

Handig met getallen 4

Rekenboek voor de pabo

Meetkunde



Als je dichterbij komt, zie je steeds minder van de Peperbus (Zwolle). Hoe kan dat?

Auteur: Ruud Houweling

Oefenen voor de LKT Wiskunde (met instructie)

Handig met getallen 4

Rekenboek voor de pabo

Meetkunde

Domein 4: Meetkunde

Met **Handig met getallen (HMG)** oefen je intensief voor de LKT Wiskunde van de pabo. Je wordt geholpen door een 'stap-voor-stap instructie', veel oefenstof en een toets op LKT-niveau.

Auteur: Ruud Houweling
Adviezen: Suzanna Hoeksma

Redactie: Uitgeverij Cantal

Vormgeving: Studio Van Elten, Gemert

© Uitgeverij Cantal, Rosmalen

www.handigmetgetallen.nl

Op deze uitgave rust - in overleg met de auteur - geen auteursrecht meer. U kunt vrijelijk over dit boek beschikken.

De uitgever heeft met betrekking tot overnames getracht alle eventuele rechthebbenden te achterhalen. Mocht iemand zich desondanks benadeeld voelen, dan verzoekt de uitgever hem of haar contact met de uitgever op te nemen en alsnog tot een passende regeling te komen.

CANTAL
UITGEVERIJ

Woord vooraf

Sinds enige tijd studeer je aan de opleiding tot leraar basisonderwijs: de Pedagogische Academie Basisonderwijs, afgekort de Pabo. Dat is een bewuste keuze: je wilt een verschil maken in het leven van kinderen van 4 tot en met 12 jaar. Om dat te bereiken, moet je goed onderwijs kunnen geven en de vakken van de basisschool op een hoog niveau beheersen.

Dat geldt ook voor rekenen. Het gaat er niet alleen om dat je zelf de rekenopgaven kunt uitrekenen. Om goed onderwijs aan kinderen te geven heb je inzicht nodig in berekeningen en de achterliggende redeneringen en moet je verschillende rekenmanieren op diverse niveaus kunnen gebruiken. Dat doen kinderen namelijk ook!

Een rekenboek **Handig met getallen** behandelt een (deel van een) domein van de 'Kennisbasis wiskunde lerarenopleiding basisonderwijs (2018)'. Het rekenboek **Handig met getallen 4** behandelt domein 4: Meetkunde.

Handig met getallen helpt je om een 'Gecijferde leerkracht basisonderwijs' te worden. Als je alle leerstof hebt doorgenomen, de opgaven hebt gemaakt en de toets per hoofdstuk goed hebt afgerond, kun je de Kennisbasis Toets Wiskunde voor dit domein met vertrouwen tegemoet zien.

Leg je die toets met goed gevolg af, dan voldoe je aan de criteria voor een 'professioneel gecijferde leerkracht basisschool' en ben je inhoudelijk competent voor het domein Meetkunde.

Bij dit rekenboek hoort overigens een (gratis) ondersteunende website: www.handigmetgetallen.nl. Daarop vind je onder andere de antwoorden op de toets en uitwerkingen van de 'Gevarieerde opgaven'.

Wij, auteur en uitgever, wensen je veel succes en rekenplezier!

Ruud Houweling, auteur

Sjef Bergervoet, uitgever

Inleiding

Met **Handig met getallen (HMG)** oefen je voor de Landelijke Kennisbasis Toets Wiskunde voor de pabo. Deze 'rekenboeken gecijferdheid' behandelen alle inhoud en begrippen van de Kennisbasis Wiskunde voor de pabo.

De Kennisbasis Wiskunde beschrijft 5 domeinen:

- Hele getallen en bewerkingen.
- Verhoudingen, procenten, breuken en kommagetallen.
- Meten.
- Meetkunde.
- Verbanden.

Het traditionele domein 'Meten en meetkunde' is in de Kennisbasis gesplitst in twee domeinen, namelijk 'Meten' en 'Meetkunde'. De reeks **Handig met getallen** volgt deze indeling.

Dit rekenboek **Handig met getallen 4** behandelt domein 4: Meetkunde. In hoofdstuk 9 staan de antwoorden op de opgaven. De antwoorden op de toets staan op de website www.handigmetgetallen.nl.

Kernbegrippen Kennisbasis

Niet alleen de inhoud van de Kennisbasis komen in **Handig met getallen** aan de orde. Ook de Kernbegrippen uit de Kennisbasis zijn in de relevante hoofdstukken opgenomen en voorzien van een definitie en een of meer voorbeelden.

Doelen

Handig met getallen helpt je met het bereiken van 'professionele gecijferdheid: 'De specifieke gecijferdheid van leraren wordt aangeduid als 'professionele gecijferdheid' (Oonk, Van Zanten, & Keijzer, 2007). Een leraar zet zijn professionele gecijferdheid in voor het onderwijs aan leerlingen. Dit is een voorwaarde voor het didactisch handelen (Keijzer, Van Doornik-Beemer, & Oonk, 2017).'

'Voor de wiskundige kennis van de leraar betekent het vooral inhoudelijke kennis van de vijf domeinen' (wederom parafraserend):

- De leraar heeft kennis van en inzicht in het genoemde kenniselement (het - onderdeel van - het domein).
- Hij is vaardig in het gebruik van dit kenniselement in daarvoor aangegeven (alledaagse of wiskundige) contexten.
- Hij is, indien van toepassing, bekend met misconcepten die spelen rond het genoemde kenniselement en in staat deze te pareren.

In zijn algemeenheid moet hij 'wiskundige vakkennis kunnen inzetten die passend is in de situatie.'

Rekendoelen en referentieniveaus

Voor alle vormen van onderwijs (behalve voor het Wetenschappelijk Onderwijs) zijn rekendoelen geformuleerd op twee niveaus: F (fundamenteel) en S (streef). Het F niveau is gestapeld, dat wil zeggen: niveau 3F bouwt verder op niveau 2F en niveau 2F doet dat op niveau 1F. De S niveaus zijn een uitwerking van de F niveaus: een S niveau vraagt meer inzicht in rekenen en bevat formele(re) opgaven met lastiger getallen.

De onderscheiden rekenniveaus:

- Leeftijd t/m 12 jaar (basisonderwijs): 1F en 1S.
 - niveau 1F sluit aan op vmbo-bb en vmbo-kb.
 - niveau 1S sluit aan op vmbo-t, havo en vwo.
- Leeftijd t/m 16 jaar (vmbo-4, onderbouw havo/vwo): 2F en 2S.
 - niveau 2F sluit aan op vmbo-bb en vmbo-kb.
 - niveau 2S sluit aan op vmbo-t en onderbouw havo/vwo.
- Leeftijd 18-20 jaar (mbo-3, mbo-4, bovenbouw havo en vwo): 3F en 3S.
 - Niveau 3F sluit aan op mbo-3 en mbo-4.
 - Niveau 3S sluit aan op bovenbouw havo/vwo.

Niveau 2F wordt gezien als het 'algemeen maatschappelijk niveau'. Dat wil zeggen: het rekenniveau dat eigenlijk iedereen in onze maatschappij zou moeten beheersen. Voorbeelden van de niveaus staan op de website van de SLO (www.slo.nl).

Als 'professioneel gecijferde leerkracht basisonderwijs' sta je boven de leerstof die je de kinderen aanbiedt en kun je de rekenstof voor hen inzichtelijk maken. Daarom wordt er van je verwacht dat je rekenniveau 3S beheerst. Dat is het eindniveau van **Handig met getallen**. Om te kunnen beginnen is het nodig dat je niveau 2F beheerst.

Structuur van het rekenboek

De rekenboeken uit de reeks **Handig met getallen** hebben dezelfde structuur. Kort gezegd is elk hoofdstuk als volgt opgebouwd:

- Een korte inleiding met de rekendoelen van de basisschool (op niveau 1F) en voorbeelden uit diverse moderne rekenmethodes.
- De inhoudsopgave van het hoofdstuk.
- Een paragraaf 'Warming up' met opgaven die een goede indicatie geven van het gewenste eindniveau 3S. Deze opgaves zijn bedoeld als 'opwarmer' voor het hoofdstuk.
- De inhoudelijke paragrafen waarin de relevante onderdelen van de leerstof stap voor stap uitgelegd worden aan de hand van zorgvuldig gekozen voorbeelden. De student oefent met specifiek voor dat onderdeel bedoelde opgaven.
- De paragraaf met leerlingenwerk en (vaak) studentenwerk is bedoeld om het werk van kinderen en andere studenten te leren kennen en analyseren.
- Een paragraaf met gevarieerde opgaven over alle onderwerpen uit het hoofdstuk.
- De eindtoets voor het hoofdstuk op het niveau van de Kennisbasis. De eindtoets is een indicatie van gecijferdheid. Maak je deze toetsopgaven correct (de antwoorden staan op de website www.handigmetgetallen.nl), dan kun je de verplichte Kennisbasistoets met vertrouwen tegemoet zien.
- De begrippenlijst met alle 'Kernbegrippen van de Kennisbasis' voor het hoofdstuk.

Het rekenboek is prima geschikt om zelfstandig door te nemen en zo het gewenste niveau te bereiken. Laat onverlet dat ondersteuning door de docent het proces versnelt en het inzicht verdiept.

Het boek sluit af met:

- Geraadpleegde literatuur.
- Informatie over de auteur.

