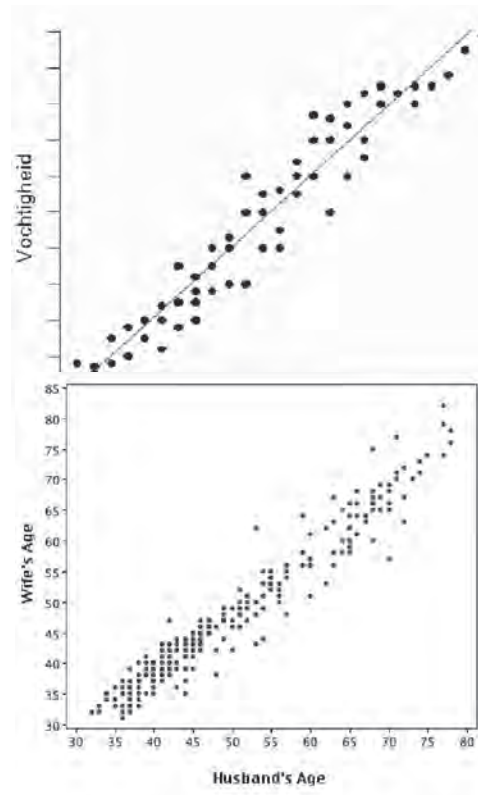
Een voor de hand liggend voorbeeld is de relatie tussen de temperatuur en de (lucht)vochtigheid. Bij het stijgen van de temperatuur kan de lucht meer vocht 'vasthouden' en is de luchtvochtigheid groter. Er is echter geen lineair verband. Toch kun je dat verband benaderen met een lijngrafiek. Dat zie je in de grafiek. Horizontaal is de temperatuur uitgezet en verticaal de luchtvochtigheid. Bij een hoger wordende temperatuur wordt de luchtvochtigheid groter.

► Opgave 1 Leeftijden van echtparen

Deze puntenwolk geeft de leeftijden van een groot aantal echtparen weer. De leeftijd van de vrouw (verticale as) is afgezet tegen de leeftijd van de man (horizontale as). Het punt rechtsboven staat bijvoorbeeld voor een echtpaar waarvan de man 77 jaar is en zijn echtgenote 82 jaar. Zoals je kunt verwachten, is er sprake van samenhang tussen de leeftijden van echtgenoten.

Bekijk de grafiek en beantwoord de vragen.

- Stel: leeftijd man is x en leeftijd vrouw is y . Geef in de grafiek de punten aan waarvan $y = x$ en teken de lijn $y = x$ door die punten.
- Bij welk punt verschillen x en y het meest?
- Wat kun je zeggen over de leeftijd van echtparen als het punt boven de lijn $y = x$ ligt?
- Beide assen beginnen niet op 0. Is dat een bewuste keuze, denk je? Licht je antwoord toe.

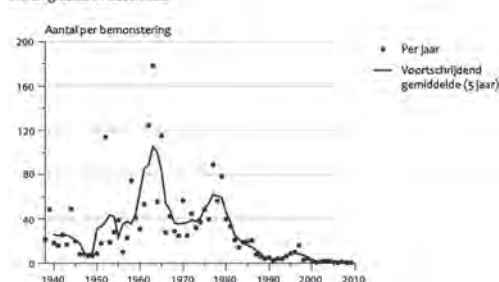


(Bron: Psywiki – UvA)

► Opgave 2 Glasaaltjes

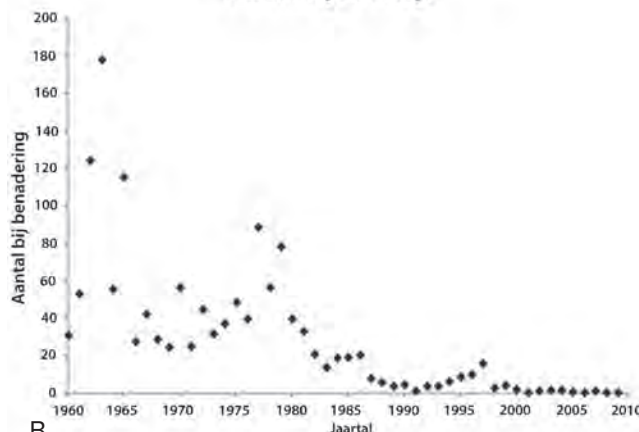
Deze twee grafieken geven informatie over het geschatte aantal glasaaltjes bij de sluizen van de Afsluitdijk, de verbinding tussen IJsselmeer en Waddenzee.

Intrek glasaal in IJsselmeer



A

Glasalen bij Afsluitdijk



B

Beantwoord de vragen.

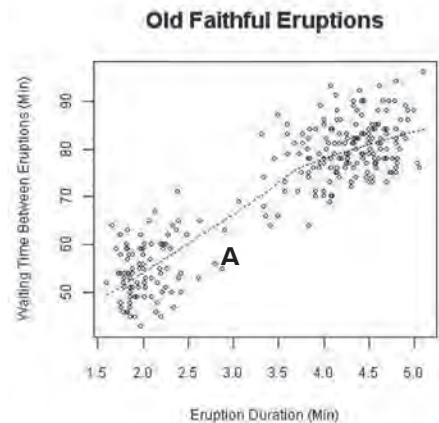
- Zijn deze twee grafieken hetzelfde? Licht je antwoord toe.
- Waarom is het resultaat van de laatste jaren zorgelijk voor de palingspopulatie?
- Waarom kan grafiek A meer reden tot zorg zijn dan de grafiek B?

► **Opgave 3** Old faithful

De geiser 'Old Faithful' in het Yellowstone Park (USA) is een toeristische attractie: hij is heel actief.

Deze grafiek laat zien hoe lang een uitbarsting duurt en hoeveel tijd er tussen twee uitbarstingen zit. De langste uitbarsting duurt ruim 5 minuten en was anderhalf uur na de vorige..

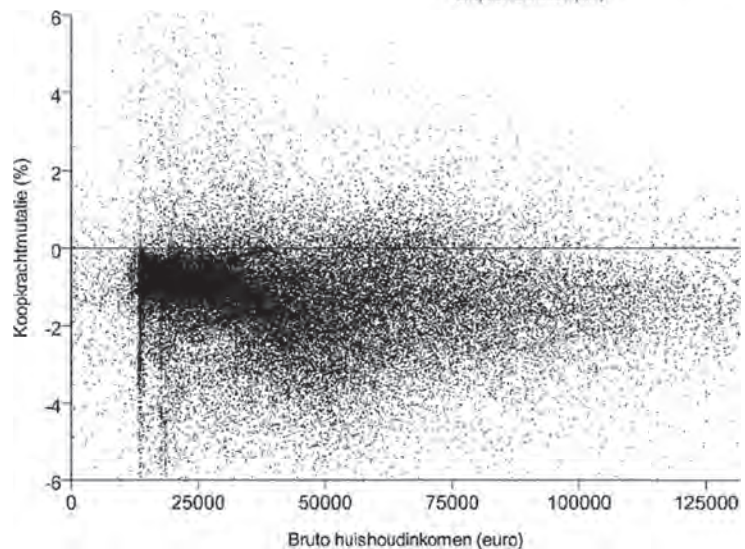
- Beschrijf de betekenis van het punt bij A.
- Opvallend is dat er twee concentraties zijn. Beschrijf de verschillen tussen die twee.



► **Opgave 4** Centraal Plan Bureau

Het CPB berekent de gevolgen van kabinetsplannen voor de huishoudens in Nederland. Deze puntenwolk is het resultaat van zo'n berekening.

- Wat valt je globaal op? Licht je antwoord toe.
- Wat betekent de '0' op de horizontale as?
- Zoek het punt (75000, 4). Wat betekent dat punt?
- De verticale as is onderverdeeld. Wat is er bijzonder aan die verdeling?



1.10 Stroomdiagrammen (stroomschema's)

Stroomschema's verduidelijken processen: ze maken het verloop van de activiteiten in zo'n proces zichtbaar. Een stroomschema is opgebouwd uit vakken met verschillende vormen en betekenissen, aangevuld met teksten en pijlen. De tekstvakken bevatten handelingen of bewerkingen die vaak zijn gekoppeld aan voorwaarden voor de voortgang van het proces. De pijlen geven de volgorde van de handelingen en activiteiten in het proces weer. Afhankelijk van het al of niet voldoen aan een voorwaarde volgt een beslissing over de voortgang van het proces. Elke stap in het proces is daarmee 'input' voor een volgende stap (de 'output') en elke output is weer input voor een volgende stap. Een goed stroomdiagram voldoet aan enkele voorwaarden:

- Het schema heeft een duidelijk begin en einde.
- Het schema bevat meer dan een beslissingsmoment gerelateerd aan een voorwaarde.
- Beslissingen leiden tot diverse proceswegen in het diagram.
- Een beslissing heeft een invoer (input) en een uitvoer (output).
- De vakken in het schema hebben verschillende vormen en betekenissen.

In Voorbeeld 1 heeft de voorwaarde de vorm van een ruit en beschrijft de rechthoek een activiteit.

Voorbeeld 1 Voldoende of niet?

Dit stroomschema beschrijft het beoordelingsproces voor een 'voldoende' of 'onvoldoende'. In het schema zijn twee voorwaarden opgenomen. Als de input (het getal) aan een voorwaarde voldoet, volgt de handeling die eraanstaand beschreven staat. Een dergelijke voorwaarde noem je ook wel een 'if-statement' (een 'als - dan' of 'uitsluitende' voorwaarde).

Neem bijvoorbeeld het getal 7 als input: 'getal = 7'. Volg het stroomschema:

- Neem 7 als input.
- De eerste voorwaarde is: $7 \leq 5$ (7 is kleiner dan of gelijk aan 5).
- Dat is niet waar, dus 'False'.
- Volg de pijl naar beneden en dus naar de volgende voorwaarde: $7 \geq 6$ (7 is groter dan of gelijk aan 6).
- De input 7 voldoet aan deze voorwaarde.
- Volgt de pijl naar rechts en noem 7 een voldoende.
- Klaar.

Opdracht:

Welke getallen kun je niet invullen in dit schema?

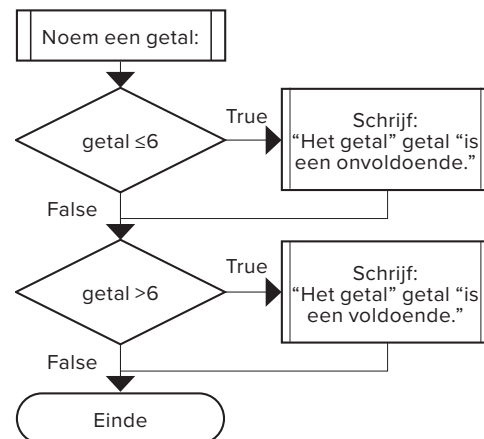
Oplossing:

Aan de twee voorwaarden ($\text{getal} \leq 5$ of > 6) zie je dat je alleen hele getallen in kunt vullen, want bijv. 5,7 geeft voor beide voorwaarden een 'False'.

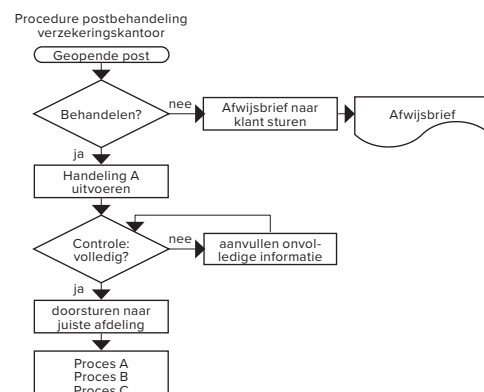
► Opgave 1 Postbehandeling

- Er wordt een brief bij het kantoor bezorgd. Wat gebeurt er met die brief?
- Tussen 'aanvullen ...' en 'Controle ..' staat een pijl. Wat betekent die pijl?
- Sommige vakken hebben dezelfde vorm als in Voorbeeld 1. Hebben ze dezelfde betekenis? Licht je antwoord toe.

If-statement



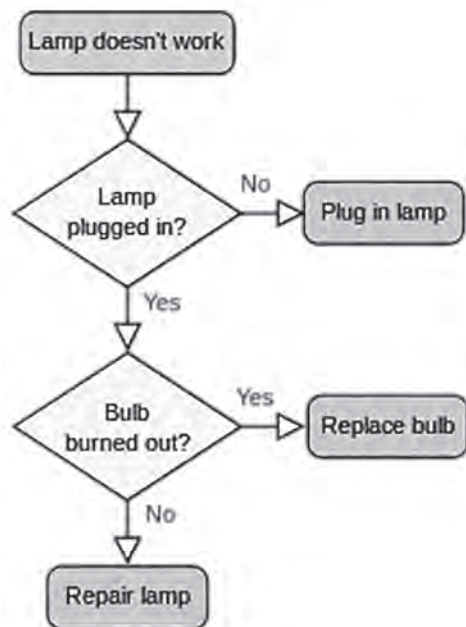
Stroomschema



► Opgave 2 Twee schema's

Beantwoord de vragen bij deze twee schema's. Schema A is gemaakt volgens de richtlijnen. Schema B heeft een meer eigen invulling.

Schema A



Schema B



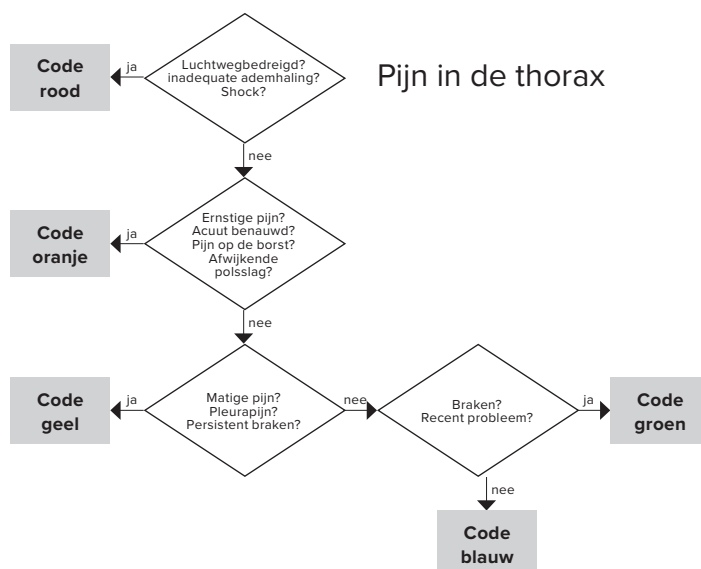
Beantwoord de vragen.

- Schema A bevat informatie over?
- Schema B bevat informatie over?
- Welke overeenkomsten zie je tussen Schema A en Voorbeeld 1?
- Hoe verander je schema B om beter te voldoen aan de voorwaarden voor een stroomschema?

► Opgave 3 Pijn in de borst?

Een patiënt met pijn in de borststreek (thorax) krijgt in het ziekenhuis een behandeling aan de hand van dit stroomschema.

- Voor schema's gelden afspraken. Voldoet dit schema aan de voorwaarden voor stroomschema's?
- De vakken verschillen in vorm. Welke functie heeft dat verschil? Licht je antwoord toe.

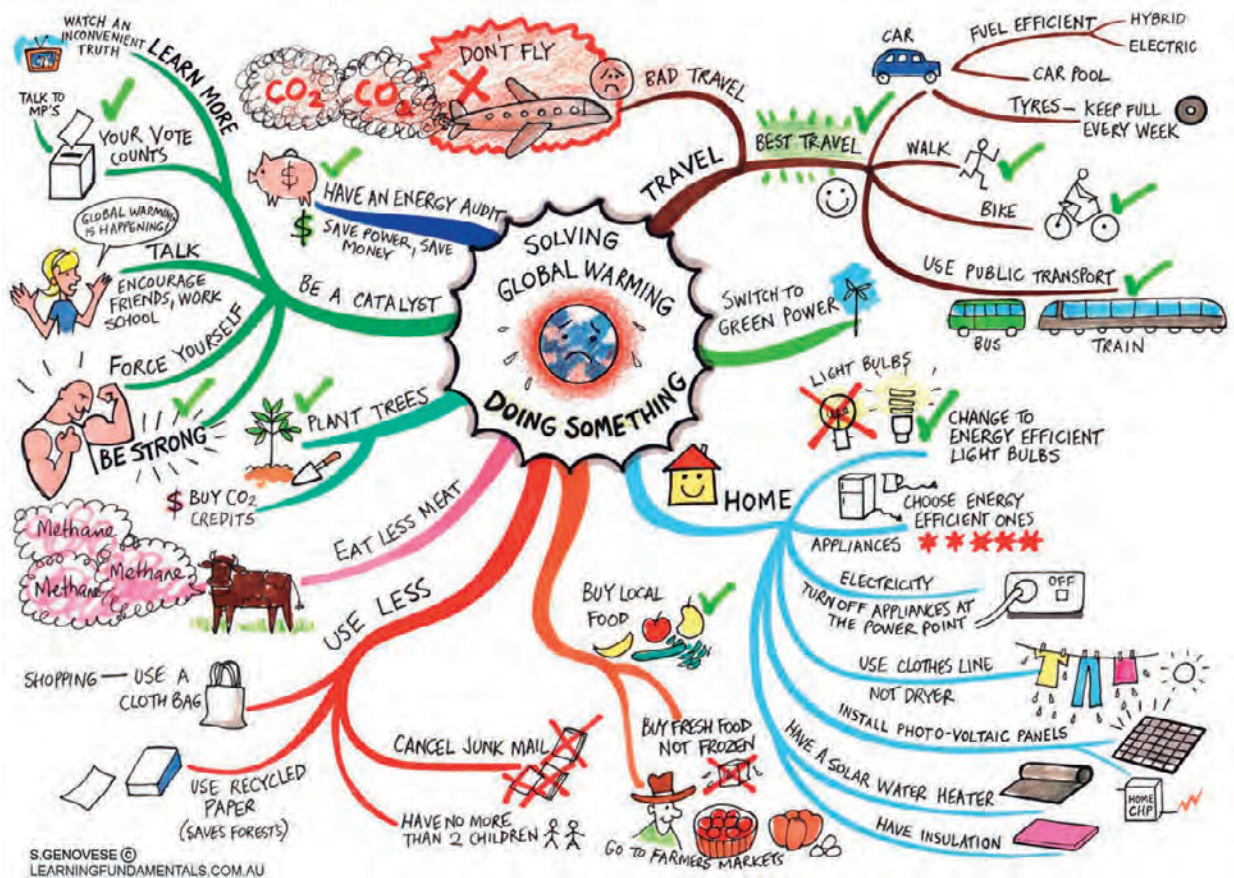


1.11 Infogrammen (infographics)

Infogrammen, ook wel infographics, geven informatie over een breed scala aan onderwerpen. Er is een hele cultuur ontstaan om dat zo mooi en gevarieerd mogelijk te doen. Het ontwerpen van infographics is een onderdeel van vormgeving geworden, waarin visualiseren van data (de manier waarop gegevens worden weergegeven) op een creatieve manier gebeurt. Het gevaar daarvan is echter dat de vorm de inhoud overvleugelt.

Voorbeeld 1 Global warming

Deze infographic laat zien wat je kunt doen tegen de opwarming van de aarde. Op een creatieve manier komen er allerlei aspecten aan bod.



bron: Infographicsshowcase

Mogelijke vragen:

- Wat is de grootste boosdoener als het om 'Global warming' gaat?
- Welke maatregelen kun je thuis nemen tegen de opwarming van de aarde?
- Noem drie dingen over consumptie die slecht zijn voor de aarde.
- Welk advies lees je over autobanden?

Antwoorden:

- Reizen met een vliegtuig is de grootste boosdoener. Vliegtuigen stoten veel CO₂ uit.
- Wat je zelf in huis kunt doen staat rechtsonder in de graphic:
 - Gebruik spaarlampen.
 - Gebruik energiezuinige apparaten.
Zet apparaten zo veel mogelijk uit.
 - Maak geen gebruik van een wasdroger.
 - Installeer zonnepanelen.
 - Gebruik een zonneboiler.
 - Isoleer je huis.

- c. Bij consumptief gedrag gaat het om:
1. Veel vlees eten. Het houden van dieren voor vleesproductie is erg belastend.
 2. Consumptie van groente en fruit uit verre landen.
Dat moet over grote afstanden worden vervoerd en dat is belastend voor het milieu. Koop en eet producten die in de regio zelf worden verbouwd.
 3. Het invriezen van etenswaren kost stroom.
Het opwekken van stroom, zeker als dat gebeurt met kolen of gas, is belastend voor het milieu. Eet dus zo veel als mogelijk verse producten.
- d. Als je de autobanden van je auto op de juiste spanning houdt, slijten ze minder en hoef je ze minder snel te vervangen. Controleer dus elke week de spanning van je autobanden!

De gedachte achter een infogram is dat informatie sneller toegankelijk wordt omdat ze inzichtelijk, helder en in samenhang is weergegeven. Vergelijk dit infogram maar eens met de opsomming die bij de antwoorden staat. Je komt steeds vaker via je smartphone en internet met infographics in aanraking. Maar, ook de 'oude' media als televisie, kranten en tijdschriften maken steeds meer gebruik van infogrammen. De wereld wordt immers steeds meer visueel.

Hier past wel een kritische noot: infogrammen zijn prima geschikt om globale relaties aan te geven. Maar, de feitelijke en getalsmatige onderbouwing is niet altijd even duidelijk of zelfs afwezig. Het gevaar bestaat dat vorm belangrijker wordt dan de inhoud!

Blijf dus altijd kritisch op de informatie (tekst en beeld), de relaties die gelegd worden, de titel en de eventuele legenda. Overweeg of conclusies die getrokken worden herleidbaar zijn tot de informatie uit de grafiek en bedenk of jij diezelfde conclusies zou trekken (zie ook paragraaf 2.11: Misleidende grafieken).

Je oefent infogrammen met de opgave 1 tot en met 3.

► Opgave 1 OV lijnen

Routes voor openbaar vervoer zijn vaak infogrammen. Dit infogram gaat over de Rotterdamse metro. Beantwoord de vragen.

- Welke informatie geeft dit schema?
- Waarom zijn de lijnen horizontaal of verticaal?
- Kun je uit dit schema aflezen hoe lang een reis duurt? En hoe laat de metro rijdt?
- Je wilt van Blijdorp naar NS station Alexander. Welke metrolijn(en) neem je?



► Opgave 2 Diversiteit

Deze grafiek gaat over de diversiteit in de natuur.