1. Meetkunde

De meetkunde (geometrie), oud Grieks voor ‘het meten van de aarde’, is het onderdeel van de wiskunde dat zich bezig houdt met de beschrijving en duiding van onze twee- en driedimensionale werkelijkheid. De meetkunde is van oorsprong een praktische wetenschap die zich vooral bezig hield met het bepalen van afmetingen, vormen, de relatieve positie van figuren en de eigenschappen van de ruimte. De website Leraar24 laat zien hoe praktisch meetkunde is door de relatie met je dagelijkse leven te leggen:

De organisatie en het ordenen van het huishouden vraagt meetkundige inzichten en activiteiten. Denk hierbij aan het inrichten, opruimen, (ver)bouwen en knutselen in huis. Hierbij spelen meetkundige aspecten als oriënteren, lokaliseren, projecteren en redeneren een rol. Datzelfde geldt in de bouw, techniek en andere beroepen en activiteiten waarbij het gaat om construeren, ontwerpen en opbouwen.

Bron: (<https://www.leraar24.nl/51011/meetkunde/>)

Meetkunde biedt je de kennis die je nodig hebt om allerlei dagelijkse dingen in kaart te brengen. Die dagelijkse relevantie van meetkunde kun je zelf ook onderzoeken met vragen als:

- Waarom “fietsen” zon en maan met je mee als je op een lang recht fietspad rijdt?
- Hoe komt het dat een toren soms juist uit beeld verdwijnt als je dichterbij komt?
- Waarom hebben de wieljes van rollerskates niet de vorm van bolletjes maar van cilinders?
- Waarom zitten chocolaatjes in heel andere soort verpakking dan boter?

Inhoudsopgave

Woord vooraf

Inleiding	1
1. Meetkunde	3
1.1 Meetkunde op de basisschool	5
1.2 Vijf deelgebieden van meetkunde	9
1.3 Fasering van meetkundige kennis en ontwikkeling	14
2. Warming up	17
3. Oriëntatie in de ruimte - Construeren	19
3.1 Driehoeken	19
3.1.1 Soorten driehoeken	20
3.1.2 Teken en construeren van driehoeken	22
3.1.3 Het gebruik van coördinaten	23
3.2 Vierhoeken	27
3.2.1 Soorten vierhoeken	27
3.2.2 Teken en construeren van vierhoeken	28
3.3 Veelhoeken en cirkels in de tweedimensionale ruimte	34
3.4 Ruimtelijke figuren	35
3.4.1 Soorten ruimtelijke figuren	37
3.4.2 Platonische lichamen	39
4. Transformeren	41
4.1 Transformatie en symmetrie	41
4.1.1 Transformatie w.o. spiegelen	41
4.1.2 Symmetrie	44
4.2 Omstructureren	47
4.3 Spiegelingen, structuren en patronen	49
4.3.1 Spiegelen	49
4.3.2 Structuren en patronen	50
5. Viseren en projecteren	53
5.1 Kijklijnen	53
5.2 Lichtbron en schaduw	57
5.3 Aanzichten	60
5.4 Uitslagen	62
6. Visualiseren	65
6.1 De combinatie van 2D en 3D figuren	65
6.2 Vlakke figuren in ruimtelijke figuren	67
6.2.1 Herkennen van vlakke figuren in ruimtelijke figuren	67
6.2.2 Omstructureren van ruimtelijke figuren	68
6.3 Onmogelijke ruimtelijke figuren	69
7. Eindtoets	71
8. Kernbegrippen Kennisbasis Meetkunde	75
9. Antwoorden Meetkunde	85

1.1 Meetkunde op de basisschool

Het leren kennen van onze werkelijkheid gaat - ook bij de zich ontwikkelende mens – stapsgewijs door die werkelijkheid te ervaren, te beschrijven en te verklaren en die ervaringen en verklaringen onderling te verbinden. De meetkunde past dat toe op haar vijf deelgebieden:

- Oriënteren in de ruimte
- Viseren en projecteren
- Transformeren
- Construeren
- Visualiseren en representeren

In de inhoud van de basisschool, net als in dit boek, komen die vijf deelgebieden aan de orde.

Doelen en voorbeelden

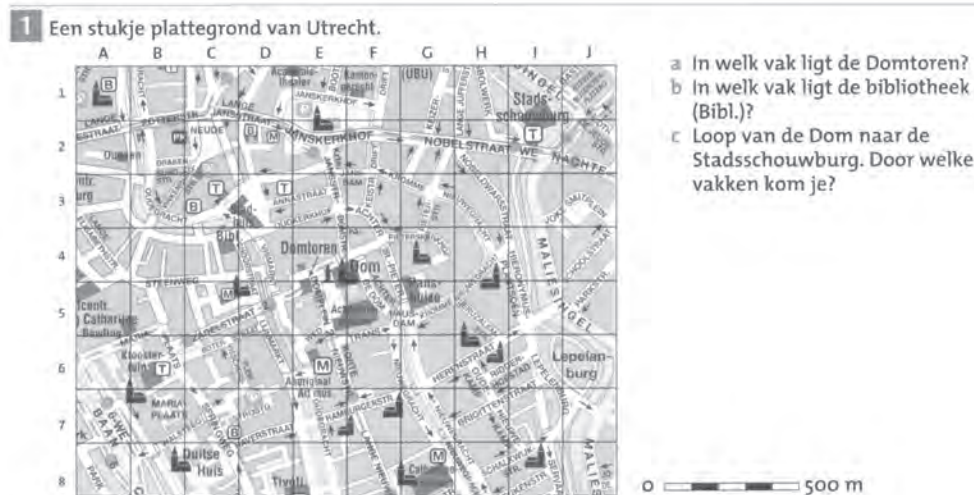
Wat leren kinderen op de basisschool over meetkunde? Welke leerstofdoelen zijn er voor meetkunde geformuleerd voor het eind van de basisschoolstof?

Voor het basisonderwijs zijn 7 rekendoelen geformuleerd voor het leerstofdomein meetkunde op niveau 1F. Meer hierover vind je in de algemene inleiding. De doelen voor meetkunde op niveau 1F (zie: www.slo.nl) vind je hieronder. Ze zijn voorzien van voorbeelden uit moderne rekenmethodes voor de basisschool.

Doel 1:

Kunnen lezen en interpreteren van gegevens op plattegronden:

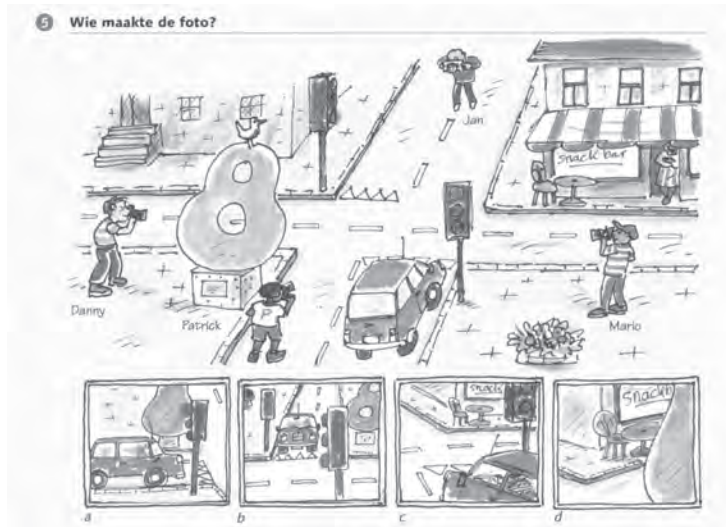
- interpreteren van legenda's.
- routes kunnen tekenen en beschrijven met begrippen als links, rechts, rechtdoor en met behulp van een rooster met coördinaten.
- afstanden berekenen met behulp van een eenvoudige schaallijn en afpassen.
- lokaliseren van plaatsen op een plattegrond (met behulp van een rooster of coördinaten).
- mentaal innemen van een standpunt op een plattegrond en daarbij ruimtelijk redeneren.



Alles telt, Rekenboek 6b, blz. 61, opg.1

Doel 2:

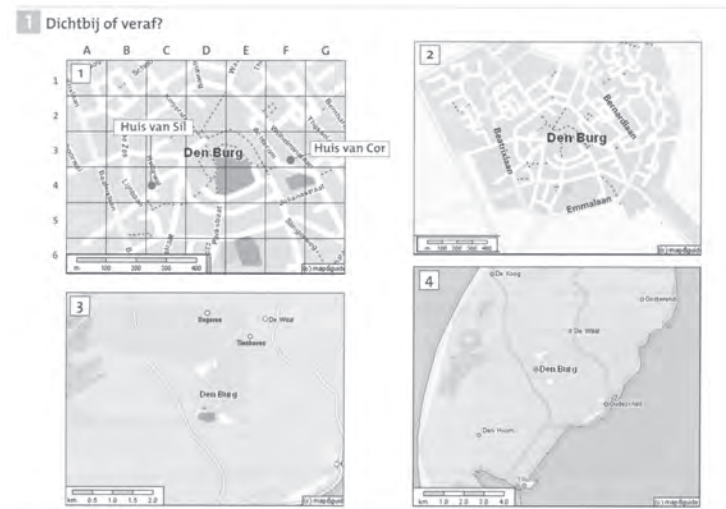
Standpunt kunnen bepalen bij een ruimtelijke tekening op basis van een tweedimensionale tekening of foto, mentaal innemen van een standpunt en ruimtelijk redeneren.