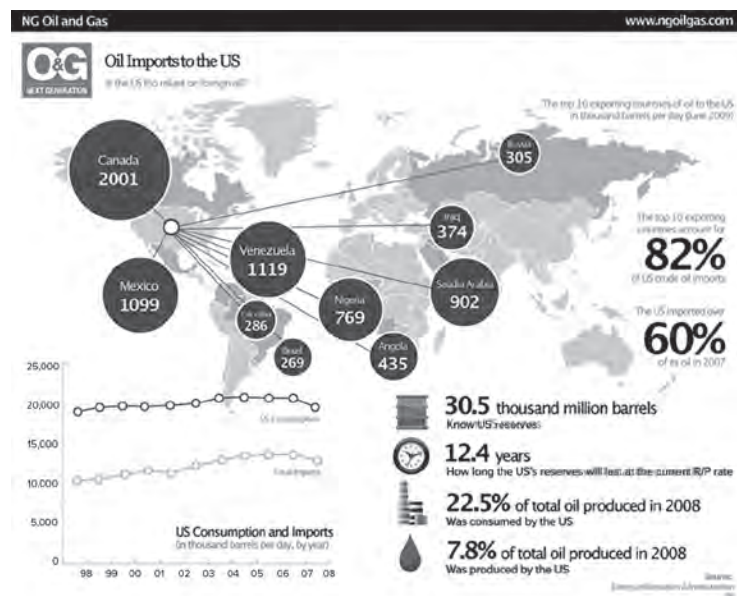
- Schat het aantal diersoorten
- Waarom hebben de cirkels verschillende groottes?
- Hoe zijn de groottes bepaald?



► Opgave 3 Import

Deze infographic brengt de import van olie door de VS in beeld. Op de kaart zie je 10 landen die in 2009 'barrels' met olie naar de V.S. exporteerden. De hoeveelheid is uitgedrukt in 1.000 barrels per dag.

- Hoeveel barrels olie importeerde de VS in 2009 in totaal uit Canada
- Wat weet je over de productie van de VS in 2007?
- Klopt het dat de VS in 2007 meer dan 60% van haar olie importeerde?
- De VS importeert ook olie uit landen die hier niet zijn genoemd. Kun je met deze gegevens vaststellen hoeveel olie dat was? Licht je antwoord toe.
- De inhoud van 1 barrel is 159 liter. Hoe groot is de totale reservevoorraad van de VS in liters?



1.12 Misleidende grafieken

Er bestaat een veelzeggende uitdrukking over statistiek: je hebt leugens, grote leugens en statistiek. Blijkbaar is statistiek de overtreffende trap van liegen. Toch is het niet zo dat statistieken liegen, maar wel dat mensen statistieken bewust of onbewust misbruiken.

Sommige journalisten gebruiken statistische gegevens soms onbedoeld onjuist als ze zelf onvoldoende verstand van statistiek hebben. Ze trekken dan conclusies die ze niet kunnen trekken. Het komt ook voor dat instanties of bedrijven bewust een deel van beschikbare statistische gegevens gebruiken en zo een vertekend beeld geven. Dat doen ze met een bepaald doel.

In beide gevallen wordt gemanipuleerd met cijfers en wordt statistiek gebruikt om een gelijk aan te tonen of een gunstige conclusie te trekken. Dat kan bewust misleidend zijn, maar ook onbewust. Het gevaar bestaat dat conclusies en meningen gebaseerd zijn op onjuiste, of zelfs gemanipuleerde, informatie. Het doorzien van onjuist gebruik van statistische gegevens is lastig. Daarom eerst een voorbeeld.

Voorbeeld 1 Politieke voorkeur

Marketingbureau 'U vraagt, wij draaien' doet onderzoek naar de politieke voorkeur van de Nederlander van 18 jaar en ouder. Daarvoor ondervraagt het bureau een grote groep mensen in Wassenaar en een groep van vergelijkbare grootte in Oost-Groningen.

De belangrijkste vraag bij dit onderzoek is natuurlijk: Geeft het onderzoek een betrouwbaar beeld van de politieke voorkeur van de Nederlander boven de 18 jaar?

In dat verband geven de resultaten van een recente verkiezing in die beide delen van Nederland interessante informatie.

Uitslag (%)	PvdA	VVD	CDA	PVV	SP	Overige
Oost-Groningen	40	11	6	14	18	11
Wassenaar	11	53	8	9	4	15

De verschillen in stemgedrag tussen de beide regio's bij deze verkiezingen zijn groot. Dat is mogelijk een afspiegeling van de verschillen in politieke voorkeur tussen Wassenaar en Oost-Groningen.

Terug naar de vraag of het onderzoek van marketingbureau 'U vraagt, wij draaien' iets zegt over de politieke voorkeur van de Nederlander boven de 18 jaar. Die kans is klein, gezien het verschil in stemgedrag in de regio's waar het onderzoek plaats vindt. Hoogstens zegt het onderzoek iets over de politieke voorkeur van de inwoners van Oost-Groningen en Wassenaar.

Reflectie:

Aan welke eisen moet een onderzoek voldoen om iets te kunnen zeggen over de politieke voorkeur van de Nederlander van 18 jaar of ouder?

Het gaat erg ver om alle factoren die de kwaliteit van een onderzoek bepalen uitgebreid te bespreken. Bovendien rekent de 'Kennisbasis Rekenen-Wiskunde voor de Pabo' dat niet tot de bagage van de leerkracht basisschool. Toch is het belangrijk om bij het lezen en interpreteren van grafieken en vooral bij het trekken van conclusies te weten of het om goed onderzoek gaat. Goed onderzoek is niet alleen representatief, maar ook betrouwbaar en valide.

Representativiteit

Een steekproef is representatief als de steekproef van het onderzoek goed vergelijkbaar is met de totale populatie waar de steekproef onderdeel van is en uit is geselecteerd. Een representatief onderzoek wil zeggen dat het onderzoek het mogelijk maakt om op basis van de resultaten van de steekproef betrouwbare uitspraken te doen over de totale populatie. In Voorbeeld 1 is de totale populatie 'alle Nederlanders van 18 jaar of ouder'.

Om te bepalen of een onderzoek al of niet representatief is, kun je vragen stellen als:

1. Behoort de groep deelnemers (de steekproef) tot de totale groep (de populatie) waarover het onderzoek uitspraken wil doen en is de steekproef vergelijkbaar met de populatie?
2. Is de steekproef aselekt (niet selectief), dat wil zeggen: hebben alle leden van de populatie dezelfde kans om aan het onderzoek deel te nemen?
3. Hoe groot is de steekproef, met andere woorden: hoeveel mensen hebben er meegedaan aan het onderzoek? Zijn dat genoeg mensen om conclusies te kunnen trekken?
4. Hebben er mensen geweigerd mee te werken aan het onderzoek? Hoe groot is dat aantal in verhouding tot het totaal aantal deelnemers?

Het onderzoek uit Voorbeeld 1 'scoort' niet goed op deze vragen. Het antwoord op vraag 1 is 'nee' en de antwoorden op de andere drie vragen zijn niet duidelijk.

Betrouwbaarheid

Representativiteit is een onderdeel van betrouwbaarheid. Betrouwbaarheid betekent eigenlijk vooral 'herhaalbaarheid', dat wil zeggen: het onderzoek levert bij herhaling van het onderzoek met een vergelijkbare doelgroep ook vergelijkbare resultaten en vergelijkbare conclusies op. Is dat niet zo, dan moet je grote vraagtekens zetten bij de betrouwbaarheid van dat onderzoek.

Of een onderzoek betrouwbaar is, hangt van nog veel meer factoren af. De representativiteit van de steekproef is belangrijk, maar er zijn veel complexere factoren van invloed. De verwachtingen van de onderzoekers zelf blijken invloed te hebben op de resultaten van het onderzoek. In goed onderzoek worden maatregelen genomen om dat te voorkomen, bijvoorbeeld door (delen van) het onderzoek uit te laten voeren door iemand die niet weet wat het doel van het onderzoek is.

Je kunt je vast ook wel iets voorstellen bij:

- De kwaliteit van de vragen van een vragenlijst.
Zijn ze eenduidig, op meer manieren te interpreteren of zelfs suggestief?
- De beschikbaarheid van de populatie.
Kun je een representatieve steekproef samenstellen die groot genoeg is?
- De vorm van het onderzoek.
Gebruikt het onderzoek vragenlijsten, gestructureerde interviews of observaties? Onjuiste of onwaarschijnlijke antwoorden komen bijvoorbeeld vaker voor bij een vragenlijst dan bij een gestructureerd interview dat wordt opgenomen en achteraf wordt bekeken en gescoord.
- Het beschikbare budget.
Is er genoeg geld om noodzakelijke maatregelen te nemen die de betrouwbaarheid zo veel mogelijk garanderen?

Validiteit

Een goed onderzoek is, behalve representatief en betrouwbaar, ook valide. Validiteit is de mate waarin datgene wat je observeert of meet daadwerkelijk hetzelfde is als wat je wilt observeren of meten. Met andere woorden: je moet als onderzoeker wat je wilt onderzoeken op de juiste manier onderzoeken en met daarvoor geschikte middelen meten. Als voorbeeld:

- Het gemiddeld aantal ooeivaars in Nederland is geen belangrijke factor in de toename of afname van het aantal kinderen dat wordt geboren en daarmee geen goede indicatie.
- Temperatuur meet je met een thermometer en niet met een rolmaat.

Significantie

Voor de interpretatie en conclusies van een (representatief, betrouwbaar en valide) onderzoek is de term 'significantie' van belang. Gebruik je de term 'significant' in een gesprek, dan bedoel je waarschijnlijk 'belangrijk' of 'betekenisvol'. Maar, gebruik je 'significant' in de context van een causaal (oorzakelijk) verband, dan bedoel je daar iets anders mee. Je wilt dan duidelijk maken dat zo'n verband - een effect of een relatie - niet berust op toeval.

Ben je nieuwsgierig naar opvattingen over de 'status van het vak leraar basisonderwijs' en houd je daarom een straatinterview voor het Centraal station Utrecht tijdens de NOT (de Nederlandse Onderwijs Tentoonstelling), dan zijn je resultaten waarschijnlijk sterk beïnvloedt door de factoren 'leraar' en 'NOT-bezoek' en niet representatief. M.a.w.: ze zijn niet 'significant' voor je vraagstelling en zeggen weinig over je oorspronkelijke vraag omdat ze sterk door twee 'toevalsfactoren' zijn beïnvloedt.

Significantie kun je bepalen m.b.v. statistische testen. Een significantie van 100% wil zeggen: er is geen enkele kans dat je resultaten zijn veroorzaakt door toeval. Dat komt natuurlijk zelden of nooit voor. De meest gebruikte regel m.b.t. significantie is de 95% regel: je kunt met 95% zekerheid zeggen dat je resultaten (een effect of relatie) niet ontstaan zijn door toeval.

Met andere woorden: je bevindingen zijn zeker 95 van de 100 keer echt en maximaal 5 van de 100 keer niet. Je accepteert dus ook een kans van 5% dat wat je vindt niet waar is.

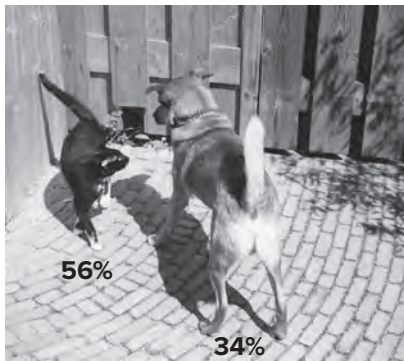
Zoals gezegd: deze onderwerpen zijn van belang bij het verrichten van zorgvuldig onderzoek en als informatie bij het lezen en interpreteren van grafieken. Misschien vind je het interessant om je hier verder in te verdiepen, bijvoorbeeld in het licht van je onderzoeksstage. Maar, in de toets over de Kennisbasis kom je geen vragen tegen over representativiteit, betrouwbaarheid en validiteit.

Conclusie:

Kenmerkend voor statistiek is dat het lijkt of je er van alles mee aan kunt tonen. Bij het interpreteren van statistische gegevens en het werken met grafieken moet je goed opletten of het onderzoek zelf op een juiste manier is gedaan. Wees kritisch op de vraag of de indruk die grafieken wekken juist is, of dat er misschien sprake is van manipulatie. Met andere woorden: op grond van welke gegevens zijn conclusies getrokken? Soms is het overduidelijk wat de grafiek zogenaamd moet aantonen en soms zijn grafieken bewust suggestief gemaakt om een bepaalde boodschap over te brengen.

Voorbeeld 2 Als kat en hond

De procentuele verdeling van honden en katten in Nederland is weergegeven in dit pictogram.



Opdracht:

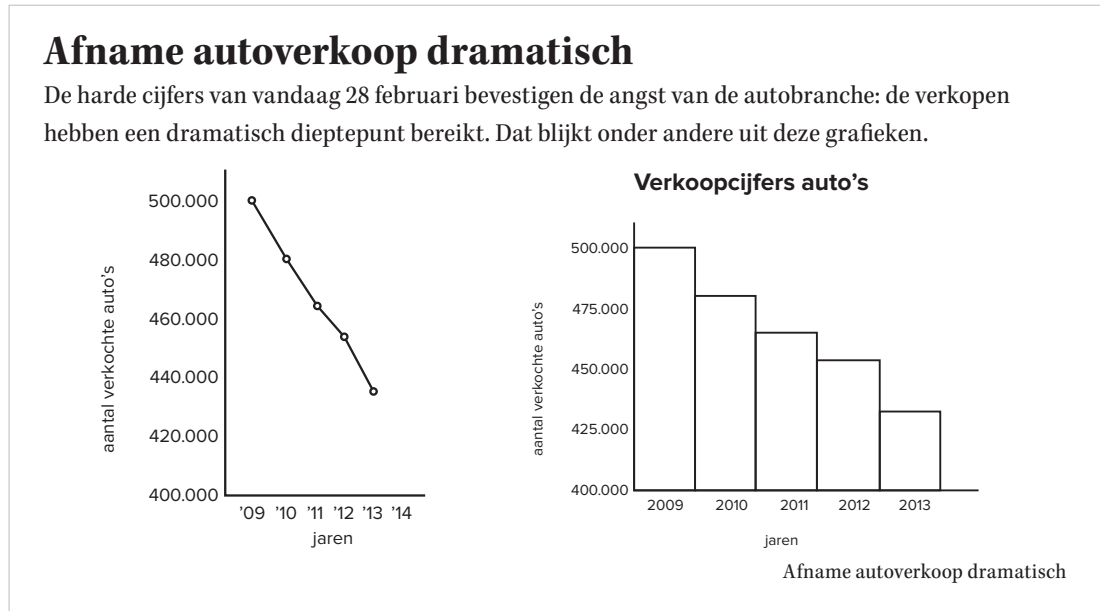
Noteer wat je opvalt aan deze foto en de percentages.

Oplossing:

Hond Joepie is als grootste afgebeeld en kat Miepie als kleinste. Dat suggereert dat er meer honden zijn dan katten. Maar, de percentages onder de dieren geven aan dat er (bijna) tweemaal zoveel katten zijn als honden. De grootte van de figuurtjes in de pictogram zet je dus op het verkeerde been. Een staaf- of cirkeldiagram is hier beter op z'n plaats. Een beelddiagram met de juiste verhoudingen kan ook.

Voorbeeld 3 Afname autoverkoop dramatisch

De titel van een krantenartikel suggereert dat de autoverkoop dramatisch is gedaald. Een grafiek in het artikel onderstreept de spectaculaire daling.



Opdracht:

Wat is er mis met deze grafieken?

Oplossing:

De gegevens in deze tabel geven de werkelijke situatie weer.

Verkoopjaren	2009	2010	2011	2012	2013
Aantal verkochte auto's	500.000	480.000	465.000	455.000	435.000

51

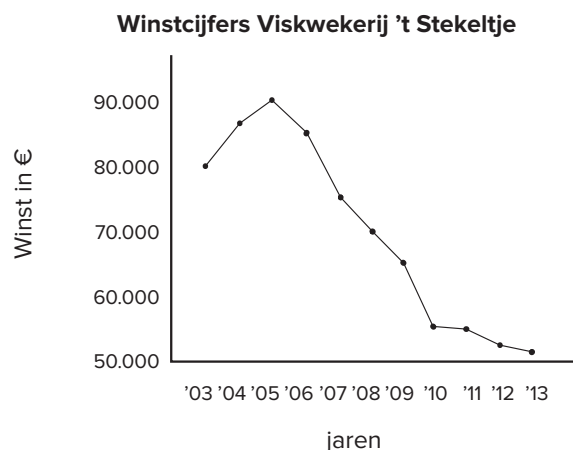
Toelichting:

Beide grafieken beginnen bij 400.000 auto's en niet bij 0. Omdat de verticale schaal van de grafieken bij 400.000 begint, lijkt het alsof de verkoopcijfers tot bijna 0 zijn teruggelopen. Als je ze tekent met een verticale schaal die wel bij 0 begint, zie je ook een daling, maar die is niet zo spectaculair. De totale daling is 65.000 over 4 jaar, oftewel 13%. De tabel vertelt dus het ware verhaal.

► Opgave 1 Dramatische winstdaling 't Stekeltje

De crisis slaat ook toe bij viskwekerij 't Stekeltje. Deze grafiek laat dat zien.

- De winst over 2013 lijkt bijna € 0,-. Klopt dat? Licht je antwoord toe.
- Hoeveel procent is de winst in de periode 2008 tot en met 2013 gedaald?
- Teken een eerlijkere winstgrafiek. Gebruik ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm.

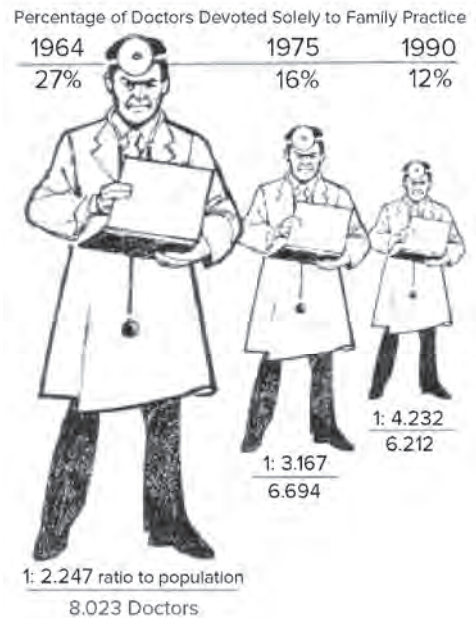


► Opgave 2 Huisartsen en inwoners

In deze beeldgrafiek over het aantal huisartsen staan veel gegevens: jaartallen, percentages, aantallen artsen en ook de verhouding 'inwoners per arts'.

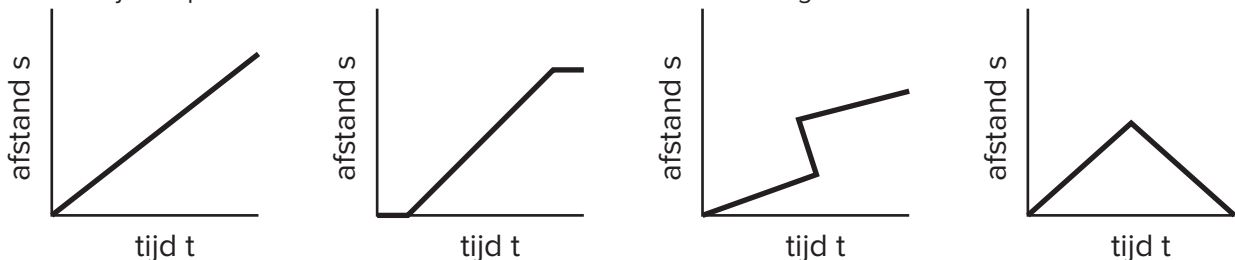
In 1964 is 27% van alle artsen alleen huisarts. Er zijn 8.023 huisartsen, gemiddeld is er 1 huisarts op 2.247 inwoners. De gegevens van 1975 en 1990 staan ook in de beeldgrafiek. Beantwoord de vragen.

- Hoe zijn deze gegevens grafisch weergegeven?
- Is de beeldgrafiek misleidend? Licht je antwoord toe.



► Opgave 3 De fietstocht van Ruud

Ruud maakt een fietstocht van vier dagen en zet die in vier grafieken. Op de assen staan geen getallen. Toch kun je uitspraken over de fietstocht doen aan de hand van de grafieken.



Over grafiek 1 kun je bijvoorbeeld zeggen: Ruud vertrekt en fietst steeds met dezelfde snelheid. Beantwoord de vragen.

- Beschrijf de 2e dag van de fietstocht aan de hand van de 2e grafiek.
- Beschrijf de derde dag. Wat gaat er volgens de grafiek mis, denk je?
- De grafiek van dag 4 ziet er wat vreemd uit. Geef een beschrijving van die dag.

1.13 Leerlingen- en studentenwerk

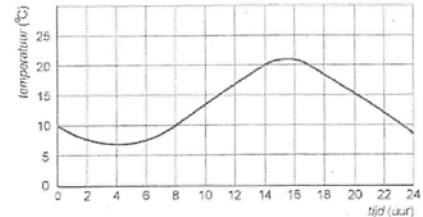
In deze paragraaf zie je hoe leerlingen van groep 8 en studenten aan de Pabo vraagstukken over Verbanden aanpakken en oplossen. Analyseer hun aanpak en oplossingen aan de hand van de vragen.

► Opgave 1 Leerlingenwerk

Leerlingen uit groep 8 kregen deze opgave over Verbanden voorgelegd:

De temperatuurgrafiek

In deze temperatuurgrafiek kun je aflezen dat het om 8 uur precies 10°C was. De hoogste temperatuur van 21°C werd iets voor 16.00 uur bereikt. Je kunt ook aflezen dat het tijdens een periode van 9 uur tenminste 15°C was.



- a. Bereken zelf de gemiddelde temperatuurstijging per uur in de periode van 8 tot 14 uur.

Vijf leerlingen uit groep 8 maakten dezelfde opgave. Beantwoord de vragen bij hun oplossingen.

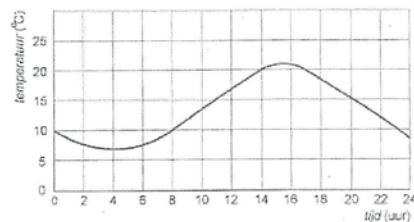
Thijs:

- Hoe warm was het om 20 u?
Antwoord: 15°C

- Wanneer was het warmste moment van de dag?
Antwoord: 14.30 uur

- Astrid zegt dat de temperatuur tussen 0 en 8 uur daalde? Wat vind jij?
Antwoord: nee

- Wat was de gemiddelde stijging per uur in de periode van 8 tot 14 uur? Laat zien hoe je rekent.
Antwoord: $8 = 10$ $10 = 13$ $12 = 17$
 $14 = 20$ 10 antwoord: 15
 $20 - 10 = 10$
 $10 : 6 = 1\frac{2}{3}$
 $1\frac{2}{3} \cdot 9 = 15$



- b. Wat doet Thijs precies? Licht je antwoord toe.
c. Wat rekent hij eigenlijk uit?