Rekenrijk, Rekenboek 5b, blz. 94, opg.5

Doel 3:

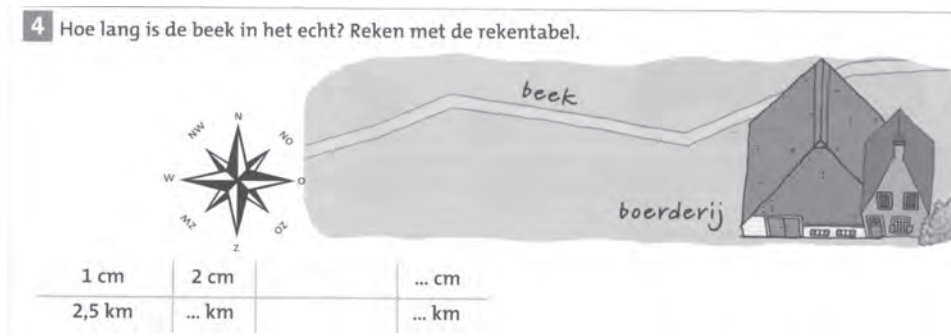
Inzicht hebben in de relatie tussen afstand en grootte: hoe verder weg je staat, hoe kleiner de objecten die je ziet zijn.



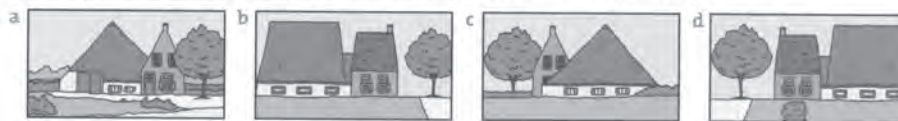
Alles telt, Rekenboek 6b, blz. 60, opg.1

Doel 4:

Kennen van de begrippen noord, oost, zuid, west en kunnen toepassen bij een plattegrond of in de ruimte.



- 5 Waar stond de fotograaf bij de boerderij van opdracht 4?
Stond hij ten noorden, ten oosten, ten zuiden of ten westen van de boerderij?



Alles telt, deel 6B, blz. 61 opg. 4 en 5)

- 3 Waar liggen de plaatsen?



- a De Waal ligt ... van Den Burg.
- b Oosterend ligt ... van Den Burg.
- c Den Burg ligt ... van Oudeschild.



Alles Telt, Rekenboek 6B, blz. 60, opg.3

Doel 5:

Kennen van meetkundige vlakke en ruimtelijke figuren: rechthoek, cirkel, ovaal, driehoek, vierkant, balk, bol, cilinder, piramide, kubus. Kennen van bijbehorende begrippen als rond, recht, vierkant, midden, horizontaal.

- 1 Welke vorm hebben de pakjes?

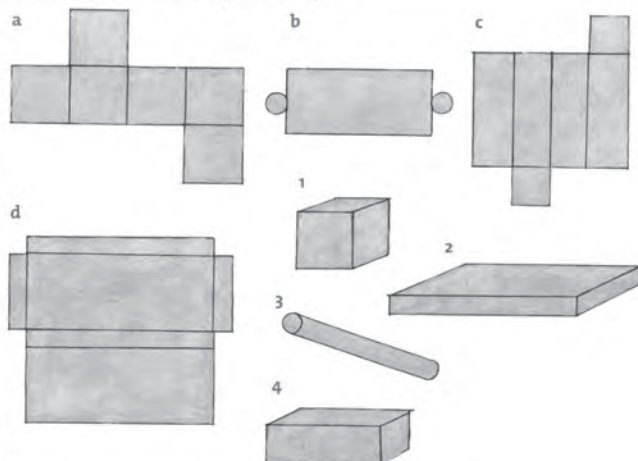


Rekenrijk, Rekenboek 6B, blz. 20, opg.11

Doel 6:

Uitslagen / bouwplaten van ruimtelijke figuren kunnen herkennen. Uitslagen van gegeven verpakkingen (balk, kubus, piramide) kunnen herkennen en construeren of controleren op juistheid.

- 1 Welke bouwplaat hoort bij welk doosje?



Alles telt, Rekenboek 5B, blz. 88, opg.1

2 Verzamel verpakkingen. Haal ze uit elkaar en vouw ze plat.



3 Welke verpakkingen waren dit?



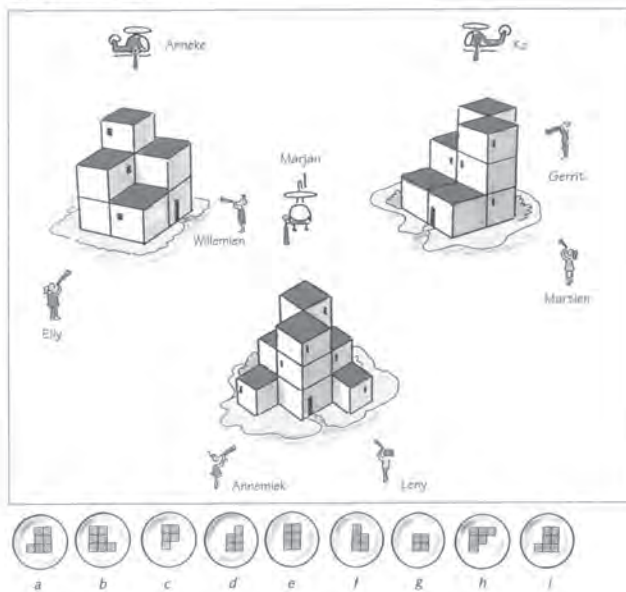
84 **Werschrift**

Alles telt, Rekenboek 5B, blz. 84, opg.2 en 3

Doel 7:

Voor- zij- en bovenaanzichten van ruimtelijke figuren/objecten herkennen en kunnen tekenen.

1 Bij wie horen de verrekijkers?



Rekenrijk 5b. Blz. 62, opg.1

1.2 Vijf deelgebieden van meetkunde

De 'Kennisbasis Wiskunde lerarenopleiding basisonderwijs (2018)', beschrijft de meetkundige kennis waarover een leraar basisonderwijs dient te beschikken als volgt:

De startbekwame leraar heeft kennis van, inzicht en vaardigheid in de vijf deelgebieden van de meetkunde. Hij kent de bijbehorende begrippen en taal. Begrippen zijn bij één specifiek deelgebied genoemd maar spelen in het algemeen bij meerdere deelgebieden een rol.

De Kennisbasis refereert aan 'de vijf deelgebieden van meetkunde'. Dat is een onderverdeling van de meetkunde die vaak wordt gebruikt. Die vijf deelgebieden zijn:

1. Oriënteren.
2. Viseren en projecteren.
3. Transformeren.
4. Construeren.
5. Visualiseren en representeren.

Neem even de tijd om over die vijf begrippen na te denken, dan begrijp je wellicht zelf al wat ze betekenen. Om je daarbij verder te helpen volgt hier een korte uitleg van elk deelgebied met voorbeelden uit de volgende paragrafen.

1. Oriëntatie in de ruimte

Meetkunde houdt zich bezig met het op een min of meer abstracte manier beschrijven en vastleggen van de werkelijkheid, o.a. met zogenaamde figuren en ruimtelijke objecten (lichamen). Meetkunde is dus een 'abstractie' van de werkelijkheid. Die figuren en objecten zijn 'de spelers in het veld' die de meetkunde gebruikt.

Bij 'oriëntatie in de ruimte' maak je kennis met de spelers. Met vlakke figuren als lijnen, hoeken, driehoeken, vierhoeken en veelhoeken en met ruimtelijke objecten, die officieel lichamen heten, is de bol, kubus, balk, cilinder, kegel en prisma.

Je kunt ze schetsen, tekenen en construeren en ze gebruiken om ermee te rekenen, zoals bij het bepalen van oppervlakte en inhoud. Je kunt ook, met behulp van een coördinaten- of assenstelsel, de plaats van figuren en objecten bepalen en vastleggen, vergelijkbaar met de aardrijkskundige plaatsbepaling. Bij meetkunde gaat het echter over de snijpunten van lijnen, terwijl het bij aardrijkskunde gaat over de vakjes die bepaald worden door twee coördinaten.

Begrippen je tegen zult komen zijn:

- bij lijnen: snijden, kruisen en evenwijdig;
- bij hoeken: grootte in graden, scherpe, rechte, stompe of gestrekte hoeken;
- bij ruimtelijke figuren: diameter, straal, ribbe en diagonaal.

Ook deze begrippen horen ook bij de oriëntatie in de ruimte.

Bij het oplossen van een meetkundig probleem begin je met het verkennen en in beeld brengen van het probleem en de exacte vraag. Vaak is een tekening, een schets, een figuur of een situatie onderdeel van het probleem. Dan kun je vragen stellen als:

- Waar gaat het precies over?
- Kan ik een plaatje voor mijzelf erbij maken en de gegevens erbij zetten?
- Wat is er afgebeeld? Om welke gegevens gaat het?
- Wat is precies het probleem dat ik moet oplossen?
- Welke vraag/vragen roept dat op?
- Wat wordt er van mij verwacht?
- Herken ik dit probleem?

Voorbeeld 1:

Op de foto's zie je steeds 3 potten pindakaas. De hoogte van de 3 potten is achtereenvolgens: 9 cm, 10,5 cm en 13,5 cm.