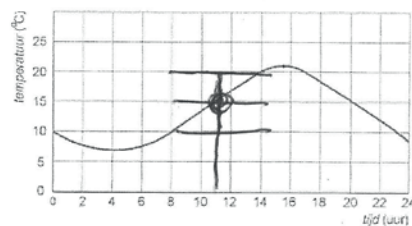
Hannah:

- Hoe warm was het om 20 u?
Antwoord: 15°C

- Wanneer was het warmste moment van de dag?
Antwoord: 14.30 uur

- Astrid zegt dat de temperatuur tussen 0 en 8 uur daalde? Wat vind jij?
Antwoord: dat is zo

- Wat was de gemiddelde stijging per uur in de periode van 8 tot 14 uur? Laat zien hoe je rekent.
Antwoord: 15°C het is al bij de eerste precies midden in zie betekening met



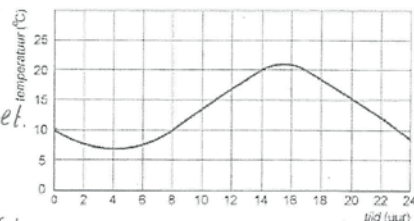
- d. Hannah gebruikt een andere strategie dan Thijs, maar heeft hetzelfde antwoord. Hoe kan dat?
Jorieke:

- Hoe warm was het om 20 u?
Antwoord: 15°C

- Wanneer was het warmste moment van de dag?
Antwoord: 14.30

- Astrid zegt dat de temperatuur tussen 0 en 8 uur daalde? Wat vind jij?
Antwoord: het daalde eerst en daarna steigde het

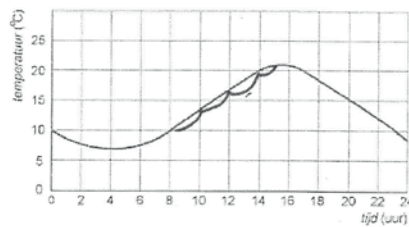
- Wat was de gemiddelde stijging per uur in de periode van 8 tot 14 uur? Laat zien hoe je rekent.
Antwoord: 10°C om 8 uur was het 10°C
 10°C en om 14.00 was het 20°C dus het heeft 10°C gestegen?



- e. Jorieke is op de goede weg, maar wat vergeet ze? Licht je antwoord toe.

Ben:

- Hoe warm was het om 20 u?
Antwoord: 15°C
- Wanneer was het warmste moment van de dag?
Antwoord: 15 uur
- Astrid zegt dat de temperatuur tussen 0 en 8 uur daalde? Wat vind jij?
Antwoord: *dat heeft Astrid goed*
- Wat was de gemiddelde stijging per uur in de periode van 8 tot 14 uur?
Laat zien hoe je rekent.
Antwoord: $8-10 = 13^{\circ}\text{C}$ $10-12 = 12^{\circ}\text{C}$ $12-14 = 13^{\circ}\text{C}$
 $14-15 = 11^{\circ}\text{C}$

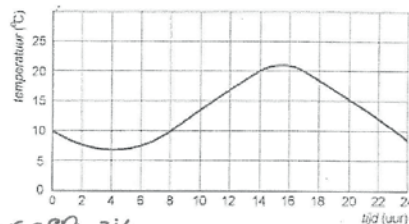


f. Welke redenering volgt Ben? Licht je antwoord toe.

g. Welke functie hebben de 'boogjes' die hij in de grafiek tekent? Licht je antwoord toe.

Kaylee:

- Hoe warm was het om 20 u?
Antwoord: 15°C
- Wanneer was het warmste moment van de dag?
Antwoord: om ongeveer 15.00
- Astrid zegt dat de temperatuur tussen 0 en 8 uur daalde? Wat vind jij?
Antwoord: dat klopt
- Wat was de gemiddelde stijging per uur in de periode van 8 tot 14 uur?
Laat zien hoe je rekent.
Antwoord: *ik keek eerst hoeveel graden het om 8.00 was en toen om 14.00 en daar tussenin zit 15°C. dus gemiddelde is 15°C*



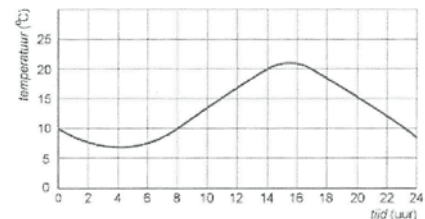
h. Het antwoord van Kaylee lijkt op dat van Hannah. Leg dat eens uit.

► Opgave 2 Studentenwerk: temperatuur

Pabo studenten kregen dezelfde opgave voorgelegd. Analyseer hun oplossingen van 'gemiddelde stijging' aan de hand van de vragen.

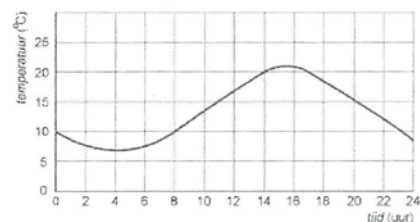
De temperatuurgrafiek

In deze temperatuurgrafiek kun je aflezen dat het om 8 uur precies 10°C was. De maximale temperatuur van 21°C werd iets voor 16.00 uur bereikt. Je kunt ook aflezen dat het tijdens een periode van 9 uur tenminste 15°C was.



Pieter:

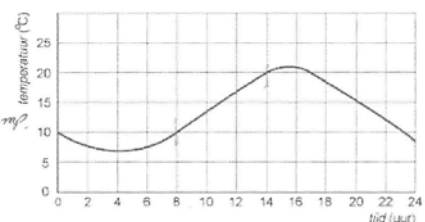
- Hoe warm was het om 20 u? 15°C
Antwoord: 15°C
- Wanneer was het warmste moment van de dag?
Antwoord: *naar 16.00*
- Astrid zegt dat de temperatuur tussen 0 en 8 uur daalde? Wat vind jij?
Antwoord: *de temperatuur daalde tussen 0 en 4*
- Wat was de gemiddelde stijging per uur in de periode van 8 tot 14 uur?
Laat zien hoe je rekent.
Antwoord: *van 10 naar 20*
 10°C in 6 uur $= \frac{20-10}{6} = 1,4$



a. Pieter is goed op weg, maar aan het eind gaat het verkeerd. Welke (reken)fout maakt hij?

Timo:

- Hoe warm was het om 20 u?
Antwoord: 15°C
- Wanneer was het warmste moment van de dag?
Antwoord: *tussen 14 en 16 ongeveer 15.30*
- Astrid zegt dat de temperatuur tussen 0 en 8 uur daalde? Wat vind jij?
Antwoord: *alleen van 0 tot 4 van 4 tot 8 stijgt de temp.*
- Wat was de gemiddelde stijging per uur in de periode van 8 tot 14 uur?
Laat zien hoe je rekent.
Antwoord: *van 10 tot 14 = 4 uur het steeg in die 4 uren 10°C ; $10^{\circ}\text{C} : 4 = 2,5^{\circ}\text{C}$ per uur*



- b. Ook bij Timo gaat het op het einde mis. Wat doet hij verkeerd? Licht je antwoord toe.
Johan:

- Hoe warm was het om 20 u?

Antwoord: 15°C

- Wanneer was het warmste moment van de dag?

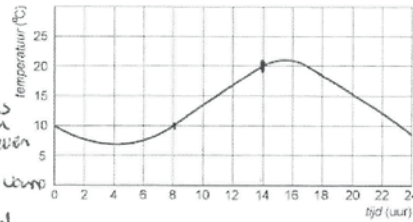
Antwoord: om 15 uur

- Astrid zegt dat de temperatuur tussen 0 en 8 uur daalde? Wat vind jij?

Antwoord: de temperatuur daalde en steeg ook weer dus is eigenlijk gelijk gebleven

- Wat was de gemiddelde stijging per uur in de periode van 8 tot 14 uur? Laat zien hoe je rekent.

Antwoord: $14 - 8 = 6$ uur $20 - 10 = 10^\circ\text{C}$ dus een stijging van 10°C in 6 uur $\approx 10 : 6 = 1,65^\circ\text{C}$ gemiddeld
 $33,3 : 2 = 16,5 + 1,5 + 0,15 = 18,35$



- c. Johan gebruikt de grafiek op de juiste manier. Zijn oplossing ziet er veelbelovend uit. Maar, dan rekent hij $10 : 6$ uit als $33,3 : 2$. Waar komt die deelopgave vandaan en hoe reken hij die uit?
d. Wat vergeet hij nog meer? Licht je antwoord toe.

Anne:

- Hoe warm was het om 20 u?

Antwoord: 15°C

- Wanneer was het warmste moment van de dag?

Antwoord: tussen 15.00 en 16.00

- Astrid zegt dat de temperatuur tussen 0 en 8 uur daalde? Wat vind jij?

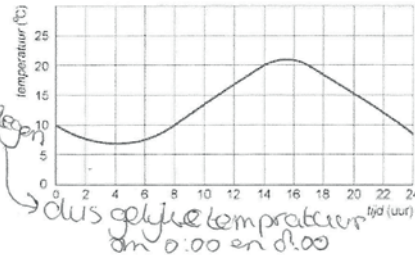
Antwoord: tussen 0 en 8 uur is hij evenveel gedaald als gestegen

- Wat was de gemiddelde stijging per uur in de periode van 8 tot 14 uur? Laat zien hoe je rekent.

Antwoord: $8 : 00 = 10^\circ\text{C}$ $14 : 00 = 20^\circ\text{C}$

$14 - 8 = 6$ uur $20 - 10 = 10^\circ\text{C}$

$10 : 6 = 1,66$



- e. Wat rekent Anne eigenlijk uit?
f. Haar uitkomst ($0,6^\circ\text{C}$) per uur is onjuist. Wat betekent die $0,6^\circ\text{C}$ wel? Licht je antwoord toe.

► Opgave 3 Studentenwerk: wiskundetoets

Pabo studenten kregen deze opgave voorgelegd:

De wiskundetoets

Wilma heeft nog één toets wiskunde voor het eindrapport. Ze heeft tot nu toe de volgende cijfers gehaald: 5,3 – 7,1 – 4,4 – 5,7 en 6,2. Welk cijfer moet ze minstens halen om gemiddeld een 5,5 te hebben?

- a. Reken zelf de opgave uit.

Analyseer de oplossingen van de studenten aan de hand van de vragen bij de oplossingen.

Marianne:

Wilma heeft nog één toets wiskunde voor het eindrapport. Ze heeft tot nu toe de volgende resultaten gehaald: 5,3; 7,1; 4,4; 5,7; 6,2. Welk resultaat moet ze minstens halen om als gemiddelde 5,5 te hebben? Zet je berekeningen hieronder.

$$5,3 + 7,1 + 4,4 + 5,7 + 6,2 = 11 + 10,6 + 7,1 = 28,7$$

$$28,7 : 5 = 5,74$$

$$33 - 6 = 4,3$$

$$250 : 5,74 = 43,55$$

- b. Hoe komt Marianne bij de optelling tot 28,7? Licht je antwoord toe.

c. Wat berekent Marianne met de twee delingen? Hoe komt ze tot het goede antwoord?

Martijn:

Wilma heeft nog één toets wiskunde voor het eindrapport. Ze heeft tot nu toe de volgende resultaten gehaald: 5,3; 7,1; 4,4; 5,7; 6,2. Welk resultaat moet ze minstens halen om als gemiddelde 5,5 te hebben? Zet je berekeningen hieronder.

Handwritten calculations for the average problem:

$$\begin{aligned}
 &+ 7,1 \rightarrow 1,6 \\
 &5,7 \rightarrow 0,2 \\
 &6,2 \rightarrow 0,7 \\
 &\quad + 2,5 \\
 &- 5,3 \rightarrow 0,2 \\
 &4,4 \rightarrow 1,1 \\
 &\quad - 1,3 \\
 &2,5 - 1,3 = 1,2 \\
 &5,5 - 1,2 = 4,3 \\
 &\text{check: } 5,3 + 7,1 + 4,4 + 5,7 + 6,2 = 28,7 \\
 &\quad 28,7 + 4,3 = 33 \\
 &\quad 33 : 6 = 5,5
 \end{aligned}$$

Wilma wiskunde: het woord minstens (moet ze minstens) klopt voor mij niet. Er wordt een heel precies antwoord gevraagd, nl het precieze resultaat om tot het gem. van 5,5 te komen.

d. Chapeau voor Martijn! Hij controleert zijn berekening achteraf ook nog eens! Maar, wat hij doet eigenlijk precies? Licht je antwoord toe.

Reflectie:

Martijn maakt ook een opmerking over de opgave. Nu is het bij dit soort berekeningen zo, dat je graag wilt dat het gemiddelde minstens een 5,5 is, zodat het eindcijfer kan worden afgerond naar een 6. Maar Martijn heeft toch wel gelijk met zijn laatste opmerking.

► Opgave 4 Studentenwerk: natuurkunde

Pabo studenten kregen deze opgave voorgelegd:

Natuurkunde

Voor het vak natuurkunde had Wilma als cijfers: 6,7 - 5,1 - 7,6 en 8,4. Ze had nog één toets voor de boeg. Uiteindelijk is haar gemiddelde cijfer – na de normale afronding – een 7. Welke cijfers kan ze voor de laatste toets gehaald hebben?

a. Los de opgave op. Let op de 'normale' afronding.

Analyseer de oplossingen van de studenten aan de hand van de vragen.

Charissa:

Handwritten analysis for Charissa's solution:

$$\begin{aligned}
 &0,3 \text{ te kort} & 0,6 \text{ te veel} \\
 &1,9 \text{ te kort} & 1,4 \text{ te veel} \\
 &= & = \\
 &2,2 \text{ te kort} & 2,0 \text{ te veel} \\
 &\quad \text{dus nog } 0,2 \text{ punten} \\
 &\quad \text{ebg} \\
 &\quad \text{7,2}
 \end{aligned}$$

b. Leg uit hoe Charissa aan haar antwoord (7,2) komt?

Suzan:

Handwritten analysis for Suzan's solution:

$$\begin{aligned}
 &6,7 \\
 &5,1 \\
 &7,6 \\
 &8,4 \\
 &\hline
 &27,8 \\
 &\text{normale afronding: tussen 6,6 en 7,4} \\
 &6,6 \times 5 = 33 \rightarrow 5,2 \\
 &7,4 \times 5 = 37 \rightarrow 7,2 \\
 &\rightarrow \text{een cijfer tussen 5,2 en 7,2}
 \end{aligned}$$

- c. Suzan geeft de marge aan in de cijfers die Wilma kan halen. Hoe komt ze daarbij?
- d. Helaas klopt haar antwoord niet. Welke fout(en) heeft Suzan gemaakt?
- Thomas:

$$\begin{array}{l}
 6,7 + 5,1 + 7,6 + 8,4 = 27,8 \\
 32,5 - 27,8 = 4,7 \\
 37 - 27,8 = 9,2 \\
 \hline
 \text{toetscijfer: } 5 \times 7 = 35 \\
 \text{gerafond 7 is alle cijfers tussen 6,5 en 7,4} \\
 5 \times 6,5 = 32,5 \\
 5 \times 7,4 = 37 \\
 \text{bij een cijfer tussen de 4,7 en de 9,2 zal} \\
 \text{Wilma op haar eindrapport een afgeronde} \\
 7 \text{ kreeg.}
 \end{array}$$

- e. De uitwerking van Thomas is bijna correct. Beschrijf zijn gedachtegang.
- f. Welke denkfout maakt Thomas?

1.14 Wanneer gebruik je welke grafiek?

Als je een onderzoek hebt gedaan, orden je de gegevens die je verzameld hebt vaak eerst in een tabel. Als je het resultaat wilt verduidelijken, doe je dat met een grafische weergave, een grafiek. Dat ziet er beter uit en is duidelijker dan een tabel. Anders gezegd: je bewerkt de gegevens statistisch. Hoofdstuk 2 bespreekt allerlei grafieken en diagrammen waarvan lijngrafieken, cirkeldiagrammen, staafgrafieken en histogrammen het meest worden gebruikt. Maar, wanneer gebruik je eigenlijk welke grafiek?

Voorbeeld 1 Winstcijfers

Een bedrijf publiceert elk jaar de winstcijfers en wil daarmee haar winstontwikkeling aantonen.

Vraagstelling:

Welke soort grafiek is daarvoor het meest geschikt?

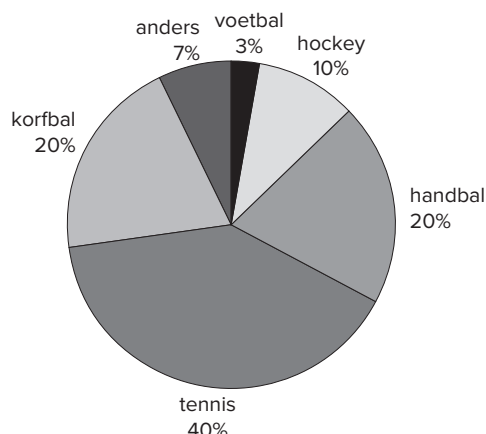
- a. Een staafgrafiek?
- b. Een lijn grafiek?
- c. Een cirkeldiagram?

Oplossing:

Winstcijfers worden jaarlijks bepaald, met andere woorden: je hebt de beschikking over één meting (getal) per jaar.

Cirkeldiagram

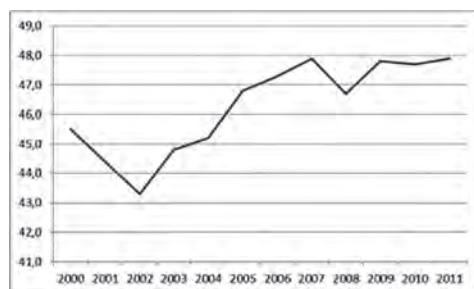
Een cirkeldiagram geeft een onderverdeling weer en is niet zo geschikt om een ontwikkeling te laten zien. De verdeling in 'Sportbeoefening' kun je met een cirkeldiagram prima laten zien, maar om een ontwikkeling te laten zien, is een cirkeldiagram niet geschikt.



Lijngrafiek

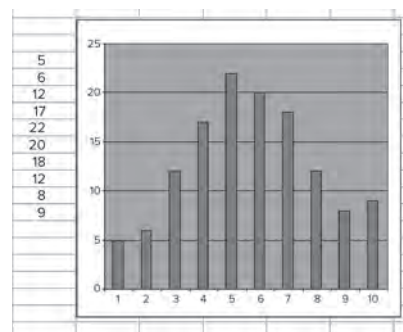
Een lijngrafiek lijkt de beste manier om de winst en de winstontwikkeling te laten zien. Een lijngrafiek geeft de hoogte van de winst weer met een punt in de grafiek. Als je de punten die de verschillende jaren weergeven met elkaar verbindt, ontstaat er een lijn. Die lijn toont de winstontwikkeling over de gemeten jaren. Je ziet direct of de winst per jaar gedaald is of gestegen.

Maar, let op: je kunt een lijngrafiek in dit soort gevallen niet gebruiken omdat je bij een lijngrafiek elke waarde op de assen af kunt lezen. De lijn verbindt immers ook alle tussenliggende punten. Het lijkt alsof je op elk gewenst moment iets kunt zeggen over de jaarwinst en dat is niet zo. Halverwege een jaar is de winst bijvoorbeeld nog niet bekend. De tussenwaarden in de grafiek hebben geen betekenis omdat je maar over één waarneming per jaar beschikt. Ook een lijngrafiek is hier dus niet zo geschikt.



Histogram

Een staafgrafiek in de vorm van een histogram is de beste optie omdat tijd bij ontwikkeling een belangrijke rol speelt. Het verloop van de tijd is op de verticale as afgezet. Het gaat om jaarlijkse waarnemingen, dus verwisselen van de staafjes is niet mogelijk. De hoogte van de winst bepaalt de lengte van de staafjes. Daarom is een histogram het meest geschikt.



Voorbeeld 2 Staafgrafiek of histogram?

Marinke beweert: Een histogram is altijd een staafgrafiek. Peter zegt: Een lijngrafiek kun je alleen gebruiken als de horizontale as een tijdas is. Wie heeft gelijk?

Welke uitspraak klopt?

- a. Peter en Marinke hebben beiden gelijk.
- b. Marinke heeft gelijk en Peter niet.
- c. Peter heeft gelijk en Marinke niet.
- d. Beiden hebben ongelijk.

Oplossing:

Een histogram is een bijzondere staafgrafiek, dus Marinke's bewering klopt. Een lijngrafiek kun je ook gebruiken als er hoeveelheden op de horizontale as staan. Peters bewering is dus onjuist. Conclusie: antwoord b is juist.

Met de opgaven 1 tot en met 6 oefen je het kiezen van de juiste grafiek.

► Opgave 1 Pabo resultaten

Een Pabo maakt een grafische voorstelling van de scores van de rekentoets van alle eerstejaars studenten. Welke soort grafiek is daarvoor het meest geschikt? Licht je antwoord toe.

► Opgave 2 Vogeltelling

De Vogelstichting verzorgt elk jaar een vogeltelling. Duizenden mensen doen mee. De resultaten worden verzameld. De zes meest voorkomende soorten vormen ieder een aparte categorie. De andere soorten vormen de categorie 'overige soorten'.

Welke grafiek is het meest geschikt om de telling weer te geven? Licht je antwoord toe.

► Opgave 3 De zonnebloem.

De hoogte van een pas gezaaide zonnebloem wordt verschillende keren gemeten, maar niet regelmatig: na week 2, week 5, week 6, week 9, week 11, week 15, week 16, week 17 en week 20.

Welke soort grafiek is het meest geschikt om de lengte van de zonnebloem, ook op andere dan de momenten waarop wordt gemeten, af te lezen? Licht je antwoord toe.

► Opgave 4 Beoordeel de uitspraken.

Uitspraak 1: Een cirkeldiagram heeft niet altijd een verdeling van in totaal 100%.

Uitspraak 2: In een histogram is het toegestaan om de staafjes te verwisselen.

Welke van de volgende beweringen is juist? Licht je antwoord toe.

- a. Uitspraak 1 is juist en uitspraak 2 is onjuist.
- b. Uitspraak 1 is onjuist en uitspraak 2 is juist.
- c. Beide uitspraken zijn juist.
- d. Beide uitspraken zijn onjuist.

► Opgave 5 Welke gegevens zijn geschikt?

Welke van deze gegevens kun je in een cirkeldiagram weergeven? Noteer je antwoord en licht het met steekwoorden toe. Geef bij een negatief antwoord een alternatieve grafische weergave.

- a. Examencijfers wiskunde van HAVO5 van een scholengemeenschap.
- b. Vakantiebestemmingen van de Nederlanders in 2008.
- c. Inflatiecijfers van de afgelopen 25 jaar.
- d. Neerslagcijfers van de maand april.
- e. Appeloogst uitgesplitst naar soort appel.

Opgave 6 Een onderzoek

Doe in je eigen klas een onderzoek naar de tijd (in minuten) die je medestudenten nodig hebben om van huis naar school te komen. Zet de gegevens in een tabel en maak er een grafiek van. Doe hetzelfde op je stageschool met de kinderen van groep 7 of 8. Je mag natuurlijk ook een ander onderwerp nemen.

1.15 Gevarieerde opgaven

In deze paragraaf oefen je de opgaven van vorige paragrafen als voorbereiding op de toets Verbanden die in paragraaf 1.16 is opgenomen.