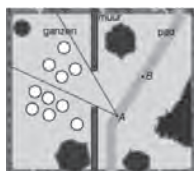


Bron: ► Opgave 7 (Hoofdstuk 5.1)

Opdracht: Beredeneer of de pindakaaspotten op beide foto's dezelfde potten kunnen zijn. Noteer je redenering in steekwoorden.

2. Viseren en projecteren

Bij 'viseren' verklaar je meetkundige verschijnselen aan de hand van rechte lijnen, de zgn. kijk- of viseerlijn. Viseren - van 'visueel' - betekent: ergens naar kijken. Een 'viseerlijn' is een denkbeeldige lijn die loopt van je oog naar het object waar je naar kijkt. De twee uiterste viseerlijnen definiëren je 'blikveld' ofwel datgene wat je ziet vanuit je standpunt.

Voorbeeld 2:

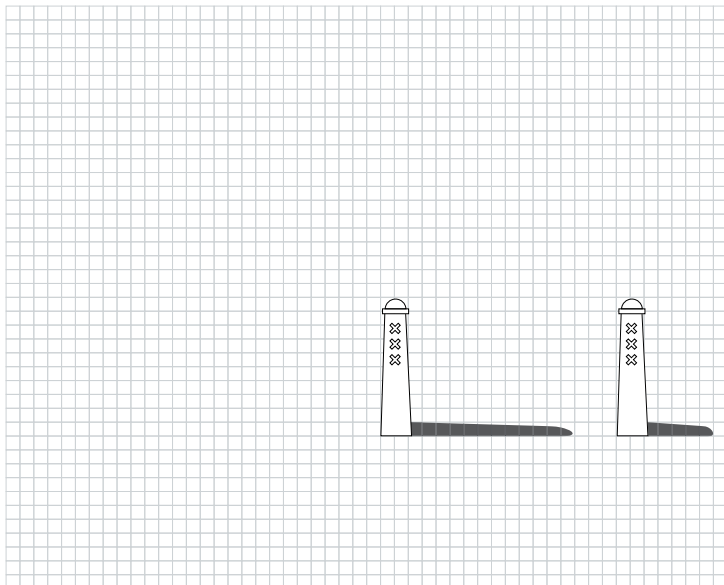
Bron: Voorbeeld 1 (Hoofdstuk 5.1)

Vraagstelling: Wie ziet meer ganzen A of B?

Projecteren doe je als je bijvoorbeeld een YouTube filmpje vertoont op het digibord of als je bezig bent met 'licht en schaduw'.

Voorbeeld 3:

Deze twee Amsterdammertjes (paaltjes) staan in de buurt van een straatlantaarn. Dat zie je aan hun schaduw.



Bron: ► Opgave 11 (Hoofdstuk 5.1)

Opdracht: Bepaal de plaats van het lichtpunt van de straatlantaarn t.o.v. de paaltjes.

3. Transformeren

Transformeren betekent letterlijk 'omvormen'. Met de term 'transformatie' beschrijf je meetkundige activiteiten als:

- spiegeling in een lijn of punt;
- translatie (verschuiving);
- rotatie of draaiing.

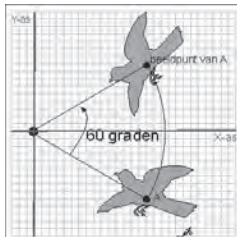
Voorbeeld 4:

Een rotatie wordt bepaald door twee dingen:

1. een punt waar je om roteert;
2. de hoek waarover je roteert.

Dit plaatje van de geroteerde vogel is geroteerd om de oorsprong O (=het snijpunt van de x-as en de y-as) en over een hoek van 60 graden.

Je kunt ook 60 graden de andere kant opdraaien, dus met wijzers van de klok mee. De afspraak is dat een rotatiehoek positief is als de rotatie tegen de wijzers van de klok in gaat. Gaat de rotatie met de wijzers van de klok mee, dan is de hoek negatief.



Bron: Voorbeeld 3 - Rotatie (Hoofdstuk 4.1)

Getransformeerde figuren zijn congruent (bij spiegelen, roteren en transleren) of gelijkvormig (bij vermenigvuldiging) aan hun origineel. De laatste transformatie heeft ook gevolgen voor oppervlakte en inhoud en dus spelen de formules daarvoor bij transformaties ook een rol. Ook eigenschappen van figuren, zoals symmetrie en evenwijdigheid, komen aan bod.

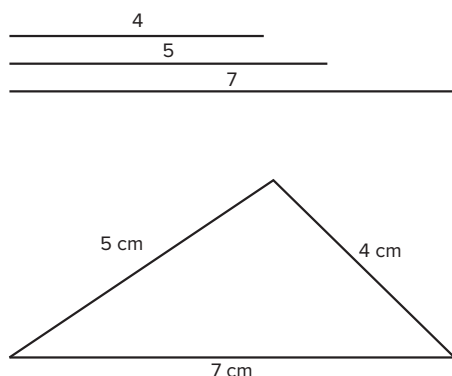
4. Construeren

Als je iets maakt of precies tekent - dus niet schetst! - ben je bezig met construeren. Je gebruikt dan vaak een liniaal, een geodriehoek (gradenboog) en een passer. Je maakt voorafgaand aan de constructie zelf - zeker als het heel precies moet - vaak ook een bouwtekening om duidelijk te krijgen hoe je iets uitvoert of maakt. Daarin zet je ook de gegevens die je nodig hebt.

Bij 'construeren' hoort ook het samenvoegen van verschillende vormen tot een nieuwe vorm, zowel twee- als driedimensionaal. Maar ook het uit elkaar halen van complexere vormen tot bekende vormen hoort bij construeren. Daarvoor gebruik je dan de 'spelers van het veld'.

Voorbeeld 5:

Soms is het nodig om een driehoek exact te omschrijven, bijvoorbeeld om een hele klas dezelfde driehoek te laten tekenen. Het is dan onvoldoende om alleen de opdracht 'Teken een scherphoekige driehoek.' te geven. Het resultaat is dan bij iedere leerling anders.



Bron: Voorbeeld 3 - Teken van driehoeken (Hoofdstuk 3.1)

Opdracht: construeer een driehoek met zijden van 4 cm, 5 cm en 7 cm lang. De afbeelding (Voorbeeld 3) is overigens een voorbeeld en heeft niet de juiste maten. Volg de stapsgewijze constructie:

- Stap 1: Teken nauwkeurig de langste zijde, dus een lijnstuk van 7 cm (lijnstuk 1).
- Stap 2: Meet de tweede lengte (bijvoorbeeld die van 5 cm) tussen de benen van de passer met je liniaal af.
- Stap 3: Plaats de passerpunt in een van de uiteinden van het lijnstuk 1 en teken een deel van de cirkel (uiteinde lijnstuk 1 is het middelpunt en de straal is 5 cm).
- Stap 4: Meet de derde lengte (van 4 cm) tussen de benen van de passer met je liniaal af.
- Stap 5: Plaats de passerpunt in het andere uiteinde van lijnstuk 1 en teken een deel van de cirkel (andere uiteinde lijnstuk 1 is het middelpunt en de straal is 4 cm). Zorg ervoor dat dit cirkeldeel het eerder getekende cirkeldeel snijdt.
- Stap 6: Het snijpunt is het derde hoekpunt van de driehoek. Verbind de drie hoekpunten met elkaar en je hebt de beschreven driehoek getekend.

5. Visualiseren en representeren

Maak je een tekening van een meetkundig probleem, dan visualiseer je dat probleem. Dat kan schetsmatig of juist heel nauwkeurig, maar ook met behulp van een foto.

Voorbeeld 6:

Je rijdt Zwolle binnen en ziet recht voor je de Peperbus, de bekendste kerktoeren van Zwolle. Hij steekt een heel stuk boven de huizen uit. Je rijdt er recht op af en ziet de Peperbus verdwijnen.



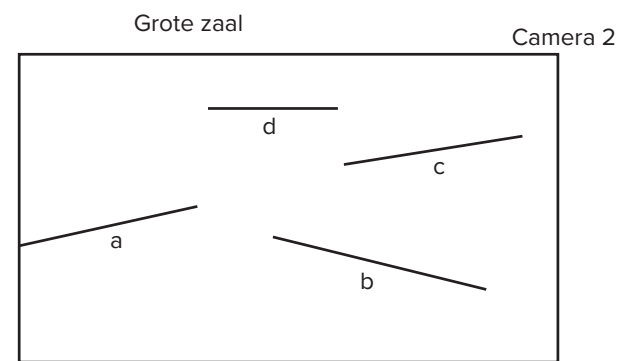
Bron: ► Opgave 2 (Hoofdstuk 5.1)

Opdracht: Verklaar, met behulp van een tekening, de ‘verdwijning van de Peperbus’.

Representeren lijkt op visualiseren: je ‘modelleert’ situaties of objecten naar voorbeeld van de realiteit die je waarneemt. Zo’n model is echter lang niet altijd een tekening. Fiches bijvoorbeeld representeren hoeveelheden en een geschetst bovenaanzicht kan een museumzaal voorstellen.

Voorbeeld 7:

In de grote zaal van museum “De Fundatie” staan 4 panelen (a, b, c en d). Aan beide zijden van die panelen hangen kostbare schilderijen. Er hangen twee bewakingscamera’s (C) aan twee tegenover elkaar liggende hoeken.