► Opgave 1 Verkiezingen

Deze tabel geeft de peiling en de werkelijke uitslag weer van de Tweede Kamerverkiezingen 2012.

Partijen	Peiling 30 aug. 2012	Zetels Tweede Kamer vanaf 2010	Relatieve verdeling peiling	Procentuele verandering zetels TK t.o.v. peiling	Zetels Tweede Kamer vanaf sept. 2012
VVD	34	31		+ 9,7%	41
SP	27	15			15
PvdA	26	30			38
CDA	13	21			13
PVV	20	24			15
D66	14	10			12
GL	4	10			4
CU	5	5			5
SGP	2	2			3
PvdD	4	2			2
50+	1	-			2
Overig	-	-			-
Totaal	150	150	100%		150

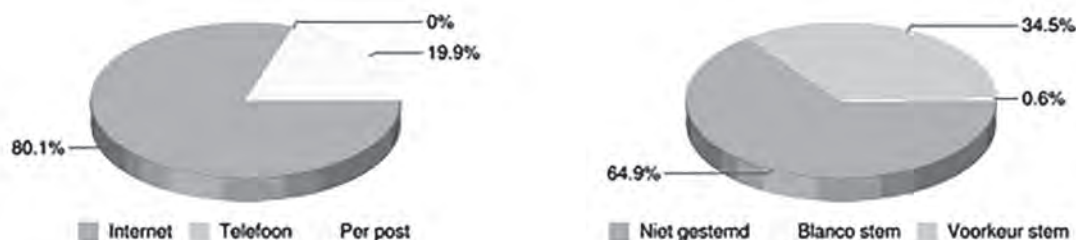
(Bron peiling: Synovate)

Beantwoord de vragen.

- Op welke manier kun je deze peiling grafisch weergeven? Licht je antwoord toe.
- Noteer de getallen van de kolom 'Relatieve verdeling peiling'.
- Maak voor de peiling van 30 augustus een sectordiagram dat bestaat uit 7 sectoren. Gebruik een sector voor elk van de zes grootste partijen en de zevende sector voor de 'overige partijen'.
- Controleer met een berekening de +9,7% in de kolom 'Procentuele verandering TK t.o.v. peiling'. Noteer je controleberekening en noteer de getallen voor die kolom.
- De uitslag verschilt van de peiling. Voor welke partij is dat verschil absoluut gezien het grootst? Voor welke partij is dat verschil relatief gezien het grootst?

► Opgave 2 De voorzitter wordt gekozen

De leden van de Partij van de Arbeid kiezen hun nieuwe voorzitter. De statistische gegevens zijn grafisch weergegeven in de twee cirkeldiagrammen.



Statistiek

Stemgerechtigden	53531	100%	
Opkomstpercentage	18806	35,1%	
Voorkeur stemmen	18484	34,5%	
Blanco stemmen	322	0,6%	

Ronde 1

Hans Spekman	15126	81,8%	
Piet Boekhoudt	1815	9,8%	
René Kronenberg	1543	8,3%	

Winnaar

Hans Spekman	15126	81,8%	
--------------	-------	-------	--

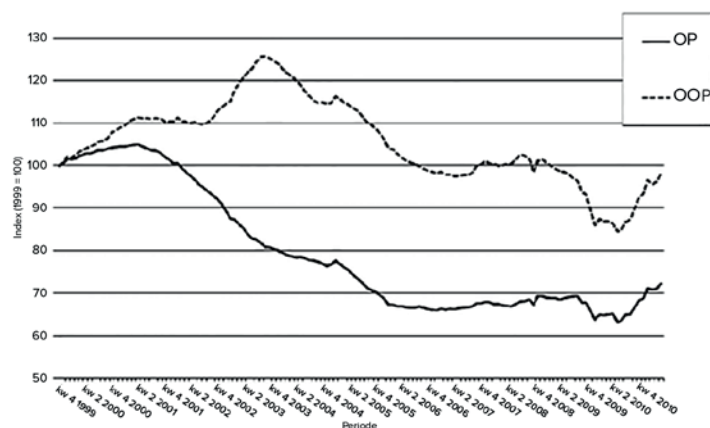
Beantwoord de vragen.

- Welke gegevens zijn grafisch weergegeven in deze twee cirkeldiagrammen?
- Welk gegeven lijkt overbodig in cirkeldiagram 1?
- De 64,9% deelname uit cirkeldiagram 2 komt overeen met de statistische gegevens daaronder. Toon dat aan.
- Hoe kan er bij Hans Spekman 81,8% staan, terwijl slechts 35,1% van de leden gestemd heeft?
- Hoe kun je snel zien dat de staven dezelfde informatie geven als de getallen?

► Opgave 3 Ziekteverzuim

Deze grafiek bevat gegevens over het ziekteverzuim van personeel in het Primair Onderwijs van december 1999 tot en met december 2010.

Let op: OP betekent 'onderwijsgevend personeel'. OOP betekent 'onderwijs ondersteunend personeel'



Ziekteverzuim Primair Onderwijs (PO)

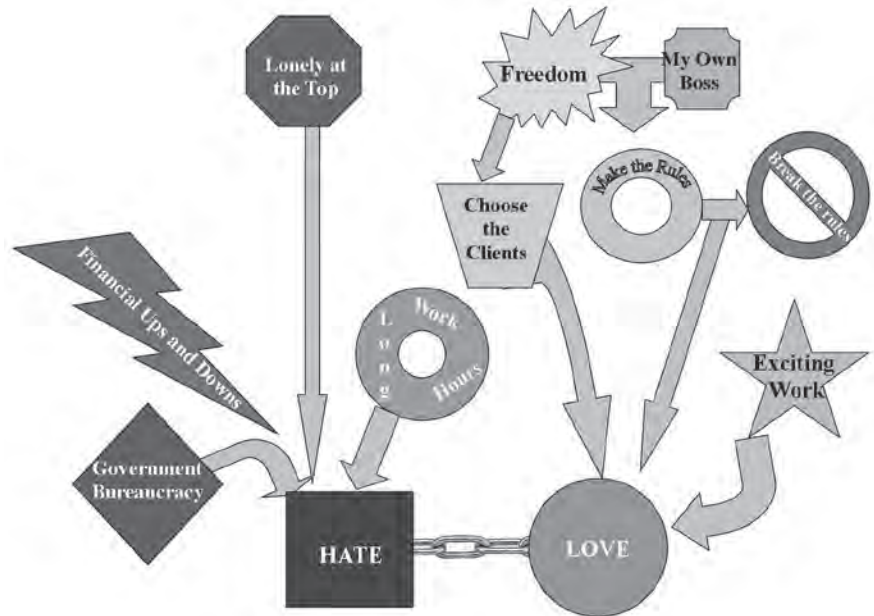
Beantwoord de vragen.

- Welke trend laten de beide grafieken zien?
- Wat betekent: 'december 1999 = 100'?
- Doe een gefundeerde uitspraak over de aantallen zieken. Licht je antwoord toe.
- Het aantal zieken bij het OOP is ongeveer terug op het startniveau. Bij het OP is dat niet. Bereken de gemiddelde jaarlijkse daling bij het OP over de gehele periode.

► Opgave 4

It's lonely at the top

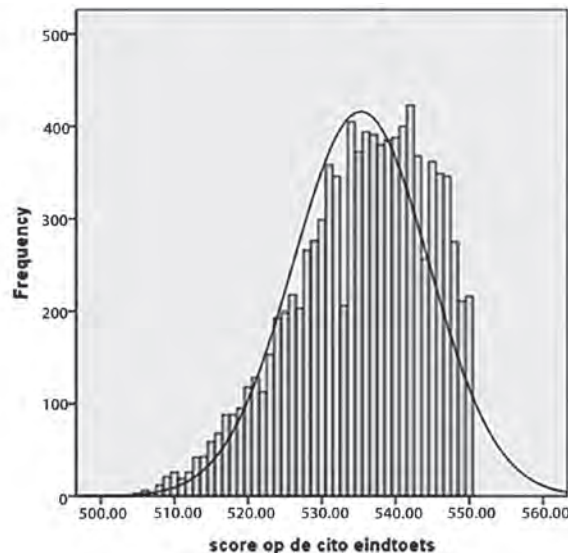
Welke conclusie kun je uit dit infogram trekken? Beschrijf dat in steekwoorden.



► Opgave 5 CITO scores

Deze grafiek geeft een groepsscore op de CITO eindtoets weer. Beantwoord de vragen.

- Hoe hoog is de maximale score?
- Welke score is het meest behaald?
- Een staaf is veel korter. Hoe komt dat?
- De getekende lijngrafiek heet een 'normaalkromme' en geeft de verdeling die je 'normaal gesproken' mag verwachten. Waarom is die lijn hier getekend, denk je?
- Kun je uit de grafiek aflezen dat 9.559 kinderen de toets gemaakt hebben? Licht je antwoord toe.
- De grafiek is een histogram. Waarom is dat de juiste grafische weergave?



► Opgave 6 Een stroomschema

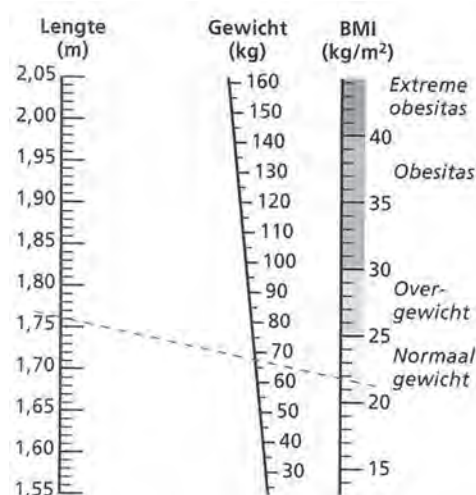
Ontwerp een stroomschema dat uit een verzameling hele getallen alle even getallen filtert en ze vervolgens uitprint.

► Opgave 7 De Quetelet index (BMI)

Deze grafiek is ontworpen door de Belgische wiskundige L.A.J. Quetelet. Je leest erin af of je een gezond gewicht hebt. Je Body Mass Index (BMI) bereken je door je gewicht te delen door het kwadraat van je lengte (in meter). Ben je 1,76 meter en weeg je 68 kg, dan heb je een BMI van $68 : (1,76)^2 = 21,95$, afgerond is dat 22 (zie de grafiek).

Beantwoord de vragen.

- Lees af welk BMI hoort bij 85kg en 193cm? Controleer je antwoord met een berekening.
- Charlotte (1,70m) is te zwaar. Hoeveel kilogram weegt zij minimaal?
- Frans is 77 kg en zijn BMI tussen 20 en 25. Hoe lang is hij minimaal? En maximaal?



► Opgave 8 Wilma's rapport

Wilma heeft al 5 cijfers voor wiskunde gehaald: 5,3 - 7,1 - 4,4 - 5,7 en 6,2. Er is nog één toets voor het eindrapport.

- Welk cijfer moet Wilma halen om gemiddeld tenminste een 5,5 te staan?
- Wilma staat uiteindelijk een 6,1 gemiddeld. Welk cijfer heeft ze voor haar laatste toets gehaald? Afronden op een decimaal.
- Bij natuurkunde heeft Wilma als cijfers: 6,7 - 5,1 - 7,6 en 8,4. Op haar eindrapport heeft ze een 7. Welk cijfer heeft ze minimaal op de laatste toets gehaald. Denk aan het afronden!

► Opgave 9 Een taxiritje

Taxibedrijf 'Vlot en Veilig' hanteert als starttarief € 5,-. De kilometerprijs is € 0,80 per km voor de eerste 10 km. Daarboven betaalt de klant € 0,35 per km. Het aantal km wordt naar boven afgerond op een geheel aantal. Beantwoord de vragen.

3 6 4 , 0 km

3 6 8 , 4 km

- Een duur ritje?
Welk bedrag in Euro moet ik betalen? Noteer je berekening.
- Een lange rit?
Hoeveel km is deze taxirit? Noteer je berekening.
- Teken op papier met ruitjes van 0,5 cm x 0,5 cm een grafiek die de relatie tussen de taxiprijs en het aantal kilometers weergeeft.



► Opgave 10 Een onderzoek

Deze tabel bevat de kale waarnemingsgetallen van een onderzoek.

waarnemingsgetal	4	5	6	7	8	9	10	11	12
frequentie	2	5	11	18	23	17	6	5	1

Beantwoord de vragen.

- Hoeveel metingen zijn er in totaal voor het onderzoek verricht?
- Bereken het gemiddelde van de getallen. Noteer je berekening.
- Benoem de modus en de mediaan.
- De frequentie van de waarnemingsgetallen 11 en 12 verandert in respectievelijk 10 en 5. Wat is het effect op het gemiddelde, de modus en de mediaan?

1.16 Eindtoets Verbanden

Deze toets is een indicatie van je gecijferdheid op het onderdeel Verbanden. Als je deze opgaven correct maakt, kun je de Kennisbasistoets rekenen voor dit onderdeel met vertrouwen tegemoet zien. Het is overigens niet de bedoeling dat je de opgaven alleen maar correct oplost. Het gaat er ook om dat je een efficiënte aanpak gebruikt.

- Opgave 1 Scores per wedstrijd
- Opgave 2 De treintijden tabel
- Opgave 3 In verwachting
- Opgave 4 De huizenmarkt
- Opgave 5 Accijns
- Opgave 6 De goudprijs
- Opgave 7 Stapel van diagrammen
- Opgave 8 De dag in Groningen
- Opgave 9 Vreemde jaren
- Opgave 10 Appeloogst

► Opgave 1 Scores per wedstrijd

Carmelo Anthony, een van de beste basketbalspelers ter wereld, heeft zijn faam bij de New York Knicks gevestigd door zijn hoge scores per NBA wedstrijd:

Score	≤20	21	22	23	25	26	27	28	29	32	33	35	36	37	>37
Aantal wedstrijden	5	4	5	1	4	3	4	2	1	6	2	4	1	3	4

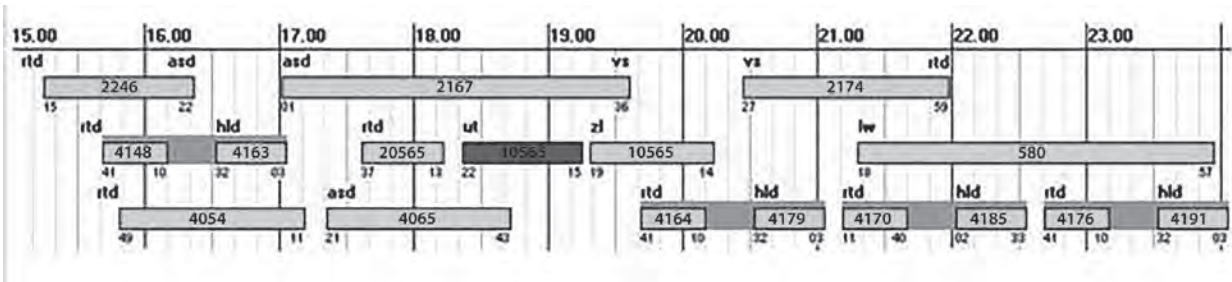
Scores Carmelo Anthony

Beantwoord de vragen.

- a. Van hoeveel wedstrijden zijn de scores in de tabel vermeld?
- b. Bepaal de mediaan en de modus.
- c. Bereken zo goed mogelijk de gemiddelde score per wedstrijd. Benoem je aannames.
- d. Teken het histogram van deze tabel op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm. Gebruik 6 klassen in de grafiek.

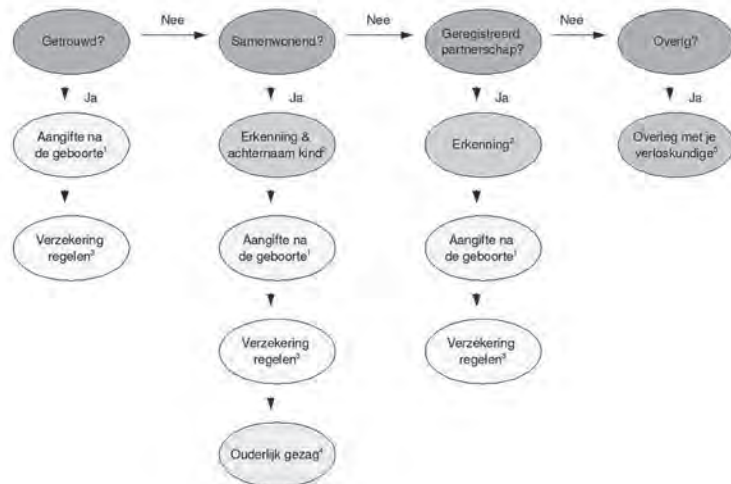
► Opgave 2 De treintijden tabel

De treintijden tabel is een onderdeel van de dienstregeling van een spoorwegnet.



Noem tenminste drie soorten gegevens uit deze tabel.

► **Opgave 3** In verwachting Marion is in verwachting, maar er moet nog een hoop gebeuren. Daarvoor gebruikt ze dit schema. Klopt het? Licht je antwoord toe.

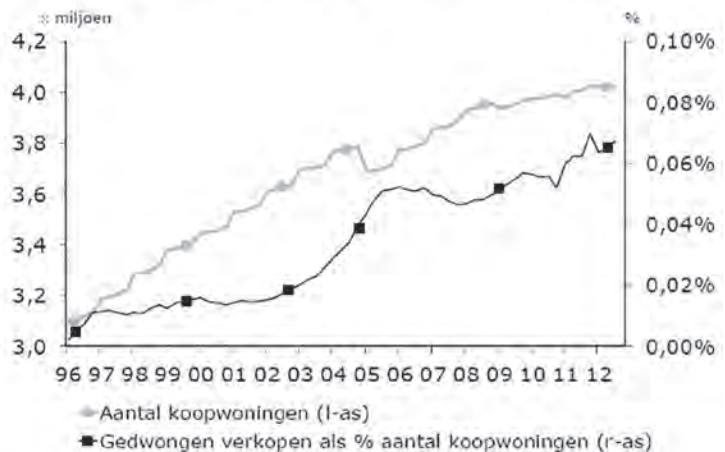


► **Opgave 4** De huizenmarkt Deze grafiek bevat informatie over gedwongen verkopen van huizen, bijvoorbeeld als de eigenaar de financiële lasten niet meer kan opbrengen.

- Hoeveel koopwoningen waren er in 2000?S
- Welke soort informatie staat op rechter as?
- Hoeveel gedwongen verkopen waren er in 2010?

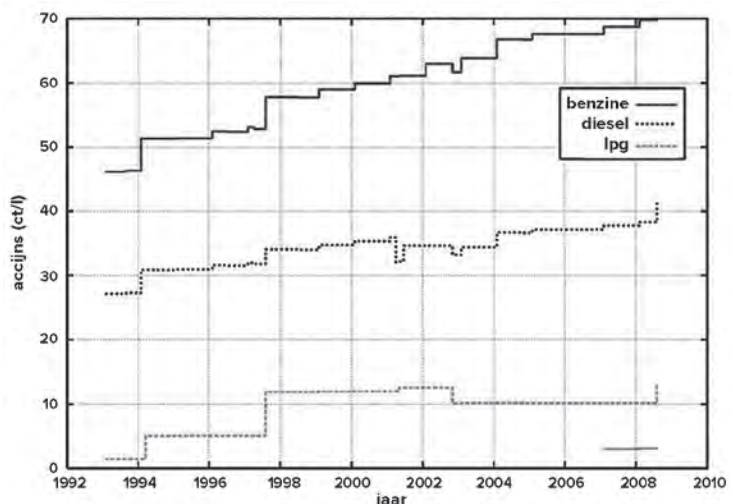
Bron: Kadaster en CB

Figuur 8: Aantal gedwongen verkopen constant



► **Opgave 5** Accijns Deze grafiek bevat informatie over de accijns op brandstoffen. Beantwoord de vragen.

- Hoeveel cent accijns betaalde je in 2001 per liter diesel?
- Hoeveel cent accijns betaalde je in 1995 op 45 liter benzine?
- Over welke jaren geeft deze grafiek informatie?
- Wat is er onjuist aan de lijnen in de grafiek?



► Opgave 6 De goudprijs

De grafiek '10 Year Gold' geeft de ontwikkeling weer van de goudprijs per ounce (31,1 gram) in dollars (USD) gedurende een aantal jaren.

- Hoeveel procent neemt de goudprijs in 10 jaar toe?
- Beleggers maakten zich in april 2000 ernstig zorgen. Waarom?
- Hoe was dat in april 2006?
- Doe op basis van deze grafiek een voorspelling voor de prijs in april 2008 en april 2010. Licht je voorspelling toe.
- Waarom is de verticale schaalverdeling eigenlijk onjuist?
- Komen de gegevens uit de grafieken '10 Years Gold' en 'Gold' overeen. Licht je antwoord toe.
- Wat betekenen de lijnen in de grafiek?



► Opgave 7 Oefenen met stapeldiagrammen

Deze twee stapeldiagrammen geven informatie over hetzelfde onderzoek. Het doet er niet toe welk onderzoek dat is, het gaat hier om de oefening in het lezen en interpreteren.

Diagram 1:

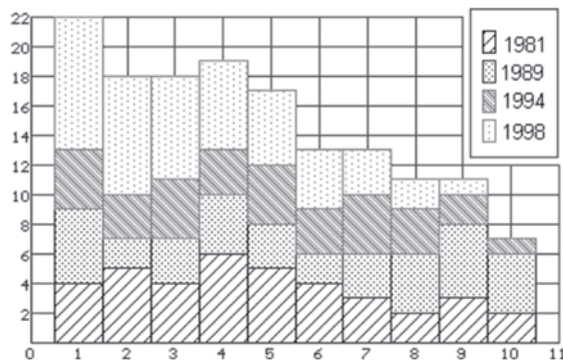
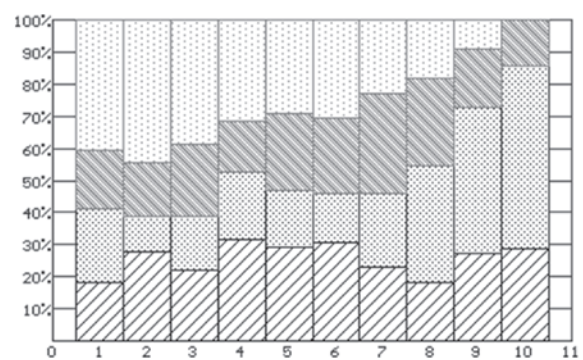


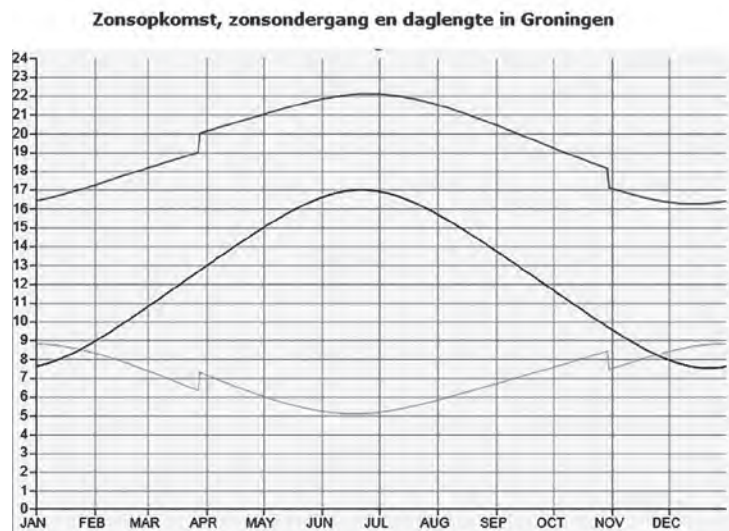
Diagram 2:



- Waarom zijn dit histogrammen?
- Lees in de grafiek het aantal bij 9 in 1989 af.
- In diagram 1 is de gemeten hoeveelheid in 1994 bij zowel 2 als bij 8 de waarde 3. Hoe kan het dan dat in 1994 de staaf in diagram 2 bij 8 langer is dan bij 2?
- De beide grafieken gaan over hetzelfde onderzoek. Toon dat aan door een berekening met de gegevens bij 10.