Camera 1

Bron: ► Opgave 6 (Hoofdstuk 5.1)

Opdracht:

- Kun je met deze twee camera’s de hele zaal in de gaten houden? Licht je antwoord toe.
- Hangen ze op de juiste plaats om de schilderijen te bewaken? Licht je antwoord toe.
- Adviseer jij een andere positie? Bepaal die positie op de plattegrond.

1.3 Fasering van meetkundige kennis en ontwikkeling

Meetkunde is een onderdeel dat je vooral moet doen! Je kent vast het gezegde ‘iets in de vingers krijgen’. Die uitdrukking past heel goed bij de meetkunde: het beetpakken van objecten en ze van alle kanten bekijken. Op die manier ervaar je wat je in je handen hebt, bekijk je het probeer je het te begrijpen. Daarom staan bij de behandeling van meetkundige onderwerpen drie begrippen centraal:

ervaren – verklaren – verbinden.

Die termen bepalen vaak ook de didactische volgorde waarin een meetkundig onderwerp wordt aangeboden en besproken. Je kunt ze zien als een didactische drieslag.

Ervaren

Ervaren wil zeggen dat je iets meemaakt, doet of uitprobeert. Het kan ook betekenen dat je je verwondert over iets dat je ziet gebeuren. Als je samen een selfie maakt zie je op het plaatje dat jij “opeens” links staat van de ander, terwijl je in het echt rechts staat. Je ziet een vliegtuig in de lucht zich heel langzaam verplaatsen, terwijl de auto in de straat voorbij “flitst”. Als het bewolkt is, is het wegdek van de Lange Lindenlaan wat eentonig, terwijl er een heel mooi patronenbeeld ontstaat als de zon schijnt. Allemaal ervaringen, waar je heel vroeg – als kind al – mee in aanraking komt.

Verklaren

Als je je bewust bent van die ervaringen, ga je misschien nadenken over de vraag: ‘Hoe komt dat nou?’ of: ‘Hoe zit dat in elkaar?’. Je denkt erover na en probeert te achterhalen hoe wat je ervaren mogelijk is. Soms bedenk je argumenten voor of tegen een redenering over de mogelijke oorzaak.

Die exercitie noem je ‘verklaren’ van wat je ervaren hebt. Waarom gebeuren de dingen die je ervaart? Daarbij gebruik je je gezonde verstand en wat je mogelijk al van het onderwerp weet.

Bij de selfie denk je mogelijk aan je spiegel en bedenk je dat daarbij links verandert in rechts en andersom. Bij het bewegen van vliegtuig en auto bedenk je dat het misschien wel te maken heeft met de afstand van de voertuigen en bij de patronen op het wegdek van de Lange Lindenlaan aan de schaduw van de zon. Op die manier zoek je naar een verklaring van wat je ervaren hebt. Het is een manier om ‘grip’ te krijgen op de wereld om je heen.

Zelfs hele jonge kinderen zijn daar al mee bezig. Vraag kleuters maar eens naar het waarom van hun (meetkundige) ervaringen. Je krijgt de mooiste verklaringen!

Verbinden

Als je een verklaring zoekt, denk je misschien aan eerdere ervaringen: wanneer en in welke vorm heb je iets dergelijks al eens eerder meegemaakt. Bijvoorbeeld: je ervaart de invloed van zon en schaduw op de veranderende patronen op het wegdek van Lindenlaan. Je bedenkt dan misschien dat hier de zon de lichtbron is die de schaduw veroorzaakt, maar dat elke lichtbron een schaduw veroorzaakt. Wellicht onderzoek je vervolgens de invloed van de positie van de zon op schaduwwerking met behulp van een andere lichtbron, bijvoorbeeld een lamp: Wat is de invloed van de positie van een lichtbron ten opzichte van een object op de plek waar de schaduw valt.

Koppel je andere ervaringen aan een verklaring, zoals bij de schaduwwerking van (lamp)licht, dan ben je bezig met ‘verbinden’ van ervaringen en verklaringen van het verschijnsel ‘licht en schaduw’.

Naarmate je ouder wordt, wordt dan verbinden gemakkelijker omdat je:

- meer ervaringen hebben opgedaan;
- ervaringen beter onder woorden kunnen brengen;
- ervaringen beter kunnen begrijpen en (soms) zelf verklaren;
- beter in staat zijn vergelijkbare ervaringen te beschrijven en te verbinden;
- over een groter abstractievermogen beschikken.

Jonge kinderen ervaren ook van alles op meetkundig terrein. De leerkracht leert hen die ervaringen te verklaren en eventueel met elkaar te verbinden. Voor hele jonge kinderen is ‘verbinden’ in het algemeen nog een brug te ver.

Samenhang: ervaren – verklaren – verbinden

Ervaren

Je fietst op een lang recht fietspad. Het is een heldere avond en de volle maan staat rechts van je en laag aan de hemel. Hoe ver je ook over dat rechte fietspad rijdt, de maan blijft strak rechts van je staan en verplaatst schijnbaar niet. Je ervaart de maan als een metgezel die je gezelschap houdt, niet van je zijde wijkt en niet van positie verandert.

Verklaren

Hoe komt het eigenlijk dat die maan ‘met je meefietst’? Dat kan maar een oorzaak hebben: de maan is verliefd op jou! Maar, helaas! De maan staat heel ver bij je vandaan en lijkt daardoor stil te staan terwijl jij je in het zweet fietst. De richting waarin je kijkt en je positie ten opzichte van de maan veranderen vanwege die grote afstand niet merkbaar.

Wiskundig: de kijklijn vanuit je ogen naar het object (de maan) wijst gedurende je hele fietstocht in dezelfde richting, namelijk die van de maan.

Verbinden

Als je in de tuin zit, zie je vast wel eens een vliegtuig hoog over je heen gaan. Hoewel je weet dat de snelheid van dat vliegtuig zo rond de 600 km/u of hoger moet liggen, beweegt het zich ogenschijnlijk maar langzaam voort. Dat komt omdat het vliegtuig heel hoog vliegt (zo’n 10 km) en dus ver van je af is. Zit je in de trein, dan verdwijnen sommige objecten, bijvoorbeeld een kerktoeren in de verte, maar heel langzaam uit je blikveld, terwijl dingen die vlak langs het spoor staan voorbij ‘vliegen’.

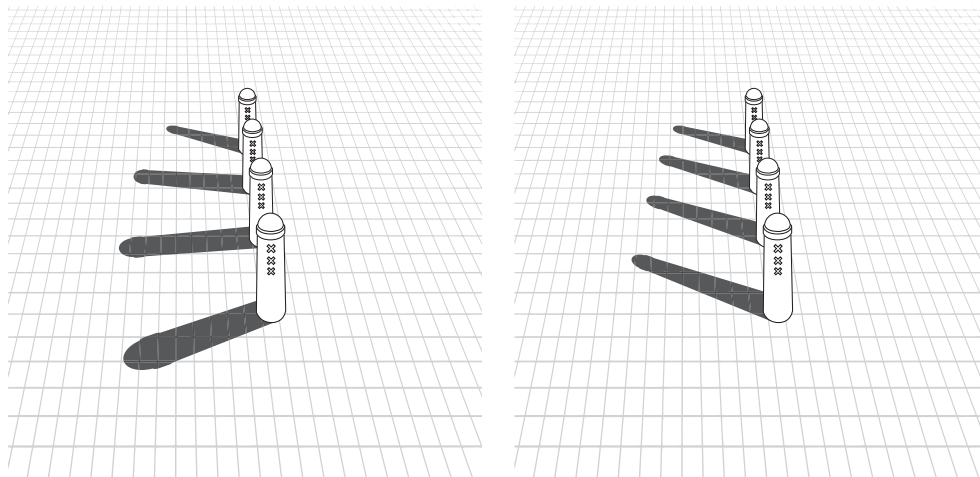
Het is dus de afstand tot het object die je ervaring verklaart en verbindt met soortgelijke ervaringen. Zo zit dat dus met die ‘verliefd meefietsende’ maan!

2. Warming up

Deze opgaven zijn bedoeld als 'opwarmer'. Ze geven je een beeld van het verwachte eindniveau en zijn bedoeld om je aan het denken te zetten. Het is niet vreemd als je sommige opgaven lastig vindt. Je kunt ze alleen of met medestudenten maken en uitrekenen. De meeste opgaven liggen op het niveau dat je uiteindelijk moet bereiken.

► Opgave 1 De schaduw van paaltjes

- a. Bekijk deze twee tekeningen goed en ga na wat er aan de hand is. Beschrijf het verschil tussen beide afbeeldingen en de oorzaak ervan.



Stefan beweert:

Op beide foto's kan de zon de lichtbron zijn.

Het ligt aan de stand van de zon (de afstand) hoe de paaltjes worden beschenen.

Bij tekening 1 staat de zon rechter boven de paaltjes dan bij tekening 2.

- b. Onder de tekening staat het antwoord van Stefan. Wat vind je van dit antwoord?
c. Welke vragen stel jij om deze leerling verder uit te dagen?
d. Bedenk nog een aantal vragen bij deze foto's. Bespreek ze eventueel met medestudenten.