► Opgave 8 Een dag Groningen

Deze drie lijngrafiek bevatten informatie over de daglengte, het uur van zonsopkomst en het uur van zonsondergang in Groningen gedurende een heel jaar. Beantwoord de vragen.

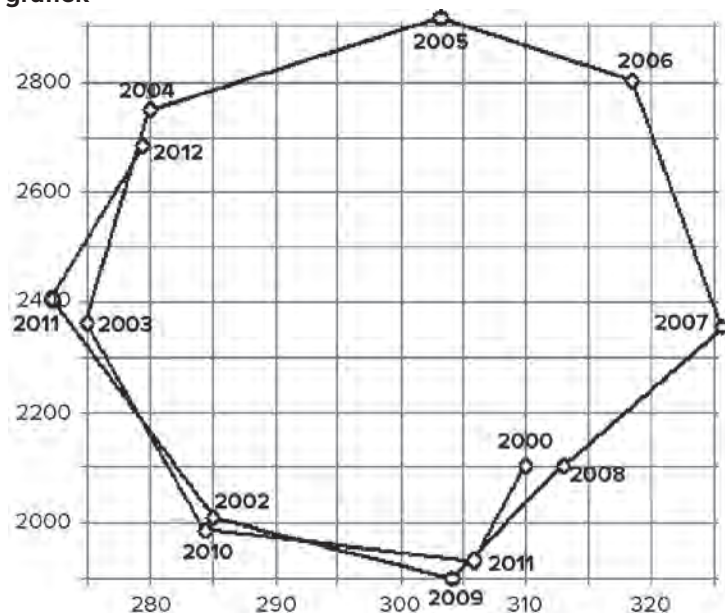


- Welke waarden staan in de drie grafieken voor 1 mei.
- Welke grafiek gaat over zonsopkomst? Welke gaat over zonsondergang? Waarom?
- Twee van de drie grafieken hebben een knik. Waar en waarom is dat, denk je?
- Hoe kun je de grafiek die grotendeels in het midden staat afleiden uit de andere twee?
- Waarom heeft die grafiek geen knik, denk je?

► Opgave 9 Een prooidier en roofdier grafiek

Deze grafiek bevat informatie over de relatie tussen het aantal prooidieren (konijnen – verticale as) en het aantal roofdieren (vossen – horizontale as) in een gebied. In 2011 waren er 272 vossen en 2.400 konijnen.

- Noteer de waarden van 2005 voor de vossen en konijnen.
- Plaats voor de jaren 2000 tot en met 2012 de aantallen vossen en konijnen in een tabel.
- Teken de bijbehorende lijngrafiek die bij de tabellen horen op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm. Gebruik twee verticale assen.



► **Opgave 10** Appeloogst

Er is dit jaar een goede appeloogst.

Soort appel	Oogst in miljoenen kg	%
Elstar	134	
Jonagold	96	
Braeburn	75	
Golden Delicious	49	
Cox	38	
Kanzi	26	
Totaal	418	

Beantwoord de vragen.

- Hoeveel procent van de totale appeloogst bestaat uit de soort Elstar?
- De gemiddelde appeloogst is 50 ton per hectare. Hoeveel hectare grond is er in gebruik?
- Welke twee soorten grafieken kun je gebruiken om deze tabel weer te geven?
- Kun je met deze gegevens het gemiddelde, de modus en de mediaan uitrekenen?
Licht je antwoord toe!

1.17 Kernbegrippen Kennisbasis verbanden

De omschreven Kernbegrippen zijn expliciet benoemd in de Kennisbasis. Ze zijn hier in alfabetische volgorde, voorzien van een definitie en uitleg, opgenomen

- **Abstractie**

Het kunnen weglaten van aspecten van een vraagstuk die niet relevant zijn om het vraagstuk op te lossen.

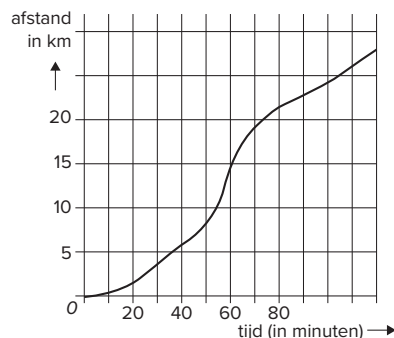
- **Abstraheren**

Los kunnen komen van details en kunnen denken in grote, het concrete overstijgende, lijnen; je kunnen richten op de essentiële aspecten. De samenvatting van een artikel noem je ook wel een ‘abstract’..

- **Assen**

De assen van een grafiek zijn de lijnen waarop de weergegeven grootheden zijn benoemd en eventueel onderverdeeld in eenheden. Vaak hebben assen een naam of titel en staat de betekenis van de getallen vermeld. Assen zijn bijna altijd horizontaal en verticaal getekend.

In het voorbeeld van de tijd – afstand grafiek staat de grootte tijd op de horizontale as met als eenheid minuut. Op de verticale as staat de grootte afstand met als eenheid kilometer.



- **Assenstelsel**

Een tweedimensionaal assenstelsel bestaat uit een horizontale (x-as) en een verticale (y-as) getallenlijn. Met deze ‘assen’ kun je de locatie in het platte vlak van een punt in het assenstelsel bepalen door dat punt van coördinaten te voorzien, bijvoorbeeld: E(5,6).

Een driedimensionaal assenstelsel heeft ook een Z-as die de ruimtelijke positie van het punt aangeeft, bijvoorbeeld: E(5,6,3).

- **Beelddiagram:**

Een grafische voorstelling waarin cijfermatige gegevens zijn vervangen door beeld, bijvoorbeeld een pictogram of figuurtjes die vaste aantallen representeren.

- **Betrouwbaarheid**

Betrouwbaarheid betekent eigenlijk vooral ‘herhaalbaarheid’, dat wil zeggen: een onderzoek levert bij herhaling met een vergelijkbare doelgroep ook vergelijkbare resultaten en vergelijkbare conclusies op. Naast dit begrip is de term “validiteit” ook van belang bij een onderzoek; de uitslag van een onderzoek is betrouwbaar, als de gemeten uitslag is wat je wilde meten. Met het onderstaande figuur zijn de begrippen duidelijk te maken. Een goede schutter (die de roos goed weet te benaderen) “= betrouwbaar” en een goed wapen (dus zonder afwijkingen) “= valide”.

- **Causaal**

Letterlijk betekent causaal: oorzakelijk. Causaal gebruik je in ‘een causaal verband’, dat is het verband tussen de oorzaak en het directe gevolg daarvan.

- Voorbeeld 1: Als het regent, vormen zich plassen water op de verharde weg. De primaire, directe oorzaak van die plassen water is de regen. Er is een causaal verband tussen de regen en de vorming van plassen water op de verharde weg. Er is natuurlijk ook een mogelijk verband tussen de verharding van de weg en het ontstaan van plassen, maar dat is geen primair verband.

- Voorbeeld 2: Als het vriest, ontstaat er een laag ijs op sloten en kanalen. Er is een primair, direct verband tussen de temperatuur van de omgeving en de vorming van ijs op sloten en kanalen.

- **Centrummaat**

Veel voorkomende gegevens in het lezen en interpreteren van verbanden:

- De belangrijkste centrummaat is het (rekenkundig en gewogen) gemiddelde, Je berekent een gemiddelde als volgt:

(Som van de waarnemingsgetallen)

(Het totale waarnemingsgetallen)

Houd bij de berekening rekening met het aantal waarnemingen (de frequentie). Elk getal telt bij het bepalen van een gemiddelde mee, ook al zijn er meer dan één van die waarden.

- Een van de andere belangrijke centrummaten is de modus. De modus is de waarneming die het vaakste voorkomt. Is er sprake van een verdeling in groepen, dan is de groep met de meeste waarnemingen de modale groep.
- Een andere maat is de mediaan: de middelste waarneming nadat alle waarnemingen op volgorde zijn geplaatst.

- **Concretiseren**

Voorstelbaar maken van een (vaak) theoretisch begrip, m.a.w.: theorie omzetten in praktische vragen en uitwerkingen. Bijvoorbeeld door een schets te maken van de bouw van een veranda.

- **Continu**

Continu betekent letterlijk ononderbroken, of doorgaand. Een goed voorbeeld is deze grafiek. Om een continue grafiek te tekenen, hoef je je pen of potlood niet van papier te halen. Bij een continue grafiek, bijvoorbeeld bij het verloop van temperatuur, hebben alle punten op de grafiek een betekenis. Je spreekt dan ook wel over de continuïteit van de grafiek.

- **Continuïteit**

Zie: Continu

- **Continue processen**

Processen die niet onderbroken worden.

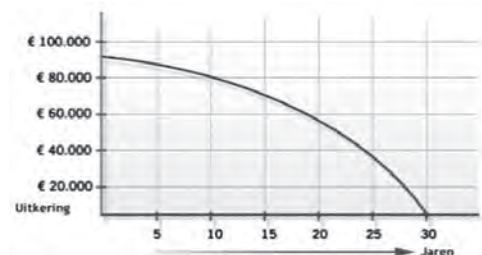
- **Correlatie**

Samenhang tussen twee verschijnselen of variabelen, maar geen causaal verband omvat. Een hoge correlatie betekent meestal 'gelijktijdigheid', bijvoorbeeld de groei van het aantal ooievaars en geboortes, en geen causaal verband, maar wordt vaak wel zo gebracht of geïnterpreteerd.

- **Dalen (Zie ook: Stijgen)**

Grafieken dalen als de lijn in de grafiek (van links naar rechts gezien) naar beneden gaat, dat wil zeggen: als de volgende waarde weergegeven in de grafiek kleiner is dan elke voorafgaande (Zie de grafiek bij 'Continu').

- Voorbeeld: de afname van een uitkering van een levensverzekering over 30 jaar. Op de x-as van de grafiek staat het verloop van de tijd in jaren aangegeven, op de y-as de hoogte van de uitkering.



- **Deciel**

Een deciel is 1/10 deel van een geheel. Een verdeling of een maat kun je opsplitsen in 10 delen van gelijke grootte. De term deciel komt van het woord 'deca' dat 10 betekent. Een meter kun je opdelen in 10 decielen van een decimeter.

- Voorbeeld 1: De uitspraak 'de lengte van de meeste pas geboren baby's bevindt zich in het 4e en 5e deciel', betekent dat de meeste pas geboren baby's tussen de 40 tot 60 cm lang zijn. Dat is overigens niet erg nauwkeurig!

- Voorbeeld 2: De verdeling in decielen zie je ook terug in de scores die kinderen behalen op de CITO Eindtoets Basisonderwijs. De scores op de eindtoets lopen van 500 tot en met 550. De verdeling in decielen wordt gebruikt bij de rapportage van de resultaten. In het eerste deciel bevinden zich de kinderen met de 10% laagste scores, in het tiende deciel die met de 10% hoogste scores. Dat wil dus niet zeggen dat alle kinderen in het 10e deciel een score van 550 hebben behaald!

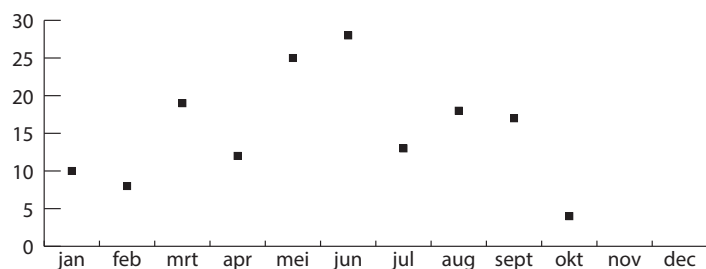
- **Discreet en discontinuïteit.**

Zie: Discrete (discontinue) situaties.

- **Discrete (discontinue) situaties**

Een situatie noem je discreet (of discontinu) als niet alle punten in de grafiek een waarde of betekenis hebben (zie: Continu en Verandering). In een grafiek zie je dat aan de sprongen of gaten in de grafiek. Bij het tekenen van zo'n grafiek, is het onvermijdelijk je potlood of pen van het papier te halen.

- Voorbeeld: de grafiek van het aantal verkochte auto's per maand van showroom 'Autodeal' te Mijdrecht over dit afgelopen jaar. Bij de weergave van dergelijke gegevens gebruik je alleen hele getallen.

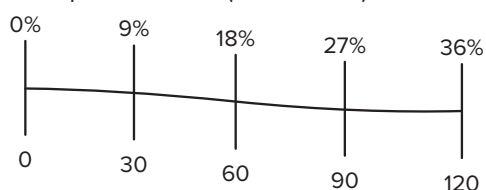


• Doelgroep

De populatie waarop een onderzoek is gericht of waarover een onderzoek uitspraken wil doen.

• Dubbele getallenlijn

Een dubbele getallenlijn is een rekenmodel in de vorm van een lijn waarop je aan de boven- en onderkant getallen plaatst om ermee te rekenen. De dubbele getallenlijn wordt veel gebruikt bij het rekenen met procenten of (benoemde) breuken en is te vergelijken met een verhoudingstabel.



• Eenheid

Zie: grootheid.

• Exponentieel verband.

Je spreekt van een exponentieel verband als de beginhoeveelheid bij elke volgende stap met een vast getal wordt vermenigvuldigd, bijvoorbeeld:

a. Vermenigvuldigen met 2

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	3	6	12	24	48	96	192	384

De bijbehorende grafiek wordt steeds steiler (zal sneller stijgen)

b. Halveren

x	0	1	2	3	4	5	6
y	10	5	2,5	1,25	0,625	0,3125	0,15625

Deze grafiek daalt snel en nadert – als de waarden kleiner worden - de horizontale as (x-as).

• Gemiddelde

Zie: Centrummaat.

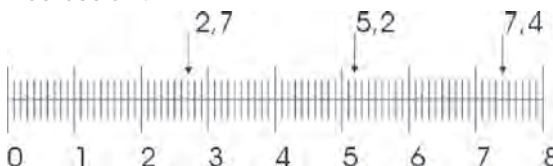
• Getallenlijn

Een getallenlijn is een lijn waarop je getallen in volgorde van klein naar groot van links naar rechts ordent. Ook (decimale) breuken en wortels kun je op een getallenlijn plaatsen

Voorbeeld 1:



Voorbeeld 2:

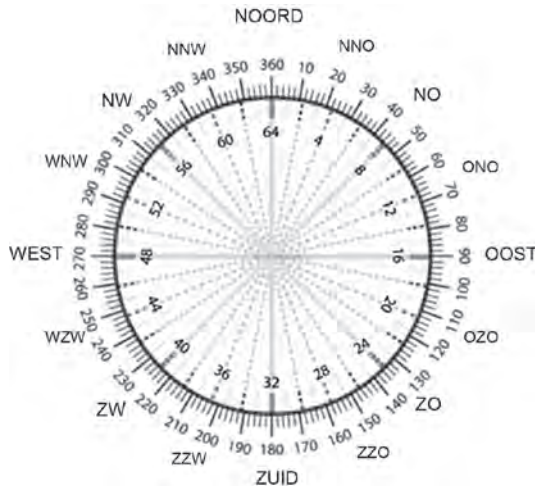


• Graden

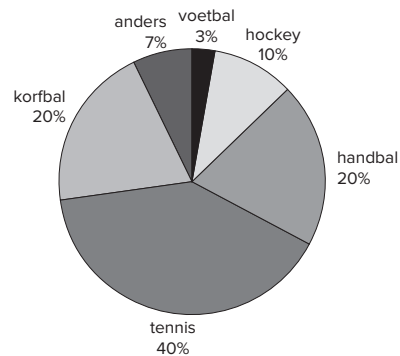
Graad is de eenheid van hoekgrootte. Je kunt de grootte van sectoren in een cirkeldiagram aangeven in graden. Een cirkel heeft een hoekgrootte van 360° , zoals in Voorbeeld 1, een windroos met windrichtingen.

In Voorbeeld 2 (deelname aan sporten) zijn geen graden vermeld. Dat is voor dit voorbeeld te gedetailleerd en niet nodig. Je hebt meer aan de procentuele gegevens. De hoekgroottes kloppen natuurlijk wel: de hoek van de taartpunt tennis is bijvoorbeeld 144° (40% van 360°).

Voorbeeld 1: de windroos



Voorbeeld 2: sportbeoefening

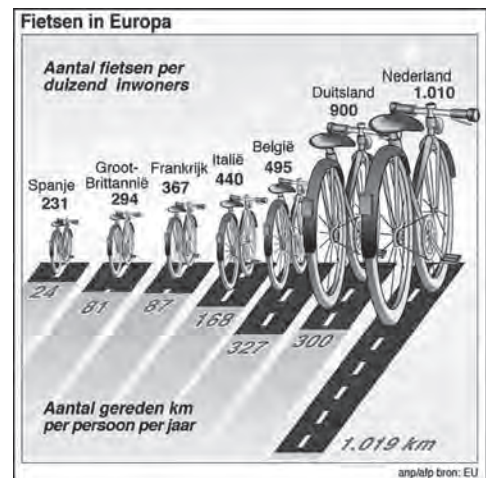


• Grafieken

Grafieken zijn representaties of beeldende weergaves van de werkelijkheid op basis van waarnemingen uitgedrukt in onder andere getallen. In dit hoofdstuk maak je kennis met:

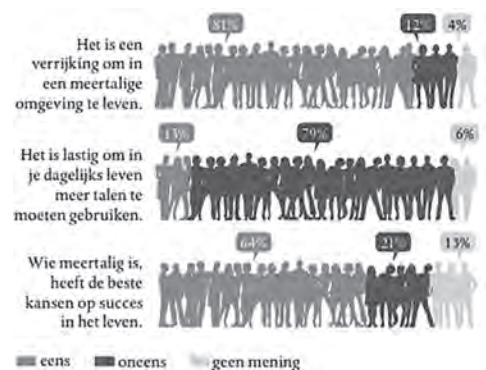
• Beelddiagram:

Een weergave van gegevens met behulp van beelden van het onderwerp van de grafiek.



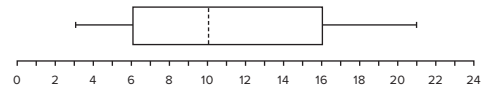
• Blokdiagram:

Een weergave van gegevens in blokvorm met behulp van afbeeldingen.



- Boxplot

Een grafische weergave van cijfermatige informatie waarin snel te zien is welke de kleinste en grootste waarnemingen zijn; welke waarden het eerste en derde kwartiel omvatten; welke waarde de mediaan heeft.



Interpretatie grafiek:

Spreiding: van 3 tot 21.

Spreidingsbreedte: $21 - 3 = 18$.

Mediaan (de middelste waarneming): 10

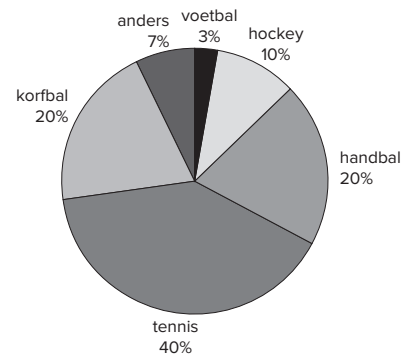
1e kwartiel (begin van de rechthoek): 6.

3e kwartiel (einde van de rechthoek): 16.

Elk van de vier onderdelen geeft 25% van het aantal waarnemingen weer.

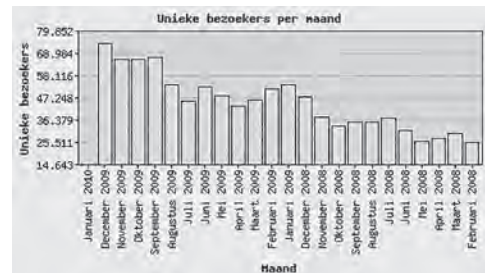
- Cirkel- of sectordiagram:

Een weergave door middel van een in delen (sectoren) onderverdeelde cirkel.



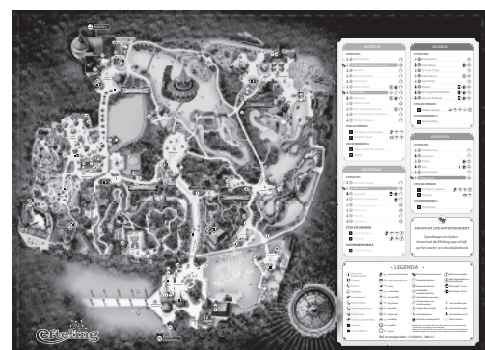
- Histogram:

Een histogram is de grafische weergave van de frequentieverdeling van in opeenvolgende klassen gegroepeerde data, bijvoorbeeld het verloop van de tijd in jaren. De staven van een histogram kunnen niet onderling verwisseld worden.



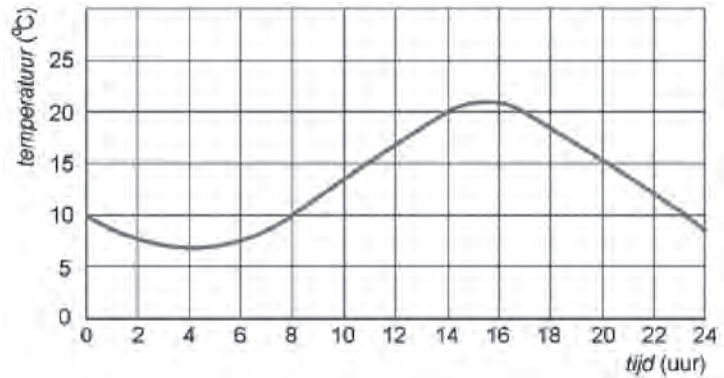
- Infogram:

Een schematische weergave van niet getalsmatige (numerieke) gegevens.



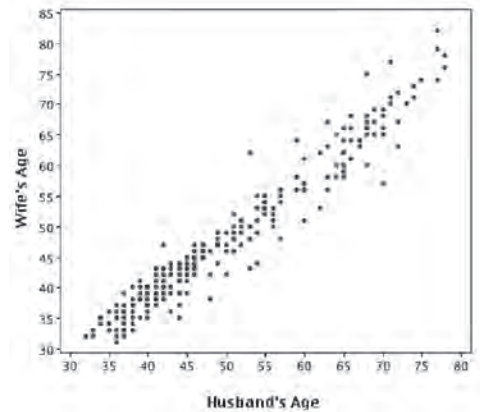
- Lijngrafiek:

Een continue grafiek die vaak is bepaald aan de hand van een tijdas. In dit geval geeft de grafiek het verloop van de temperatuur gedurende een etmaal weer.



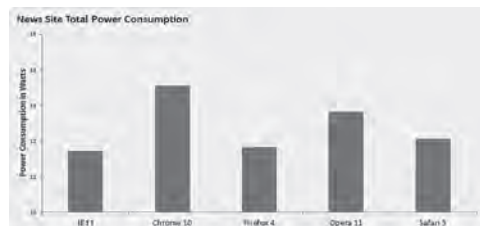
- Puntenwolk:

Een grafische weergave van twee soorten waarnemingen, zoals in het voorbeeld de leeftijden van beide echtgenoten. De leeftijden van de mannen zijn horizontaal uitgezet en die van de vrouwen verticaal. Zo ontstaat een verzameling punten die wel samenhang hebben maar niet noodzakelijk op een lijn liggen.



- Staafdiagram of staafgrafiek:

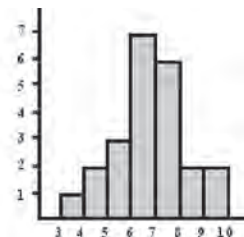
Een discontinue grafiek die de gegevens weergeeft in losstaande of gestapelde staven. Die staven kun je verwisselen zonder dat er daardoor informatie verloren gaat.



- Stengel- en bladdiagram:

3 3
4 3 9
5 1 5 6
6 1 3 5 6 8 9 9
7 0 2 2 5 5 8
8 1 3
9 2 6

cijfers:							
43	72	8.1	5.6	6.5	9.2	7.0	5.5
33	75	6.1	7.8	6.6	6.8	8.3	5.1
49	63	6.9	7.2	6.9	7.5	9.6	

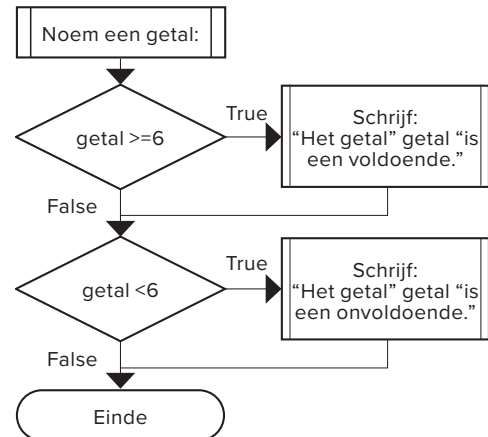


Een stengel (of steel)diagram en een bladdiagram zijn een combinatie tussen een tabel en een staafgrafiek. Het diagram links bevat de gegevens van de tabel, maar heeft de vorm van een (gekantelde) staafgrafiek. De tabel bevat dezelfde gegevens en de staafgrafiek lijkt qua vorm op het stengel- en bladdiagram.

- Stroomdiagram of stroomschema:

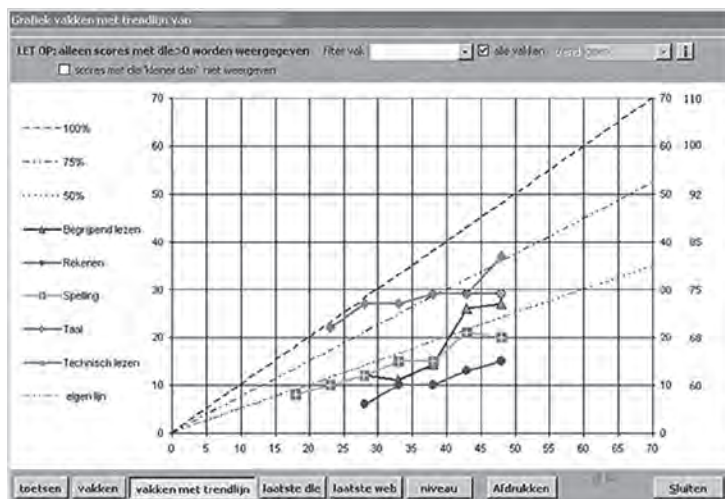
Een stroomdiagram of stroomschema (flowsheet of flowchart) is een schematische voorstelling om een proces te visualiseren of om fouten in het proces te kunnen vinden.

If-statement



- **Grafische representatie**

De weergave van getalsmatige gegevens in de vorm van een grafiek.



- Voorbeeld: gegevens uit een leerlingvolgssysteem (Zie: Grafiek).

- **Grootheid**

Datgene wat je kunt meten, bijvoorbeeld lengte of luchtdruk. Een begrip dat vaak in een adem met eenheid wordt genoemd. De eenheid is dan de waarde waarin je de grootheid meet:

- Bij de grootheid lengte is dat 'meter' (m).
- Bij de grootheid luchtdruk is dat 'hectopascal' (hPa).

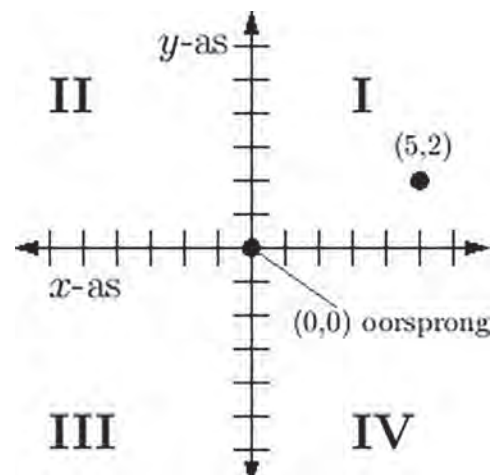
Er zijn heel veel grootheden met hun bijbehorende eenheden.

- **Horizontaal mathematiseren**

Zie: Mathematiseren.

- **Kwadranten**

De vier delen of kwarten waarin de assen van een grafiek het vlak verdelen. Vaak is alleen het eerste kwadrant (I) relevant. In dat kwadrant hebben alle variabelen een positieve waarde. In het voorbeeld zijn alle vier de kwadranten getekend. In het eerste kwadrant is het punt (5, 2) getekend, waarbij 5 de x-coördinaat en 2 de y-coördinaat is.



- **Kwadratisch verband.**

Een formule waarin de onbekende (de variabele) in het kwadraat (tweede macht) voorkomt. Ook wel een tweede machtsverband: $y = 3x^2$ is dus een kwadratisch verband.

- **Legenda (ook: legende)**

Een legenda geeft de betekenis weer van de gebruikte symbolen en/of kleuren in de grafiek en is daar (vaak in een kader geplaatst) onderdeel van.

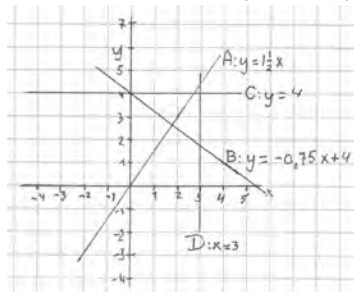
- **Lineair verband**

Een lineair verband is een verband dat weergegeven wordt met een formule van de vorm $y = ax + b$, waarbij x en y de variabelen, a het hellingsgetal of de richtingscoëfficiënt en b het startgetal zijn. De grafiek van een lineair verband is een rechte lijn die kan stijgen of dalen.

De vergelijking $T = 2t + 15$ is een lineair verband, want de variabelen t en T komen alleen in de eerste macht voor. Bij $T = 2t + 15$ stijgt de grafiek: als t toeneemt in waarde, neemt T ook toe in waarde.

Bij $B = -15a + 60$ hoort een dalende grafiek: Als a toeneemt in waarde, neemt B af in waarde.

- Voorbeeld: In deze grafiek zijn vier lijnen getekend:



- A is een stijgende lijn, want als x groter wordt, dan wordt y ook groter. De vergelijking van lijn A is: $y = 1,5x$ (en is derhalve recht evenredig).
- B is een dalende lijn, want als de waarde van x toeneemt, dan neemt de waarde van y af. De vergelijking van lijn B is: $y = 4 - 0,75x$ (of $-0,75x + 4$).
- Bij C zie je dat de y waarde altijd 4 is, los van de x waarde. De lijn stijgt en daalt niet, maar loopt horizontaal. De vergelijking van lijn C is: $y = 4$ (de grafiek van een constante functie), want de helling = 0. De grafiek stijgt of daalt niet.
- Lijn D is een verticale lijn met als vergelijking $x = 3$ (geen lineair verband).

- **Mathematiseren**

Van een context wiskunde maken. Dat kan al heel eenvoudig:

Hoeveel appels kom je te kort als je aan 5 personen een appel wilt geven en er liggen er maar twee op de schaal?

Mathematiseren is dan: $5 - 2 = 3$. Terug in de context: je hebt 3 appels te kort. Dus mathematiseren betekent 'verwiskundigen'.

Twee begrippen die je daar ook bij gebruikt zijn 'horizontaal' en 'verticaal' mathematiseren.

- Bij horizontaal mathematiseren maak je van de context een wiskundige formule.

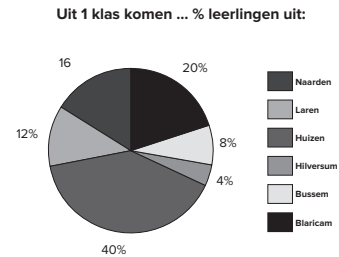
- Bij verticaal mathematiseren pas je die formule toe tot je het antwoord hebt gevonden.

Voorbeeld:

- De context: Een ladder van 13 meter staat schuin tegen een muur en komt op 12 meter hoogte tegen de muur.
- Vraagstelling: Hoeveel staat de voet van de trap van de muur af?
- Horizontaal mathematiseren is het toepassen van de stelling van Pythagoras, dus: $a^2 + b^2 = c^2$; ingevuld is dat: $a^2 + 12^2 = 13^2$.
- Verticaal mathematiseren betekent rekenen met je wiskundige kennis, dus: $a^2 + 144 = 169$; $a^2 = 25$; $a = 5$.
- Terug naar de context: de ladder staat 5 meter van de muur.

- **Mediaan**

Zie: Centrummaat.



• Minuten

Een minuut is een onderverdeling van een graad. Een graad is onderverdeeld in 60 minuten (notatie: 60'). Met minuten kun je de grootte van een hoek nog nauwkeuriger bepalen en weergeven dan in graden. De grootte van een hoek is bijvoorbeeld: $23^{\circ} 32'$, dus ruim $23\frac{1}{2}^{\circ}$ (de helft van 60' is immers 30'). Een minuut (1') kun je verder onderverdelen: in 60 seconden (notatie: 60''). Je moet de hoekgroottes dan nauwkeurig meten. De onderverdeling van een geodriehoek is te grof, daarmee lukt dat niet.

- Voorbeeld 1: De scheepvaart en het vliegverkeer gebruiken graden en minuten voor plaatsbepaling op aarde. De positie van elke plek op aarde kun je uitdrukken in graden en minuten. Rotterdam ligt op ruwweg $4^{\circ}30'$ Oosterlengte en $51^{\circ}55'$ Noorderbreedte.

- Voorbeeld 2: Elke plek op aarde is te beschrijven met behulp van coördinaten. Het 'Global Positioning System' (GPS) maakt gebruik van satellietsignalen om die coördinaten exact te bepalen, ook ten opzichte van elkaar. Navigatieapparatuur, ook op je Smartphone, beschikt over een GPS chip.

• Modus en modale klasse

De modus is de waarde die het meest als waarneming voorkomt.

- Voorbeeld: In de tabel zie je de uitslag van de 10 worpen met de dobbelsteen van Antonie. Hij heeft drie keer 5 gegooid. De waarde 5 is dus de modus.

Aantal ogen	1	2	3	4	5	6
Frequentie	1	2	2	1	3	1

Als je te veel waarnemingen hebt om apart weer te geven, deel je ze in klassen van waarnemingen in.

- Voorbeeld: het Staatsexamen NT2 (Nederlands als 2e taal) heeft in mei 185 deelnemers. Het is ondoenlijk om alle resultaten (de waarnemingen) apart te noteren. Dat levert immers een rij van 185 cijfers op. Daarom deel je de resultaten in klassen in, bijvoorbeeld: $[1,0 - 2,0]$, $[2,1 - 3,0]$, $[3,1 - 4,0]$ enzovoort. De klasse waarin de meeste waarnemingen voorkomen heet de modale klasse. Als de meeste kandidaten een resultaat behalen in de klasse $[6,1 - 7,0]$, dan is dat de modale klasse.

• Onbekende

Datgene dat je te weten wilt komen en dus moet uitrekenen, ook wel 'variabele' genoemd. Vaak doe je dat door het oplossen van een vergelijking. Zo is 'a' de onbekende in de vergelijking $4 + a = 18$. In deze vergelijking kun je 'a' eenvoudig uitrekenen.

• Oorzakelijk

Denk je aan 'oorzaak', dan denk je direct aan 'gevolg'. Een oorzakelijk verband betekent dat een verschijnsel of effect, bijvoorbeeld 'gevoelstemperatuur' als afhankelijke variabele (deels) wordt verklaard of veroorzaakt door een of meer onafhankelijke variabelen, bijvoorbeeld zonnekracht en tijd. Want, afhankelijk van zowel de kracht van de zon als het verloop van de zon voelt het warmer of kouder. Zie ook het begrip: causaal

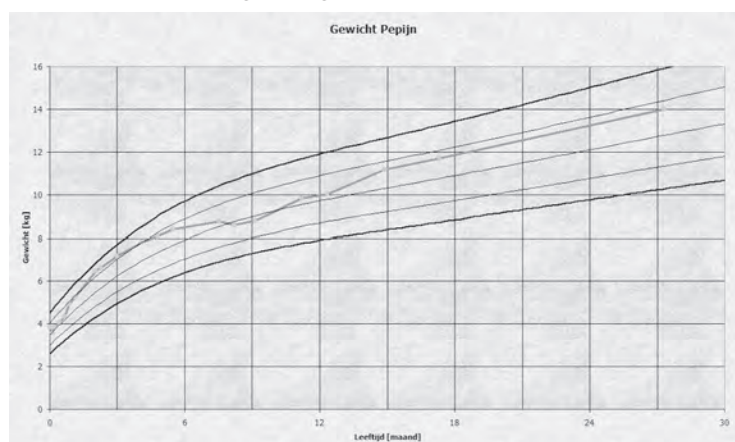
• Percentage

Percentage is een woord voor een 'aantal procenten'. Een percentage van 75 betekent dat - bijvoorbeeld - 75% van de eerste jaar studenten in één keer is geslaagd voor de Wiscat.

• Percentiel

Een percentiel is $\frac{1}{100}$ deel van een aantal of groep waarnemingen. Je kunt die groep waarnemingen beschrijven met behulp van percentielen als nadere onderverdeling in 100 delen van gelijke grootte. De term percent vind je niet voor niets terug in woorden als percentage en procenten.

Als een waarde (een getal of waarneming) zich in het 23^e percentiel bevindt, wil dat zeggen dat maximaal 23% van alle waarnemingen een waarde heeft die kleiner is dan of gelijk is aan die waarde.



- Voorbeeld: In de grafiek is de lijn met stippen de lijn van het gewicht van Pepijn, de andere lijnen zijn respectievelijk het 3^e, 15^e, 50^e, 85^e en 97^e percentiel.

Als Pepijn ongeveer 4,5 maand oud is, loopt de lijn die zijn ontwikkeling weergeeft in het 85ste percentiel. Dat betekent dat 85% van de kinderen lichter is dan Pepijn en 15% van de kinderen zwaarder.

- **Progressief (verticaal) mathematiseren**

De mathematische verwerking van een probleem, dat wil zeggen: het oplossen van het probleem en de verdere formalisering daarvan door alleen het gebruik van getallen en (de eigenschappen van) bewerkingen.

- Voorbeeld 1: Je kunt $38.466 + 9.988$ op een handige manier uitrekenen door eerst 10.000 bij 38.466 op te tellen en van dat getal 12 af te trekken.

- Voorbeeld 2: Je kunt 12,5% korting van een bedrag van € 640,- handig berekenen: 12,5% is $\frac{1}{8}$ deel van 100%. Het getal 64 kun je gemakkelijk delen door 8, dus want $640 : 8 = 64 : 8 \times 10 = 80$.

- **Random**

Zo willekeurig mogelijk dus: zonder voorkeur en zonder invloed te hebben op de samenstelling van een steekproef. Met een andere woord heet dat dan een aselechte steekproef (aselect betekent: niet selecteren).

- **Representatie**

Een representatie (letterlijk: weergave) is de manier waarop je waarnemingen in een tabel of een andere (grafische) vorm weergeeft. De resultaten van een onderzoek naar sportbeoefening geef je in een cirkeldiagram weer. Het verloop van de temperatuur op een bepaalde dag zet je in een lijngrafiek en de ontwikkeling van de winst per jaar in een histogram. Alle drie de vormen zijn representaties van waarnemingen. (zie ook: Grafieken).

- **Schaal**

De schaal is de verhouding tussen de afmetingen van het model of de afbeelding en de werkelijke afmetingen van het origineel. Een schaal 1 : 25 betekent dat het origineel groter is dan de representatie. In Madurodam is alles op schaal 1 : 25 gemaakt. Als daar de hoogte van een gebouw 30 cm is, dan is de hoogte van dat gebouw in werkelijkheid $25 \times 30 = 750$ cm = 7,5 meter.

Een schaal 10 : 1 betekent dat het origineel kleiner is dan de afbeelding of het model, bijvoorbeeld bij het enorme ijschoorntje van 200 cm hoog voor een cafetaria terwijl het echte ijsje 20 cm hoog is. Bij de notatie van schaal hoeft je eigenlijk - wat op kaarten meestal wel gebeurt - geen eenheid te plaatsen. De verhouding blijft immers altijd hetzelfde.

- **Schaalverdeling**

Een schaalverdeling is de verdeling van een lijn of lijnstuk in gelijke delen, zoals de streepjes op een liniaal of de frequentieverdeling van een analoge radio. De assen van een grafiek (zie: Assen) zijn vaak met behulp van getallen onderverdeeld in gelijke delen, de schaalverdeling. Daarmee kun je de waarden uit de grafiek af lezen. Soms staan er woorden, bijvoorbeeld maanden of vervoermiddelen, in plaats van getallen bij de assen. Dat gebeurt vooral bij staafgrafieken.

- **Schematiseren**

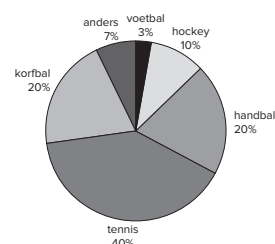
Het overzichtelijk maken van een concrete situatie of vraagstelling door die op een eenvoudiger manier te representeren, bijvoorbeeld met een schema te plaatsen of een tekening. Je gebruikt pijlen en trefwoorden om eventuele relaties aan te geven. Op de basisschool wordt vaak als schema een woordweb gebruikt.

- **Score**

Resultaat

- **Sectoren**

Sectordiagrammen (ook wel cirkeldiagrammen) zijn cirkels die onderverdeeld zijn in sectoren (cirkeldelen), de delen van een cirkel- of sectordiagram. Sectoren kun je vergelijken met taartpunten. In dit voorbeeld over sportbeoefening is de cirkel verdeeld in 6 sectoren.



• Significant

Een significant (betekenisvol of veelbetekenend) verband wil zeggen: een verband dat niet door toeval is ontstaan.

- Voorbeeld 1: de kernramp in Japan (Fukushima, 11 maart 2011) heeft in Nederland niet voor significante radioactiviteit gezorgd. Dat betekent: de kernramp heeft in Nederland geen radioactieve straling van enige omvang veroorzaakt.

- Voorbeeld 2: Leerlingen die zelf modellen leren ontwerpen behalen significant hogere leerresultaten dan leerlingen die formele modellen door de leerkracht aangereikt krijgen. Er is dus sprake van een significant verband tussen het zelf ontwerpen van modellen en het behalen van betere resultaten.

• Statistiek

Het onderdeel van de wiskunde dat gegevens (op allerlei gebied) verzamelt, bewerkt (vaak door berekeningen), presenteert m.b.v. bijvoorbeeld tabellen en/of grafieken, interpreteert en er vervolgens conclusies aan verbindt. Statistiek is voor veel mensen lastig te doorzien en wordt nogal eens voor eigen doeleinden gebruikt. Blijf dus kritisch bij statistische presentaties.

• Steekproef

Een deel van een totale groep (populatie), bijvoorbeeld van 'de Nederlandse bevolking'. Gebaseerd op een onderzoek bij een willekeurige steekproef van 8.500 Nederlanders kun je uitspraken doen over de politieke voorkeur van de Nederlandse bevolking (de populatie).

Oorspronkelijk komt het begrip 'steekproef' uit de kaashandel waar controleurs de kazen keurden door een stukje eraf te snijden met een bijzonder mes.

• Stijgen (Zie ook: Dalen)

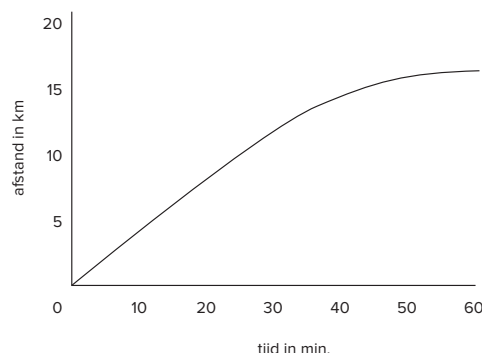
Een begrip bij grafieken. Als de grafiek van links naar rechts gezien 'naar boven gaat' noem je dat een stijgende grafiek.

• Strook

Een model dat gangbaar is bij het uitleggen van procenten. Je kunt een strook ook voor andere rekenonderdelen gebruiken. Kinderen in Singapore bijvoorbeeld leren rekenen m.b.v. de strookmethode, dus op een meer visuele manier. En zeer succesvol.

• Tijd - afstand grafiek

Een tijd - afstand grafiek geeft de relatie weer tussen de verstreken tijd en de afgelegde afstand, zoals bijvoorbeeld de grafiek van de afstand die een hardloper in een uur aflegt.



• Validiteit

Een goed onderzoek is, behalve representatief en betrouwbaar, ook valide. Validiteit is de mate waarin datgene wat je observeert of meet daadwerkelijk hetzelfde is als wat je wilt observeren of meten. Zo kun je met een meetlint heel exact afstanden meten, maar geen temperatuur. Je meetinstrument is dan niet valide.