► Opgave 2 Zonsverduistering

Leg uit hoe het komt dat de maan bij zonsverduistering vanaf de aarde gezien even groot is als de zon, terwijl de diameter van de maan ongeveer 400 keer zo klein is als de diameter van de zon. Gebruik daarbij een tekening op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

► Opgave 3 Uitslagen van een kubus

Teken op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm zoveel mogelijk verschillende uitslagen van een kubus. Laat zien dat ze verschillend zijn met behulp van de ogen van een dobbelsteen op de vlakken van de kubus.

► Opgave 4 Het maken van twee kegels

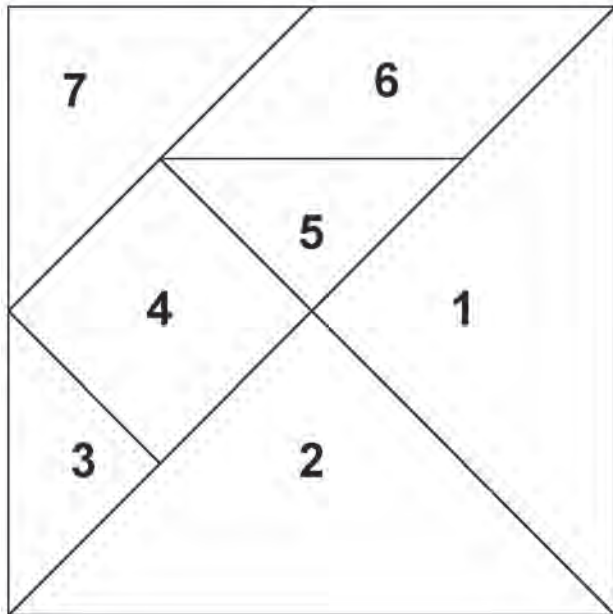
Teken op een stuk blanco papier een cirkel met een straal van 4 cm. Knip de cirkel in twee delen: een kwart en driekwart. Maak van beide delen een kegel. Wat zijn de overeenkomsten en verschillen tussen deze twee kegels? Licht je antwoord toe.

► Opgave 5 De maan

Je fietst op een lang recht stuk fietspad. De maan staat links van je aan de hemel. De maan lijkt met je 'mee te fietsen'. Hoe kan dat? Gebruik een tekening op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm om je antwoord toe te lichten.

► **Opgave 6** Tangram

Neem een A4 blad en vouw daarvan een vierkant stuk papier. Maak dan door te vouwen deze tangram.



3. Oriëntatie in de ruimte - Construeren

Dit hoofdstuk introduceert de 'spelers in het veld' en het speelveld zelf. De spelers zijn: driehoeken, vierhoeken, veelhoeken, cirkels en ruimtelijke figuren. Het speelveld waar zij hun spel spelen zijn het platte vlak (tweedimensionaal: 2D) en de ruimte (driedimensionaal: 3D).

3.1 Driehoeken

De meetkunde beschrijft driehoeken als tweedimensionale figuren met een aantal karakteristieke eigenschappen. Er zijn diverse typen driehoeken. Die komen in deze paragraaf aan bod.

Voorbeeld 1 Driepoot of vierpoot?

Je hebt misschien wel eens gemerkt dat een krukje met drie poten niet wiebelt. Het staat niet altijd horizontaal, maar wel stevig en stabiel. Ook op een ongelijke ondergrond. Erg prettig op de camping! Bij een kruk, een stoel of een tafel met 4 poten is dat lang niet altijd het geval. Daar moet je vaak een stabiel plekje voor zoeken. Als dat niet lukt gebruik je het beroemde bierviltje of iets anders. Heb je enig idee hoe dat komt?

Opdracht:

Maak een krukje met 3 en met 4 poten

Dat is niet al te moeilijk: neem een blokje kaas en enkele cocktailprikkers.

- 3 poten:
Prik 3 prikkers in de kaas en zet het blokje kaas op zijn pootjes neer: het blokje (je krukje) staat stabiel.
- 4 poten:
Doe hetzelfde met 4 prikkers in de kaas. Meestal staan er 3 prikkers op de ondergrond en “hangt” de 4^e prikker erboven en kun je “schommelen” met de het blokje kaas.

Geef daar een verklaring voor. Met andere woorden: welke meetkundige oplossing zit hierachter? Lukt het? Mooi! Lukt het niet, geen probleem. In de toelichting vind je hoe dat komt.

Toelichting:

De theorie achter het krukje met 3 of 4 poten:

Je tekent een stip in een vlak (met potlood, stift of pen op een vel papier).

•

In de wiskunde heet dit een punt, het kleinste ondeelbare object dat je kunt tekenen. Een halve punt bestaat niet, dat is namelijk ook een punt!

Je tekent nog twee punten.

•
•

Er kunnen zich twee verschillende situaties voordoen als je de verste punten met elkaar verbindt: Het derde punt kan niet op de verbinding liggen. De verbinding heet een lijnstuk.



Het derde punt kan wel op dat lijnstuk liggen. Dan liggen de drie punten op dezelfde lijn.



In het eerste geval kun je het derde punt verbinden met de twee andere punten: een driehoek.



In het tweede geval kan dat niet en heb je eigenlijk twee kortere lijnstukken op het eerste lijnstuk getekend.

Conclusie:

Een driehoek ontstaat door drie punten die niet op een lijn liggen door middel van drie lijnstukken onderling met elkaar te verbinden. Driehoeken zijn vlakke figuren, twee dimensionale figuren, dat wil zeggen dat ze in één vlak liggen: de bovenkant van je tekenvel.

Nu terug naar het krukje met de 3 poten: die poten vormen de hoekpunten van een driehoek. Het krukje met 3 poten staat stabiel omdat die 3 poten altijd in één vlak liggen, want waar ze de grond raken vormen ze altijd een driehoek en een driehoek is immers een vlak figuur. Bij een kruk, stoel of tafel met 4 poten is dat niet zo. De vierde poot kan heel gemakkelijk boven of juist onder het vlak uitkomen, met het wiebelen als gevolg. Probeer het maar met de cocktailprikkers en de kaas.

Het krukje met 3 poten staat stabiel omdat de poten op hetzelfde denkbeeldig vlak liggen. Het krukje met 4 poten blijft (bijna) altijd wiebelen omdat een van de poten niet in het vlak van de driehoek ligt.

Reflectie:

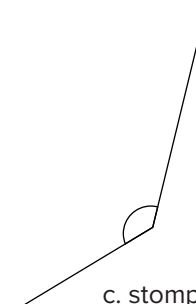
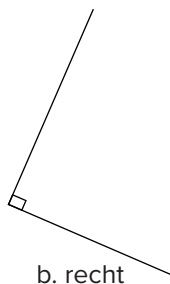
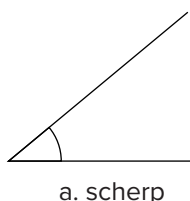
Een concreet probleem, zoals dat van het krukje, is met gebruik van materialen en het tekenen van de situatie beter te begrijpen. Daarvoor gebruik je onder andere een meetkundige figuur, in dit geval de driehoek. De drie prikkers (de poten) kunnen wel verschillende driehoeken vormen, maar bieden toch steeds stabiliteit omdat ze altijd in hetzelfde denkbeeldige vlak liggen. Er bestaan blijkbaar dus ook verschillende driehoeken, te onderscheiden in verschillende soorten.

3.1.1 Soorten driehoeken

Voorbeeld 2 Soorten driehoeken

Voorbeeld 1 maakt duidelijk dat elke driehoek uit drie onderling verbonden lijnstukken (de zijden) bestaat die samen drie hoeken vormen. Een hoek is een getekende figuur die bestaat uit twee benen (zijden). De grootte van een hoek druk je uit in het aantal graden. Er zijn verschillende soorten driehoeken, te onderscheiden naar de grootte van de drie hoeken en de lengte van de drie zijden.

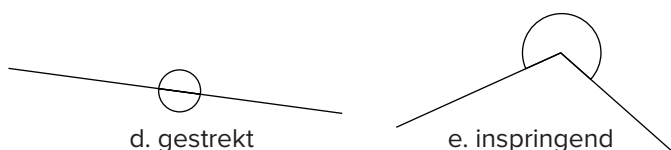
- Onderscheid naar grootte van de hoeken:



a. Scherp: de grootte van de hoek is kleiner dan 90° .

b. Recht: de grootte van de hoek is 90° .

c. Stomp: de grootte van de hoek is meer dan 90° en minder dan 180° .

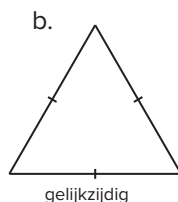
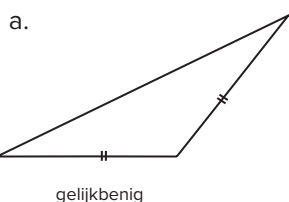


d. Gestrekt: de grootte van de hoek is 180° .

e. Inspringend: de grootte van de hoek is $> 180^\circ$, maar $< 360^\circ$.

Let op: met de laatste twee hoeken kun je geen driehoek tekenen.

- Onderscheid naar lengte van de zijden:



a. Gelijkbenig: twee zijden zijn even lang.

b. Gelijkzijdig: alle drie de zijden zijn even lang.

Let op: een gelijkzijdige driehoek is dus gelijkbenig, maar andersom is dat niet zo.

Opdracht:

Gebruik deze afbeeldingen om een aantal verschillende driehoeken te tekenen op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm. Maak daarbij onderscheid in soorten hoeken en lengtes van zijden. Noteer bij elke driehoek welke kenmerken je gebruikt. Mogelijke antwoorden staan in Hoofdstuk 9 (Antwoorden).

Reflectie:

Ga na op welke manier je de opdracht bij **Voorbeeld 2** hebt aangepakt. Heb je dat systematisch gedaan, bijvoorbeeld door eerst de hoeken te tekenen en daarna de lengten als kenmerk te gebruiken? Heb je alle driehoeken gevonden? Welke heb je niet gevonden en hoe komt dat?

Samengevat:

Je kunt driehoeken onderscheiden in 'grootte van de hoeken' en 'lengte van zijden'. Uitgaande van de grootte van de hoeken, kun je drie soorten driehoeken onderscheiden:

- Scherphoekig.
- Rechthoekig.
- Stomphoekig.

Als je kijkt naar de zijden van de driehoek, zijn er ook drie mogelijkheden, waarvan twee bijzonder:

- de zijden hebben alle drie verschillende lengten (niet bijzonder);
- twee van de drie zijn even lang (bijzonder);
- alle drie de zijden zijn even lang (bijzonder).

De laatste twee driehoeken onderscheiden zich van andere driehoeken:

- als twee zijden even lang zijn, heet de driehoek gelijkbenig;
- zijn alle zijden even lang, dan heet de driehoek gelijkzijdig.

Conclusie:

Je kunt dus vijf soorten driehoeken onderscheiden:

- Scherphoekig
- Rechthoekig
- Stomphoekig
- Gelijkbenig
- Gelijkzijdig

Een driehoek met een rechte hoek, noem je een rechthoekige driehoek. Als bovendien twee zijden van de driehoek even lang zijn, is de driehoek ook gelijkbenig: een rechthoekige, gelijkbenige driehoek. Een combinatie van de vijf soorten is dus mogelijk.

Let op: een rechthoekige gelijkzijdige driehoek bestaat niet! Waarom niet, denk je (zie Hoofdstuk 9: Antwoorden)?

Opdracht:

Zijn de volgende uitspraken waar of niet waar (zie Hoofdstuk 9: Antwoorden)?

- Een gelijkzijdige driehoek is altijd scherphoekig.
- Een gelijkbenige driehoek heeft altijd 3 even lange zijden.
- Een gelijkbenige driehoek kan scherphoekig, rechthoekig of stomphoekig zijn.
- Een stomphoekige driehoek heeft altijd twee scherpe hoeken.
- Een scherphoekige driehoek kan zowel ongelijkbenig, als gelijkbenig als gelijkzijdig zijn.

3.1.2 Teken en construeren van driehoeken

Voorbeeld 3 Teken en construeren van driehoeken

Soms is het nodig om een driehoek exact te omschrijven, bijvoorbeeld als je verschillende personen dezelfde driehoek wilt laten tekenen. Dan is het onvoldoende alleen de soort te noemen.

Opdracht:

Teken aan de hand van deze twee opdrachten twee driehoeken:

- Opdracht a: Construeer een driehoek met zijden van 4cm, 5cm en 7cm lang.
- Opdracht b: Construeer driehoek ABC waarvan $AB = 8$ cm, hoek A = 72° en hoek B = 53° .

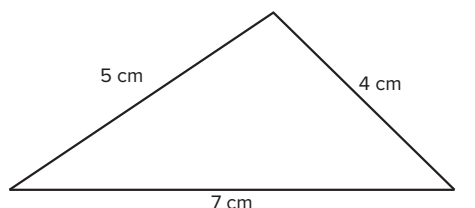
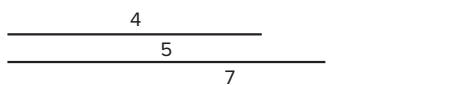
Goed materiaal is hier onmisbaar: een goed potlood (of tekenpen), een liniaal, een geodriehoek, een passer en ruitjespapier van 1 cm x 1 cm of 0,5 cm x 0,5 cm zijn een vereiste.

Toelichting:

Opdracht a: construeer een driehoek met zijden van 4cm, 5cm en 7cm lang.

Volg de stapsgewijze constructie:

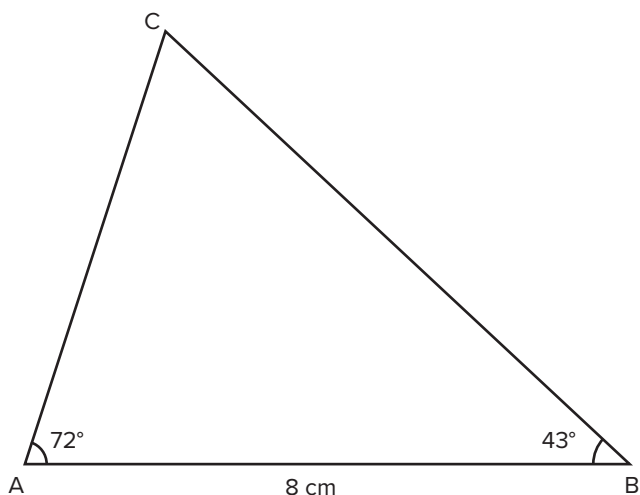
- Stap 1: Teken nauwkeurig de langste zijde, dus een lijnstuk van 7 cm (lijnstuk 1).
- Stap 2: Meet de tweede lengte (bijvoorbeeld die van 5 cm) tussen de benen van de passer met je liniaal af.
- Stap 3: Plaats de passerpunt in een van de uiteinden van het lijnstuk 1 en teken een deel van de cirkel (uiteinde lijnstuk 1 is het middelpunt en de straal is 5 cm).
- Stap 4: Meet de derde lengte (van 4 cm) tussen de benen van de passer met je liniaal af.
- Stap 5: Plaats de passerpunt in het andere uiteinde van lijnstuk 1 en teken een deel van de cirkel (andere uiteinde lijnstuk 1 is het middelpunt en de straal is 4 cm). Zorg ervoor dat dit cirkeldeel het eerder getekende cirkeldeel snijdt.
- Stap 6: Het snijpunt is het derde hoekpunt van de driehoek. Verbind de drie hoekpunten met elkaar en je hebt de beschreven driehoek getekend.



Opdracht b: construeer driehoek ABC waarvan $AB = 8\text{ cm}$, hoek A = 72° en hoek B = 53° .

Volg ook nu de instructie:

- Stap 1: teken een lijnstuk AB (lijnstuk 1) met als lengte 8 cm (horizontaal).
- Stap 2: Kies een uiteinde van lijnstuk 1 als punt A.
- Stap 3: Plaats de geodriehoek op lijnstuk 1 met het midden op punt A, pas een hoek van 72° vanuit punt A af en teken de bijbehorende lijn (lijnstuk 2) vanuit punt A.
- Stap 4: Kies het andere uiteinde van lijnstuk 1 als punt B en pas op dezelfde manier een hoek van 53° af vanuit punt B. Teken de lijn (lijnstuk 3) vanuit punt B.
- Stap 5: Zorg ervoor dat lijnstuk 2 en 3 elkaar snijden. Noem het snijpunt van de lijnstukken 2 en 3 punt C.



Je hebt nu een driehoek ABC met de zijden AC, AB en BC en geconstrueerd. Meet de grootte van hoek C. Controleer dat met behulp van de som van de drie hoeken. Licht je antwoord toe (zie paragraaf 1.9).

Conclusie:

Een nauwkeurige beschrijving van een constructie, zoals in **Voorbeeld 3**, maakt het mogelijk om een figuur op een eenduidige manier te tekenen. Het resultaat van zo'n zorgvuldige constructie is dat iedereen (die de instructie goed uitvoert) dezelfde driehoek tekent. De ligging van de driehoek hoeft niet gelijk te zijn, want die staat niet beschreven. Je hoeft bijvoorbeeld niet met een bepaalde zijde te beginnen of de driehoek horizontaal te tekenen.

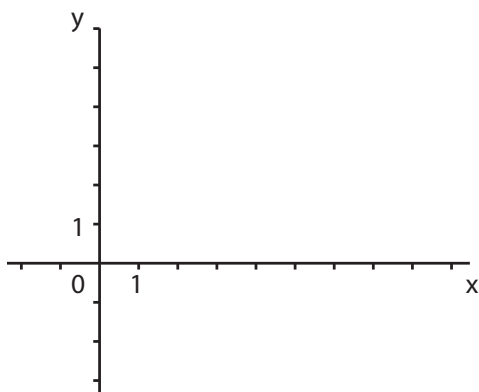
3.1.3 Het gebruik van coördinaten

Voorbeeld 4 Coördinaten

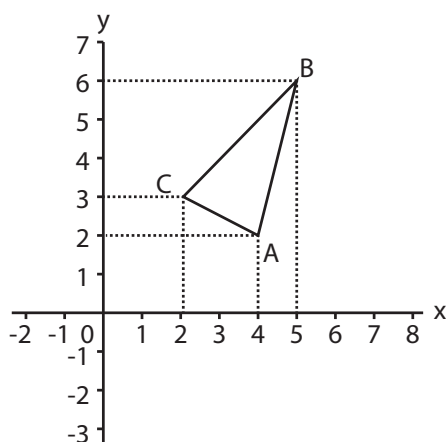
Soms is het nodig ook de ligging van de driehoeken, of van een andere figuur, exact te definiëren. Dat doe je door het vastleggen van punten met coördinaten in een assenstelsel.