• Variabelen

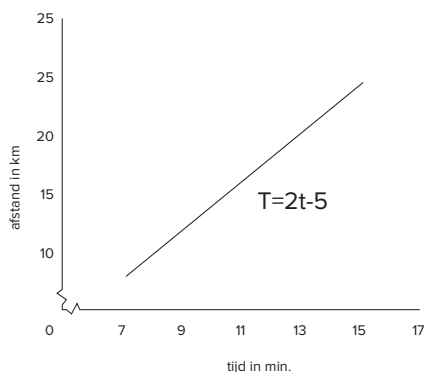
Variabelen zijn grootheden waarvan de waarde kan veranderen. Letterlijk betekent variabele dan ook veranderlijke. Als je de temperatuur op verschillende tijdstippen van de dag meet, zijn zowel de tijd als de temperatuur variabelen. Ze kunnen immers verschillende waarden hebben. Je kunt wel een nader onderscheid maken

tussen afhankelijke en onafhankelijke variabelen.

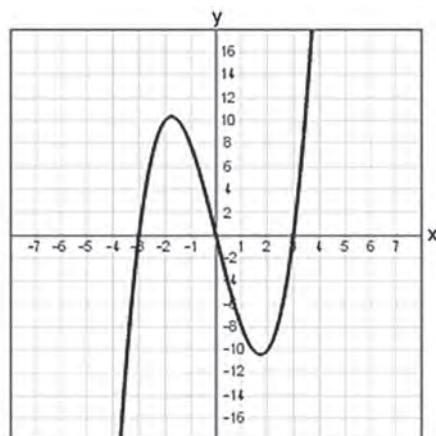
Omdat het verloop van de temperatuur veranderlijk is en de tijd altijd volgens een vast patroon verloopt, noem je de variabele temperatuur in dit voorbeeld afhankelijk van de variabele (het verloop van de) tijd. Je meet het verloop van de hoogte van de temperatuur afhankelijk van het verloop van de tijd. Je zegt ook wel: 'Het verloop van de temperatuur is een functie van de tijd'. Daarom wordt temperatuur de afhankelijke variabele genoemd en de tijd de onafhankelijke variabele.

- Voorbeeld 1: Op een mooie zomermorgen stijgt de temperatuur elk uur twee graden. De temperatuur kan je uitrekenen met de formule $T = 2t - 5$, waarbij t de tijd in uren is en T de temperatuur in graden Celsius. Deze formule is geldig vanaf 7 uur 's morgens tot 15 uur 's middags. Dus als $t = 10$ (uur) is de temperatuur $T = 2 \times 10 - 5 = 15^\circ\text{C}$.

In de wiskunde kunnen de getallen x en y iedere waarde hebben. In de grafiek staat de onafhankelijke variabele (de x waarde) op de horizontale as aangegeven en de afhankelijke variabele (de y waarde) op de verticale. In Voorbeeld 1 staat tijd op de horizontale as.



Voorbeeld 1



Voorbeeld 2

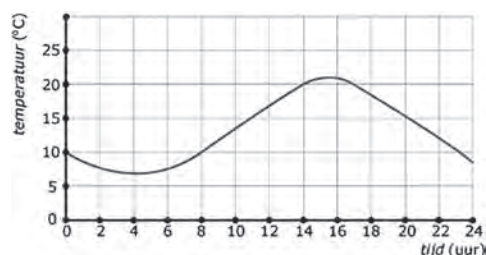
- Voorbeeld 2: De grafiek van $y = x^3 - 9x$. Hierin is x de onafhankelijke variabele (horizontale as) en y de afhankelijke variabele (verticale as), want y is afhankelijk van x . Verandert de waarde van x , dan verandert ook de waarde van y . Als $x=2$, dan $y = 2^3 - 9 \times 2 = 8 - 18 = -10$ (zie grafiek). Bij de onafhankelijke variabele $x = 2$ hoort de afhankelijke variabele $y = -10$.

• Verandering

Een grafiek geeft vaak de verandering in een situatie weer, bijvoorbeeld het temperatuurverloop door de dag heen. Je kunt veranderingen op verschillende manieren in een grafiek laten zien en weergeven.

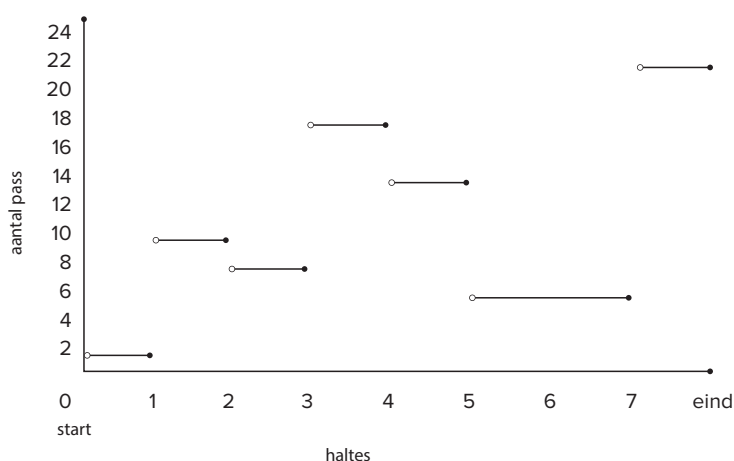
■ Continu of continuïteit:

Variabelen of uitkomsten zijn continu als de mogelijke waarden aansluitende getallen of klassenwaarden zijn. Tussenvallende waarden hebben betekenis en de metingen houden verband met elkaar. Een continue grafiek kun je zonder onderbreking als kromme of rechte lijn tekenen, zoals in het voorbeeld van de temperatuurgrafiek.



■ Discreet of discontinuïteit:

Variabelen of uitkomsten zijn discreet (discontinu) als de mogelijke waarden slechts een beperkt aantal getallen of klassenwaarden zijn. Tussenvallende waarden hebben geen betekenis en geen onderling verband. In een grafiek is dat te zien aan de sprongen in de grafiek. Als je zo'n grafiek tekent, moet je je potlood van papier halen. Dat doe je bijvoorbeeld als je een grafiek maakt van het aantal passagiers in een bus van het begin- tot en met het eindpunt.



- **Verband**

Een koppeling van of relatie tussen gebeurtenissen of van twee series getallen, bijvoorbeeld een kwadratisch verband:

Bepaal van elk positief geheel getal het kwadraat:

Getal	1	2	3	4	5	6	7	8
Kwadraat	1	4	9	16	25	36	49	64

Een verband wordt vaak weergegeven m.b.v. een formule.

Bij dit kwadratisch verband hoort de formule $y = x^2$

- **Vergelijking**

Een vergelijking bestaat uit drie delen: de linkerkant, het '=' - teken' en de rechterkant.

De gedeeltes aan beide kanten van het '=' - teken' zijn gelijk. Dat is het uitgangspunt. Stel het je voor als een balansweegschaal die in evenwicht is en moet blijven, wat je ook weghaalt of erbij doet. Los je de vergelijking op, dan heb je het antwoord.

Voorbeeld: $7x + 11 = 8 - 3x$

Bij beide kanten tel ik $3x$ op:

$$7x + 11 + 3x = 8 - 3x + 3x.$$

Dat wordt dan:

$$10x + 11 = 8$$

Nu trek ik van beide kanten 11 af:

$$10x + 11 - 11 = 8 - 11$$

Dat wordt dan:

$$10x = -3$$

Nu deel ik beide kanten door 10:

$$10x : 10 = -3 : 10$$

Dat wordt dan: $x = -0,3$

Dat is dus het antwoord van de vergelijking.

- **Verticaal mathematiseren**

Zie progressief schematiseren.

- **Willekeurig**

Aselect, zonder voorkeur.

2. Antwoorden Verbanden

In dit hoofdstuk zijn de antwoorden op de opgaven opgenomen. Ze zijn per paragraaf gerangschikt en kort en bondig weergegeven. Dat betekent dat de antwoorden geen extra uitleg bevatten. De antwoorden op de toets staan op de website www.handigmetgetallen.nl.

Paragraaf 1.1 Warming up

Opgave 1:

- De lijnen verbeelden scorepercentages (50% / 75% / 100%). Leerlingen die onder een van deze lijnen scoren, presteren minder dan het percentage aangeeft.
- Het rekenniveau is erg laag (onder de 50% lijn). Maar, het niveau ontwikkelt zich wel positief.
- Spelling wordt het vaakst getoetst (7x). Begrijpend lezen en rekenen wordt het minst getoetst (5x).
- Bij begrijpend lezen is een reuzensprong gemaakt, vooral tussen de didactische leeftijden 38 en 43.
- Mogelijke vragen:
 - een vraag over didactische leeftijd;
 - vraag op je stageschool naar het LVS om de ontwikkeling van kinderen te mogen volgen.

Opgave 3:

- Nee, dat kun je niet concluderen. Uit de grafiek blijkt wel dat Flevoland het laagste BBP van NL per inwoner heeft.
- De staven in de grafiek waren dan erg lang geweest. Daarom begint de y-as op € 20.000,-. In dat geval is een vouwlijntje aan het begin van de y-as handig. Dat is niet gedaan en kan voor verwarring zorgen.
- In Utrecht is het BBP per hoofd het hoogst.

- Nee, dat kan niet. De aantallen inwoners per provincie zijn te verschillend en niet gegeven.
- Mogelijke vragen:
 - over relatieve verschillen / percentages;
 - over het aflezen van de grafiek.

Opgave 4:

- Met behulp van een uitgebreide vragenlijst.
- De lijnen geven een soort gemiddelde op de horizontale en verticale schaal aan.
- Werken met computers (het laagste punt).
- Die vindt men blijkbaar het belangrijkste.
- Mogelijke vraag:
 - Wat vindt men belangrijk, maar niet gemakkelijk?

Opgave 5:

- Een binnenkomende brief wordt al of niet behandeld. Bij 'niet behandelen' stuurt men een afwijsbrief.
- Men controleert of de informatie volledig is. Zo niet: aanvullen en opnieuw controleren. Zo ja: door naar de juiste afdeling.
- Verschil: Ruitvormig: vraag Rechthoek: opdracht
- Mogelijke vraag:
 - Hoe gaat het door na proces A, B of C?

Opgave 6:

- Er zijn in Duitsland 900 fietsen per 1.000 inwoners.

- Nee, de gegevens betreffen het aantal fietsen per 1.000 inwoners.
- Soort gegevens: Relatief: aantal fietsen per 1.000 inwoners. Absoluut: aantal gereden km per persoon. In Frankrijk fietst men gemiddeld 87 km per persoon.
- In Nederland zijn er per 1.000 inwoners 1.010 fietsen. Dat is gemiddeld meer dan een fiets per persoon.
- De lengte van de wegstukken geeft aan hoeveel km een persoon uit dat land gemiddeld per jaar fietst.
- Nee, dat kan niet. Je weet niet hoeveel inwoners dat land heeft.
- Mogelijke vragen:
 - Hoeveel procent fietst een Nederlander gemiddeld meer dan een Belg?
 - Hoe komt het dat Nederlanders zoveel meer fietsen dan anderen?

Opgave 7:

- Deze organisatie wil o.a. duidelijk maken dat:
 - het doden van Walvissen onnodig en verboden is;
 - bepaalde landen zich daar niets van aantrekken;
 - walvissen door de jacht erg lijden voordat ze sterven.
- Landen: Japan, IJsland en Noorwegen.

- Mensen ondernemen lange reizen om walvissen in het 'wild' te zien (walvissafari's). Je kunt dat een win/win situatie noemen:
 - mensen zien deze indrukwekkende dieren;
 - de organisatoren verdienen er mee;
 - de walvissen blijven in leven.
- Feiten:
 - het aantal gedode walvissen sinds 1986;
 - het aantal dieren dat jaarlijks tijdens de jacht sterft;
 - er zijn 3 landen die op walvissen jagen;
 - 13 miljoen mensen gaan jaarlijks op walvissafari;
 - er zijn walvissen van wel 200 jaar oud;
 - walvissen komen boven water om te ademen;
 - dat gebeurt ook als ze slapen;
 - walvissen zijn de grootste dieren op aarde;
 - hun belangrijkste vijand: de mens;
 - andere bedreigingen: vervuiling en aanvaringen.
- Mogelijke vraag:
 - Hoeveel kost een 'walvissafari'?

Paragraaf 1.2 Rekenen met centrummaten

Voorbeeld 2:

Mediaan: 1.011.

Modus: 1.008 en 1.011.

Opgave 1:

Gemiddelde: $= -4\frac{1}{8} < -4$.

Conclusie: het ijs is sterk genoeg.

Berekening:

$-2 + -7 + -8 + -4 + 1 + -5 = -25$.

Opgave 2:

528, 529, 533, 533, 533, 534, 535, 537, 537, 538, 538, 539, 539, 540, 540, 540, 540, 541, 542, 542, 544, 544, 545, 545, 546, 547.

Opgave 3:

Zie de tabel:

Cito score 5	28	29	33	34	35	37	38	39	40	41	42	44	45	46	47
frequentie	1	1	3	1	1	2	2	2	4	1	2	2	2	1	1

Opgave 4:

Gemiddelde score: $\approx 538,8$.

Berekening:

- Trek eerst van alle scores 500 af.
- Tel ze dan op: $28 + 29 + 3 \times 33 \dots = 1.009$.
- $1.009 : 26 = 38,8 \dots$
- Tel de 500 er weer bij op: $500 + 38,8 \dots \approx 538,8$.

Opgave 5:

Mediaan: 539,5.

Berekening:

Mediaan is het gemiddelde van waarneming 13 en 14. Dat zijn 539 en 540, $(539 + 540) : 2 = 539,5$.

Opgave 6:

a. Zie de tabel:

Klasse	525 - 529	530 - 534	535 - 539	540 - 544	545 - 549
Frequentie	2	4	7	9	4

b. Modale klasse (meeste waarnemingen): 540 - 544.

Opgave 7:

a. Zie de tabel:

Klasse	I	II	III	IV	V
Frequentie	0	2	5	13	6

- b. De klassenbreedte verschilt per klasse. De breedte is afgestemd op het VO advies. Bij opgave is de breedte (5) rekenkundig bepaald.

Opgave 8:

a. 3.500.

Berekening:

- tel alle aantallen op: 24.500;
- deel dat door het aantal dagen (7);
- $24.500 : 7 = 3.500$.

b. Gemiddeld 16.500

bezoekers per week.

Berekening:

- $140.000 - 24.500 = 115.500$;
- $115.500 : 7$ (de overige weken) = 16.500.

c. Het is onwaarschijnlijk.

Redenering:

- De Kerstweek is mogelijk de drukste week.
- Het aantal bezoekers mag niet veel.
- minder worden.
- Die kans is klein buiten de Kerstweek om.

Paragraaf 1.3 Lijngrafieken

Opgave 1:

- a. Het aantal vogels van elke soort neemt af.
- b. De meting van de Wulp is in 2007 even hoog als in 1994 (= 100).
- c. De grafiek stelt de aantallen in 1994 op 100. Waarschijnlijk zijn tellingen in dat jaar begonnen. 1994: 100% is 80.000.
- d. 2011: 37% is $37 \times 800 = 29.600$
- e. Met een schaalverdeling van boven de 100% kun je ook hogere metingen vast leggen.

Opgave 2:

- Bevolkingsgroei: 0,75 %. Inwonersaantal: 15 miljoen. Dus: In 1990 is de bevolking met 0,75% toegenomen tot 15 miljoen inwoners.
- De bevolking is over de hele periode toegenomen.
De andere grafiek stijgt daarom ook gedurende de hele periode.
- Vlak na de 2e wereldoorlog is er een geboortepiek (de "babyboom").
- In 2010: 16,5 miljoen inwoners. Het verschil met 18 miljoen is: 1.500.000. Toename per jaar: 80.000. Aantal jaren: $1.500.000 : 80.000 = 150 : 8 = 18,75$. De 18 miljoen wordt 19 jaar na 2010 bereikt. Dat is dus in het jaar 2029.

Opgave 3:

- Linker as: veranderingen ten opzichte van '0'.
Rechter as: alle waarden > 300.
- In 1998 was de wereldwijde temperatuur bijna 0,8 graad hoger dan het gemiddelde.
- Bijna 1,75 gemiddeld. Berekening:
 - In 1979: 334 / in 2009: 386.
 - Verskil: 52 in 30 jaar.
 - Gemiddeld: $52 : 30 = 1,73$

Opgave 4:

- Hij krijgt jaarlijks € 1.200,- (rente 1,5%) .
- Een onveranderd rentepercentage.
- Om aan te geven dat de rente tussentijds verandert. De rente gaat van 2,5% naar 2% zonder tussenwaarden.
- De grafiek betreft een langere periode en is compacter. Rentevast periodes zijn daardoor niet goed weer te geven.
- Grafiek A beslaat een kortere periode en heeft meer ruimte om ontwikkelingen te tonen.
De compacte grafiek B toont de langere termijn.
Er is geen ruimte om korte termijn ontwikkelingen te tonen. B heeft daardoor een grilliger verloop dan A. Het beeld van grafiek B is mogelijk globaler.
De trend tussen 2008 - 2012 is wel vergelijkbaar.

Opgave 5:

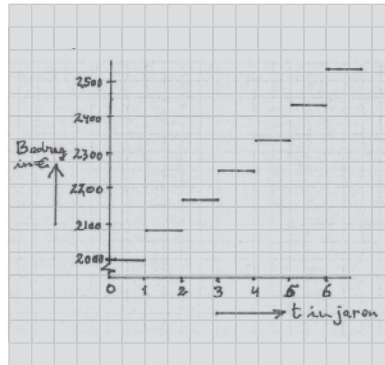
- Normaal gehoor: 10 dB.
Mijn gehoor: 60 dB.
- Het verschil is 75 dB.
- Ongeveer bij meer dan 675 Hz.

Opgave 6:

- Zie de tabel:

Tijd in jaren (t)	0	1	2	3	4	5	6
Bedrag in €	2.000	2.080	2.163,20	2.249,73	2.339,72	2.433,31	2.530,64

-



- Hoe zie je dat?
In de grafiek:
 - staan alleen horizontale lijnstukjes;
 - elk volgende lijnstukje staat steeds hoger.
In de tabel:
 - tijdens het jaar hetzelfde bedrag op de rekening;
 - de rente wordt aan het eind bijgeschreven.

Paragraaf 1.4 Cirkeldiagrammen (sectordiagrammen)

Opgave 1:

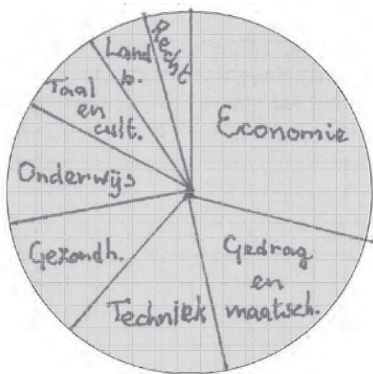
- 92 studenten (20% van 458 is 91,6).
- De hoek is: 11° ($3,6 \times 3 = 10,8$).
- Dat kan door de afronding op hele percentages.
Het totaal is dan net iets meer / minder dan 100%.

Opgave 2:

- De getallen in de grafiek zijn afgerond op 100-tallen.
- Zie de tabel:

Soort opleiding	Aantal studenten x 1.000	percentage	hoekgrootte
Economie	191,6	29,3	105°
Gezondheid	68,5	10,5	38°
Gedrag en maatschappij	114,6	17,5	63°
Landbouw/Natuur	34,2	5,2	19°
Onderwijs	69,4	10,6	38°
Recht	28,3	4,3	15°
Taal en cultuur	50,7	7,8	28°
Techniek	95,9	14,7	53°
Totaal	653,2	99,9 ≈ 100	359° ≈ 360

- Zie de sectordiagram:



Paragraaf 1.5 Staafdiagrammen en histogrammen

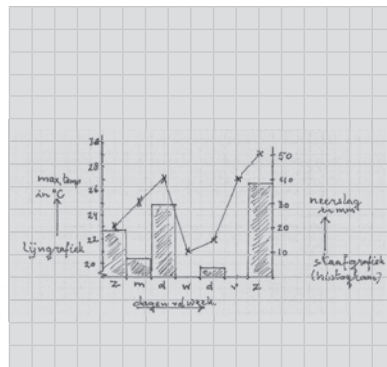
Opgave 1:

- De grafiek bestaat uit staven (2 in 1).
- De 'schors' geeft de vorige uitslag weer.
- 17 zetels.
- Het aantal zetels staat onder de staafjes vermeld.
- Nee. Deze grafiek werkt met (afgeronde) percentages. Het aantal stemmen is niet gegeven.

Opgave 2:

- De volgorde van de staafjes is bepaald door de tijd. Je kunt de volgorde niet veranderen.
- De gegevens zijn absoluut, in de grafiek staan namelijk aantallen.
- Ongeveer 86%, namelijk 86.000 van de 127.000 huurwoningen.
- In 1995 en 1998.

Opgave 3:



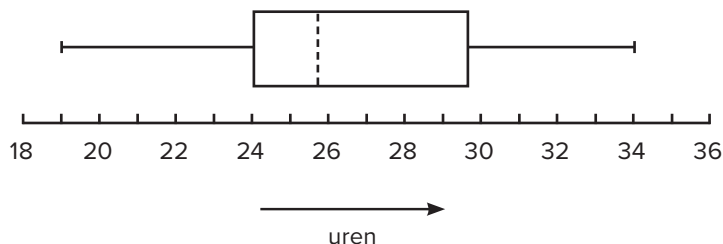
Regenhoeveelheid druk je uit in hoeveelheid mm (staaf).
Temperatuurontwikkeling is een continu proces (lijn).

Opgave 4:

- Tussen 9e en 10e (absoluut / toename: € 60.500,-).
- Tussen 1e en 2e (procentueel / bijna verdubbeld).
- 14,6 keer hoger.
Twee berekeningen:
 - $153.100 - 9.800 = 143.300 = 14,6 \times 9.800$;
 - $153.100 : 9.800 = 15,6 / 1x \text{ minder} = 14,6$.
- Klopt (som getallen : aantal getallen).
Dus: € 55.750 : 10 ≈ € 55.800,-.

Opgave 5:

- Ja, met enige moeite:
 - koppel de linker schaal aan de staafjes;
 - tel vervolgens die getallen op.
- De mediaan is 50% van de cumulatieve grafiek (rechter schaal). De mediaan is de staaf die de klasse 57 aangeeft.
- De volgorde van de punten (laag naar hoog) ligt vast. Je kunt de staven dus niet verwisselen.
- Klassenbreedte: 5 punten. Bij "staaf 57" horen de scores 55, 56, 57, 58 en 59.
- De lijngrafiek geeft de cumulatieve waarden weer:
 - 50% van de deelnemers scoort hoogstens 57 punten;
 - 90% haalt hoogstens 82 punten.
- Links staat het aantal deelnemers (staven). Rechts staan de percentages (lijngrafiek).
- De modale klasse is klasse 52. Ca. 650 deelnemers scoorden 50, 51, 52, 53 of 54.
- Vanwege de leesbaarheid is er ruimte tussen de staven opgenomen.



Paragraaf 1.8 Blok- en beelddiagrammen

1.8.1 Blokdigrammen

Opgave 1:

- De grafiek bevat: lengte, breedte en hoogte. Dat zijn 3 dimensies.
- Hoogste punt: 850.
- Daar gaan de waardes sterk omhoog. Dus loopt ook de grafiek steil omhoog.

Opgave 2:

- Stap 5: ontwerp maken / fabriceren.
- Het is een continu proces van ontwikkeling. Als je een stap over slaat, kan het fout gaan.
- De cyclus zorgt ervoor dat er geen stap wordt overgeslagen. Het werkt ook als een controle.

1.8.2 Beelddiagrammen

Opgave 1:

- Campings (in Zeeland).
- Dat is de informatie die op de kaart staat.
- Onderscheid:
 - ballonnetjes: grote campings;
 - kleine rondjes: mincampings.
- Kamperen aan zee!

Opgave 2:

- Een blad over zeilen.
- De positie van je zeil bij diverse windrichtingen

Paragraaf 1.9 Puntenwolken

Opgave 1:

- Teken de lijn $y = x$. Dat is de lijn door de punten (30, 30) en (80, 80).
- Grootste verschil: het punt dat het verst van die lijn afligt (48, 38).
- De vrouw is dan ouder dan haar man.
- Ja, van 0 tot 25 zijn er weinig waarnemingen.

Opgave 2:

- Ja, grafiek A gaat over een langere periode.
- De aantallen zijn sterk afgenomen (bijna nul).
- Bij A duurt deze situatie veel langer dan voor 1950. Het aantal glasalen lijkt zich nu niet te herstellen.

Opgave 4:

- De meeste huishoudens worden minder koopkrachtig.
- Geen toe- of afname.
- Een jaarinkomen van € 75.000 bruto. Een groei van 4%.
- De '0' staat niet onderaan. Dat is niet handig omdat er veel negatieve groei is. Veel mensen gaan er op achteruit.

Paragraaf 1.10 Stroomdiagrammen (stroomschema's)

Opgave 1:

- Na bezorging:
 - brief openen;
 - al of niet behandelen;
 - behandelen → handeling A uitvoeren;
 - niet behandelen → afwijfsbrief sturen.
- Na aanvulling opnieuw controle op volledigheid.
- Rechthoeken: opdracht. Ruitvormen: vraag met twee keuzes.

Opgave 2:

- Het schema vertelt wat te doen als een lamp niet brandt.
- Dit schema gaat over (blijven) rijden met de auto. Het bevat twee voorwaarden en beslissingen.
- De vorm / betekenis van de vakjes zijn gelijk:
 - Rechthoek: opdracht.
 - Ruitvorm: vraag met twee keuzes.
- Zie antwoord 2c.

Opgave 3:

- Het voldoet aan de rechthoek- en ruitvorm.
- Vragen, met twee mogelijkheden en opdrachten (de soort behandeling).

Paragraaf 1.11 Infogrammen (infographics).

Opgave 1:

- Schema toont de metrolijnen, metrostations en overstappunten.
- Schematisch weergave bevordert de leesbaarheid.
- Nee (2x).
- Achtereenvolgens:
 - Neem Metro lijn E richting Slinge.
 - Stap over op station Beurs.
 - Neem daar Metro lijn A richting Binnenhof.
 - Stap uit op station Alexander (NS).

Opgave 2:

- Er zijn bijna 1,4 miljoen (1.377.500) diersoorten. Let op: planten, schimmels, algen en bacteriën zijn geen dieren.
- De grootte van de cirkel geeft de grootte van een categorie weer. Hoe groter de cirkel, hoe hoger het aantal.
- De cirkeloppervlakte neemt evenredig toe met het aantal organismen. Er zijn ongeveer 4 maal zo veel geleedpotigen als planten. De oppervlakte van de grootste cirkel is dan ook viermaal die van de planten

Opgave 3:

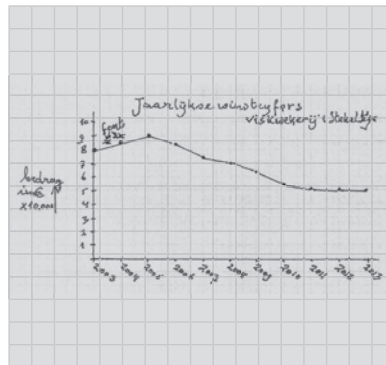
- Totaal: 2.001×1.000 barrels $\times 365 = 730.365.000$ barrels.
- Die is minder dan 40% van de behoefte. De V.S. importeerde in 2007 meer dan 60%.
- Ja, zelfs 66% (grafiek linksonder).

- De top 10 landen leverden 82%. Dat is: 7.559×1.000 barrels. Dus: $100\% \text{ is gelijk aan } 7.559 : 0,82 = 9.218$. De resterende landen leverden samen: $9.218 - 7.559 = 1.659 \times 1.000$ barrels = $1.659.000$ barrels.
- De noodvoorraad is: $159 \times 305.000.000.000 = 48.495.000.000.000$ liter (48,5 biljard) of $4,85 \times 10^3$.

Paragraaf 1.12 Misleidende grafieken.

Opgave 1:

- Nee, de horizontale as heeft als beginwaarde 50.000. Er is dus wel degelijk winst.
- De winst is met 26% gedaald:
 - Winst 2008: € 70.000,-.
 - Winst 2013: € 52.000,-.
 - Daling: € 18.000,-.
 - € 18.000,- is 26% van € 70.000,-.
- Een eerlijker winstgrafiek begint met '0' op de y-as.



Opgave 2:

- De lengtes van de figuren geven de percentages weer.

- De grafiek is misleidend:
 - Het aantal huisartsen is van 1964 tot 1990 nog geen 23% terug gelopen.
 - De lengte van de 2e figuur suggereert minstens een halvering t.o.v. de 1e figuur.
 - De oppervlaktes van de 1e en 2e figuur verschillen nog veel meer.

Opgave 3:

- Ruud begint blijkbaar met een pauze. Daarna fietst hij met constante snelheid. Vervolgens rust hij weer uit.
- Deze grafiek is onmogelijk. De tijd loopt terug, de afstand neemt toe.
- Deze grafiek kan als Ruud in een cirkel fietst. Maar, alleen als de grafiek de 'afstand tot het startpunt' meet. Normaal laat de grafiek de door Ruud afgelegde kilometers zien.

Paragraaf 1.13 Leerlingen- en studentenwerk.

Opgave 1:

- Gemiddelde stijging is 10° in 6 uur, dus $1,66...^\circ$ per uur.
- Thijs noteert de temperatuur bij de uren. Hij telt de temperatuur op en deelt door 4.
- Hij rekt de gemiddelde temperatuur uit. Maar, dat is niet het antwoord op de vraag.
- Hannah lost het grafisch op. Ook zij krijgt het gemiddelde.
- Jorieke rekt de temperatuurstijging uit. Maar, ze vergeet vervolgens te delen.

- f. Ben begint bij de rechtergrens van het eerste interval (8 – 10). Het tweede interval (10 – 12) ziet hij als minder verschil dan het eerste, dus denkt hij 12. Maar dat heeft geen betekenis in de context.
- g. Ben gebruikt de ‘boogjes’ als stappen in de grafiek.
- h. Kaylee omschrijft wat Hannah getekend heeft

Opgave 2:

- a. Pieter verwacht ‘rest 4’ met ‘komma 4’: $10 : 6 = 1$ rest 4 en niet 1,4.
- b. Timo leest $10 : 6$ als $6 : 10$.
- c. Johan is van alles aan het doen met getallen. Zijn aanpak en uitkomst is lastig te duiden, maar de uitwerking op zich is juist.
- d. Hij verliest bovendien de context volledig uit het oog. Daaraan had hij kunnen zien dat zijn antwoord niet klopt.
- e. Anne draait deler en deeltal om ($6 : 10$ i.p.v. $10 : 6$).
- f. Anne deelt ‘uur’ door “stijging”. Ze rekent uit in hoeveel uur (0,6) de temperatuur 1°C stijgt.

Opgave 3:

- a. 4,3 (Zie: Opgave 8, paragraaf 2.14).
- b. Marianne telt eerst twee keer twee getallen handig op: $5,3 + 5,7 = 11$ en $4,4 + 6,2 = 10,6$, vervolgens: $21,6 + 7,1 = 28,7$.

- c. Ze probeert het gemiddelde met een staartdeling te berekenen. Dat lukt niet, dus maakt ze van $28,7 : 5$ à $287 : 50$. Dat rekent ze uit (5,74), maar ze gaat er niet verder mee. Blijkbaar bedenkt ze dat $6 \times 5,5$ gelijk is aan 33. Daaruit leidt ze af dat een 4,3 voldoende is ($33 - 28,7 = 4,3$).
- d. Martijn gebruikt dezelfde strategie als André. Hij werkt echter systematischer:
- de cijfers die groter zijn dan 5,5 bij elkaar;
 - de twee die kleiner zijn bij elkaar;
 - hij bepaalt de verschillen met 5,5;
 - hij neemt die samen en krijgt -1,2;
 - hij trekt 1,2 af van 5,5 en geeft het juiste antwoord: 4,3.

En dan controleert hij zijn antwoord!

Opgave 4:

- a. Wilma moet als vijfde cijfer:
- minstens een 4,7;
 - net geen 9,7 (dus een 9,6) halen.

Toelichting:

De som van de cijfers is 27,8.

Normale afronding betekent:

- ten minste 6,5;
- (net) geen 7,5.

Grenzen zijn: $5 \times 6,5 = 32,5$ en $5 \times 7,5 = 37,5$.

Wilma moet minstens een 4,7 halen ($32,5 - 27,8$).

Wilma mag geen 9,7 halen ($37,5 - 27,8$).

- b. Charissa gaat ook uit van het gemiddelde 7. Ook zij bepaalt geen marges. Ze werkt met ‘over’ en tekort’ t.o.v. 7. Resultaat: 0,2 tekort, dus moet Wilma een 7,2 halen.

- c. Suzan houdt rekening met het afronden. Helaas neemt ze de grenzen te nauw. Ze gaat uit van 6,6 en 7,4 (i.p.v. 6,5 en 7,5). Haar verdere berekening is correct.
- d. Zoals gezegd: ze neemt haar grenzen te nauw. Ook de toevoeging ‘tussen’ is onjuist. De grenzen 5,2 en 9,2 tellen wel mee.
- e. Thomas houdt rekening met het afronden. Hij gaat uit van 6,5 als ondergrens. Maar, als bovengrens neemt hij 7,4 i.p.v. 7,5. Daar gaat hij dus de mist in.
- f. Zijn redenering m.b.t. afronden is onjuist. Hij neemt 7,4 als bovengrens (is 7,5). Ook hier sluit hij de grenzen uit, terwijl ze er wel bij horen.

Paragraaf 1.14

Wanneer gebruik je welke grafiek?

Opgave 1:

Je gebruikt hier een lijngrafiek

- x-as: de scores;
 - y-as: de aantallen studenten.
- Als je klassen gebruikt, kan een histogram ook.

Opgave 2:

Een cirkeldiagram met 7

sectoren is de beste optie.

Een staafgrafiek is een goede tweede.

Opgave 3:

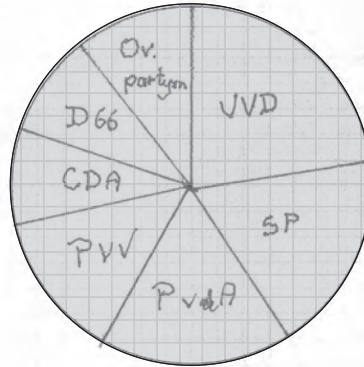
- Je gebruikt een lijngrafiek. De lengte is immers op elk moment te bepalen. De x-as moet ook tussenliggende weken vermelden.
- Een histogram kan ook wel, maar ligt niet voor de hand. Je hebt namelijk te maken met onregelmatige afstanden op de x-as.

Opgave 4: Antwoord d is juist.

Opgave 5:

- Nee. Correct is: staafgrafiek.
- Ja. De bestemmingen zijn de sectoren.
- Nee. Correct is lijngrafiek. Inflatiecijfers worden elke maand bepaald. Dat is een continu proces.
- Nee. Juist is histogram. Neerslag wordt 1x per dag gemeten (continu).
- Ja. De soorten appels zijn de sectoren.

c. Een cirkeldiagram met 7 sectoren:



d. Zie de tabel:

Partij	Rel. verdeling in procenten	In graden voor cirkeldiagram
VVD	22,7	82
SP	18	65
PvdA	17,3	62
CDA	8,7	31
PVV	13,3	48
D66	9,3	33
Overige partijen	10,8	39

e.

f.

De VVD gaat van 31 naar 34 zetels (dus: +9,7%).

- Berekening 1:
- aantal TK : aantal peiling = $34 : 31 = 1,0967...$;
- dat is gelijk aan 109,7%

en dus een stijging van 9,7%;

- Berekening 2:
- aantal TK - aantal peiling =
- $34 - 31 = 3$;

Paragraaf 1.15 Gevarieerde opgaven.

Opgave 1:

- Staafigrafiek:
 - elke partij een staaf (x-as);
 - de lengte geeft het aantal zetels weer (y-as).
 Een cirkeldiagram kan ook:
 - Elk segment geeft dan het aantal zetels van een partij weer.
- Zie de tabel:

Partijen	Peiling 30 aug. 2012	Zetels Tweede Kamer vanaf 2010	Relatieve verdeling peiling	Procentuele verandering zetels TK 2010 t.o.v. peiling	Zetels Tweede Kamer vanaf sept. 2012
VVD	34	31	22,7%	+9,7%	41
SP	27	15	18,0%	+80%	15
PvdA	26	30	17,3%	- 13,3%	38
CDA	13	21	8,7%	-38,1%	13
PVV	20	24	13,3%	-16,7%	15
D66	14	10	9,3%	+40%	12
GL	4	10	2,7%	-60%	4
CU	5	5	3,3%	0%	5
SGP	2	2	1,3%	0%	3
PvdD	4	2	2,7%	+100%	2
50+	1	-	0,7%	Geen antwoord mogelijk	2
Overig	-	-	0,0%		-
Totaal	150	150	100%		150

- verschil : 1% van aantal peiling = $3 : 0,31 = 9,677...$
- De stijging is dus $\approx 9,7\%$ (+9,7)

Opgave 2:

- Diagram 1: de manier waarop is gestemd. Diagram 2: het percentage dat heeft gestemd.
- Dat 0% van de stemmers per post heeft gestemd. Dat is waarschijnlijk een afgerond getal.
- Het opkomstpercentage is 35,1% (staven). Percentage 'niet stemmers' is 64,9%. Samen is dat 100%.
- Hij heeft 81,8% van de uitgebrachte stemmen gekregen. De 35,1% 'stemmers' is 100%.

- e. Je kunt zien dat de onderlinge verhoudingen hetzelfde zijn:
- getallen die ongeveer gelijk zijn met staven die ongeveer even lang zijn;
 - 10x zo veel stemmen Spekman dan op Kronenburg. Dat zie je terug in de bijbehorende staven.

Opgave 3:

- a. Een dalende trend die het laatste jaar weer oploopt.
- b. Het verzuimaantal in 1999 is op 100% gesteld. De percentages van latere jaren zijn daarop gebaseerd. Daardoor zie je de procentuele ontwikkeling:
- het OP stond in 2005 op 70;
 - in 2005 was er 30% minder ziekteverzuim dan in 1999.
- c. Het ziekteverzuim bij het OP is sneller gedaald dan bij het OOP. Daarna is het redelijk stabiel gebleven. Bij het OOP is het, na een stijging, ook afgenomen. De laatste tijd stijgt het ziekteverzuim bij beide groepen weer licht.
- d. De gemiddelde jaarlijkse daling bij het OP is 2,7%. Berekening:
- Dec. 1999: 100.
 - Dec. 2010: 70.
 - In 11 jaar gedaald met 30%.
 - Gemiddeld: $30\% : 11 = 2,7\%$ per jaar.

Opgave 4:

Het stroomschema beschrijft twee soorten werk.

Links:

- toppositie / financiële risico's / lange werkdagen / bureaucratie.
- Resultaat: afkeer van het werk.

Rechts:

- vrijheid / eigen baas / zelf klanten kiezen / regels maken of breken / opwindend werk.

Resultaat: liefde voor het werk.

Opgave 5:

- a. 550,00 (= 550).
- b. 542, langste staaf.
- c. Blijkbaar weinig waarnemingen. Dat kan gebeuren in een statistisch onderzoek.
- d. Onderzoeken als de CITO eindtoets hebben vaak een uitslag conform de normaalkromme. Dat betekent:
- de meeste scores bevinden zich in het 'middengebied';
 - er bevinden zich minder scores in de 'extremen';
 - die extremen doen het dus erg goed / juist veel minder.

Een dergelijk 'normaal' verloop zie je vaak. Wijkt het verloop af, dan is daar een reden voor. Die zie je hier aan de rechterkant van de grafiek: het gebruik van de maximale score (550).

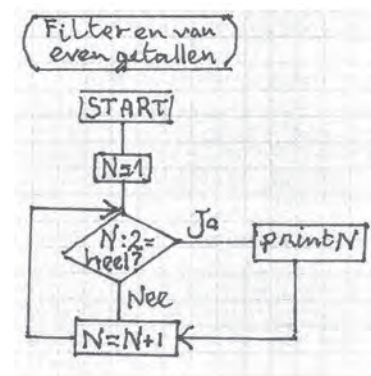
- e. Ja dat kan, maar is veel werk. Je moet 'het aantal kinderen per staaf' bepalen:
- Lees het aantal kinderen af bij het langste staafje.
 - In deze grafiek is dat ca. 425 kinderen.
 - Meet de lengte van dat staafje.

- Bepaal dan bijvoorbeeld 'de staaf' lengte per 100 kinderen'.
- Meet elke staaf en bereken het aantal kinderen.

Ter controle: alle staven samen staan voor 9.559 kinderen.

- f. Op de x-as staan de scores vermeld. In die scores (de staven) zit een logische opbouw. Je kunt de staven dus niet verwisselen.

Opgave 6: Je diagram moet deze elementen bevatten:



Opgave 7:

- a. Afgelezen: BMI: 22,5.
Berekening: $85 : (1,93)^2 = 22,82$.
- b. Minimaal 72 kg.
Controle:
- $72 : (1,7)^2 = 24,91$;
 - $72,3 : (1,7)^2 = 25,02$.
- Charlotte weegt minstens 72,3 kg.
- c. Aflezen:
- Frans is minimaal 1,76 meter;
 - Hij is maximaal 1,96 meter.

Opgave 8:

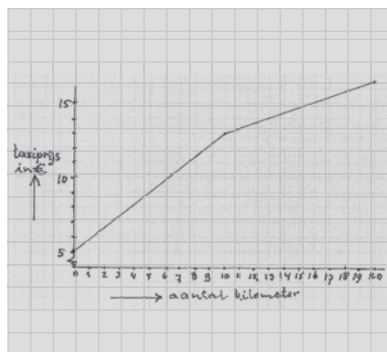
- a. Som van de vijf cijfers: 28,7.
Vereist $6 \times 5,5 = 33$.
Zesde cijfer: $33 - 28,7 = 4,3$.
- b. 6,1 is een afgerond cijfer.
Het is dus minimaal een 6,05 en maximaal een 6,15.
Let op dat 6,15 zelf niet kan (wordt 6,2). De som van de 5 cijfers is 28,7.
Het laagst mogelijke cijfer is:
 - $6 \times 6,05 = 36,3$;
 - $36,3 - 28,7 = 7,6$.
 Het hoogst mogelijke cijfer is:
 - $6 \times 6,15 = 36,9$;
 - $36,9 - 28,7 = 8,2$.
 Maar: 8,2 betekent een 6,2.
De bovengrens is dus: 8,1.
Wilma's cijfer kan zijn: van 7,6 tot en met 8,1.
- c. Wilma's cijfer kan zijn: van 4,7 tot en met 9,6.
Je rekent dat op dezelfde manier uit als bij Opgave 8b.
Zie ook: paragraaf 2.12, Opgave 4a.

Opgave 9:

- a. Je betaalt € 9,-.
Berekening:
 - starttarief is € 5,-;
 - je rijdt 4,4 km ($368,4 - 364$);
 - afgerond is dat 5 km;
 - prijs 1e 10 km: € 0,80 per km;
 - je betaalt daarvoor: $5 \times € 0,80 = € 4,-$;
 - in totaal: € 5,- + € 4,- = € 9,-.

- Je hebt 35 km gereden
- Berekening:
- je betaalt: € 21,75;
 - starttarief is € 5,-;
 - de 1e 10 km kosten: € 8,-;
 - de overige km's kosten: € 8,75;
 - je hebt dus nog 25 km gereden ($€ 8,75 : € 0,35$);
 - je hebt dus 35 km gereden (10 km + 25 km).

b.

**Opgave 10:**

- a. Er zijn 88 waarnemingen gedaan. Dat is namelijk de som van de frequenties.
- b. Gemiddeld $\approx 7,8$.
Berekening:
 - $(2 \times 4 + 5 \times 5 + \dots + 5 \times 11 + 1 \times 12) : 88 =$
 - $689 : 88 = 7,82... \approx 7,8$.
- c. Modus = 8 (hoogste frequentie).
Mediaan = 8 (gemiddelde 44e en 45e waarneming).
- d. Het gemiddelde gaat omhoog.
Modus verandert niet.
Mediaan verandert ook niet:
de 49e waarneming is nog steeds 8.

**Paragraaf 1.16
Eindtoets Verbanden**

De antwoorden op de toets staan op de website:

www.handigmetgetallen.nl

Geraadpleegde literatuur

Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008). *Over de drempels met taal en rekenen. Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen*. Enschede: SLO.

Freudenthal, H. (1984). *Appels en peren/wiskunde en psychologie*. Apeldoorn: Van Walraven.

Groenestijn, M. van e.a. (2011). *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie*. Assen: Van Gorcum.

TAL-team. (2005). *Breuken, procenten, kommagetallen en verhoudingen*. Groningen: Noordhoff.

Treffers A., Streefland L., De Moor E. (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, Deel 2, Basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijsen.

Treffers A., Streefland L., De Moor E. (1994). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, Deel 3A, Breuken*. Tilburg: Zwijsen.

Treffers A., Streefland L., De Moor E. (1996). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, Deel 3B, Kommagetallen*. Tilburg: Zwijsen.

Zanten, M. van e.a. (2009). *Kennisbasis Rekenen-Wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs*. Utrecht: ELWIeR/Panama.

Over de auteur

Ruud Houweling heeft na de HAVO aan de Rijksuniversiteit te Leiden zijn M.O.-A en -B wiskunde behaald. Nog tijdens zijn studie is hij als wiskundeleraar aan de slag gegaan op de GSR te Rotterdam. Na 30 jaar heeft hij het VO verruild voor de Pabo en leidt hij als docent rekenen- en wiskunde aan de PABO van VIAA, de Gereformeerde Hogeschool Zwolle, studenten op tot onder andere professioneel gecijferd. Ruud geeft naast zijn taak als Pabo docent ook cursussen rekenen en rekendidactiek aan leerkrachten basisonderwijs, MBO docent en rekencoördinatoren. Hij gaat voor kwaliteit en plezier, want rekenen is echt leuker als je denkt!