Coördinaten ken je uit de aardrijkskunde. Exacte plaatsbepaling is bijvoorbeeld bij topografie van belang om steden of gebieden te lokaliseren op een kaart. Een kaart is daartoe horizontaal en verticaal onderverdeeld in vierkante hokjes met een naam, bijvoorbeeld D4. Dat betekent: rij D (horizontaal) en kolom 4 (verticaal).

De meetkunde gebruikt ook coördinaten in een assenstelsel, alleen met punten in plaats van vakken. Een assenstelsel bestaat uit twee lijnen, een x-as (horizontaal) en een y-as (verticaal), die elkaar snijden in de oorsprong O.



Een punt in een assenstelsel is bepaald door twee getallen en heet daar ook naar. Het punt $A = (4, 2)$ ligt op de positie waar een verticale lijn door het punt 4 op de x-as (de x-coördinaat) en een horizontale lijn door het punt 2 op de y-as (de y-coördinaat) elkaar snijden. Voor een driehoek heb je drie punten met coördinaten nodig, bijvoorbeeld: $A = (4, 2)$, $B = (5, 6)$ en $C = (2, 3)$. Deze 3 punten gebruik je om een driehoek ABC te tekenen in een assenstelsel. Je verbindt dan de drie punten onderling met drie lijnstukken.



Conclusie:

Voorbeeld 3 en 4 tonen aan dat je je driehoeken op twee manieren kunt (laten) construeren:

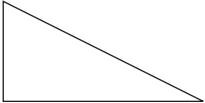
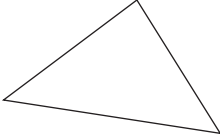
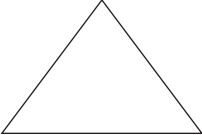
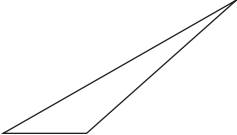
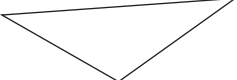
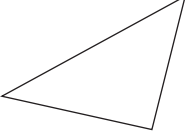
- via een constructie met passer en liniaal;
- door het gebruik van punten met coördinaten in een assenstelsel.

In het eerste geval heb je informatie nodig over de lengte van de zijden en/of de grootte van de hoeken van de driehoek. In het tweede geval heb je voldoende aan de coördinaten van de hoekpunten. Je moet dan wel een assenstelsel gebruiken.

Je oefent de leerstof over driehoeken in opgaven 1 tot en met 7.

► **Opgave 1** Herken de driehoek

Noteer de kenmerken van de driehoeken. Let op: er kunnen meer vierkantjes per driehoek correct zijn.

a. 	b. 	c. 	d. 
☐ Scherphoekig ☐ Rechthoekig ☐ Stomphoekig ☐ Gelijkbenig ☐ Gelijkzijdig	☐ Scherphoekig ☐ Rechthoekig ☐ Stomphoekig ☐ Gelijkbenig ☐ Gelijkzijdig	☐ Scherphoekig ☐ Rechthoekig ☐ Stomphoekig ☐ Gelijkbenig ☐ Gelijkzijdig	☐ Scherphoekig ☐ Rechthoekig ☐ Stomphoekig ☐ Gelijkbenig ☐ Gelijkzijdig
e. 	f. 	g. 	
☐ Scherphoekig ☐ Rechthoekig ☐ Stomphoekig ☐ Gelijkbenig ☐ Gelijkzijdig	☐ Scherphoekig ☐ Rechthoekig ☐ Stomphoekig ☐ Gelijkbenig ☐ Gelijkzijdig	☐ Scherphoekig ☐ Rechthoekig ☐ Stomphoekig ☐ Gelijkbenig ☐ Gelijkzijdig	

► **Opgave 2** Driehoeken in de echte wereld

Geef drie voorbeelden van driehoekige vormen uit je eigen omgeving.

► **Opgave 3** De zijden van een driehoek

Bij het construeren van driehoeken kunnen de zijden van de driehoek niet elke willekeurige lengte hebben. Aan welke eisen moeten de lengtes van de drie zijden voldoen?

► **Opgave 4** Een gelijkbenige driehoek

Teken een gelijkbenige driehoek op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm. Zet de coördinaten van de punten in de tekening.

► **Opgave 5** Geroosterde driehoek

- Teken op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm de driehoek PQR met $P = (1, 1)$; $Q = (5, 3)$ en $R = (4, 5)$.
- Tot welk soort behoort driehoek PQR?

► **Opgave 6** Driehoeken construeren

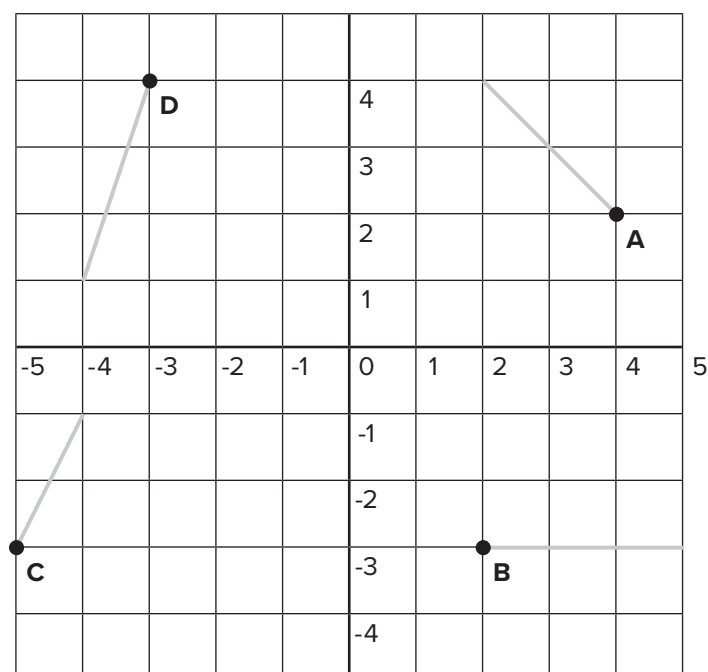
Construeer de driehoeken a tot en met d op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm. Elke driehoek heeft een zijde van 3 cm en een zijde van 4 cm. De lengte van de derde zijde varieert.

- Construeer een scherphoekige, gelijkbenige driehoek.
- Construeer een rechthoekige, niet gelijkbenige driehoek.
- Construeer een stomphoekige, gelijkbenige driehoek.
- Welke driehoek kun je niet construeren met een zijde van 3 cm en een zijde van 4 cm?

► **Opgave 7** In een assenstelsel

In dit assenstelsel is van iedere driehoek één lijn getekend. Maak de tekeningen af op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

- Construeer een gelijkbenige, scherphoekige driehoek A. Geef de coördinaten van de hoekpunten.
- Construeer een gelijkzijdige driehoek B. Geef de coördinaten van de hoekpunten.
- Construeer een niet gelijkbenige, stomphoekige driehoek C. Geef de coördinaten van de hoekpunten.
- Construeer een gelijkbenige, rechthoekige driehoek D. Geef de coördinaten van de hoekpunten.



3.2 Vierhoeken

Met vierkanten is het als met paarden en dieren: elk vierkant is een vierhoek, maar lang niet elke vierhoek is een vierkant. Dat ontdek je in deze paragraaf.

Voorbeeld 1 Tangram

Als je op een terras met te veel bent voor een tafeltje, pak je een ander tafeltje erbij en maak je een nieuwe tafel door ze aan elkaar te schuiven. Dat is dan heel handig. Een tangrapuzzel heeft 7 stukken waar je een groot aantal figuren mee kunt leggen. Je hebt dat vast wel eens gedaan.

Opdracht:

Benoem de 7 stukken van de puzzel. Noteer het nummer met de naam van het figuur. Sommige puzzelstukken vormen samen een ander, herkenbaar figuur. Noteer daarvan de nummers en de naam van het nieuwe figuur.

Gebruik een bestaande tangrapuzzel of maak er zelf een: neem een stevig (liefst) gekleurd A4 vel. Vouw daarvan een vierkant en knip of scheur het overbodige papier af. Vouw dan de andere stukken. Knip ze eventueel los als je dat gemakkelijker vindt. Je kunt de stukken nummeren met de nummers uit de afbeelding.



Oplossing:

Losse stukken:	Twee stukken samen:	Meer dan twee stukken:
1: driehoek*	1, 2: driehoek of vierkant of parallellogram	1, 5 en 6: vijfhoek.
2: driehoek	3, 5: driehoek of vierkant of parallellogram	2, 3 en 4: vijfhoek
3: driehoek	3, 4: trapezium	3, 4 en 5: gelijkbenig trapezium of parallellogram
4: vierkant	4, 5: trapezium	4, 5 en 6: rechthoekig trapezium
5: driehoek	5, 6: trapezium	3, 4, 5, 6 en 7: rechthoekige met een inspringende hoek gelijkbenige driehoek
6: parallellogram	1, 7 / 2, 7 / 3, 7 / 5, 7: rechthoekig trapezium	
7: driehoek	6, 7: gelijkbenig trapezium of vijfhoek	

* Driehoek betekent hier: gelijkbenige, rechthoekige driehoek

3.2.1 Soorten vierhoeken

Voorbeeld 2 Driehoeken en vierhoeken

In **Voorbeeld 1** zie je dat je twee driehoeken kunt samenvoegen tot een nieuwe figuur, bijvoorbeeld een (grotere) driehoek, een parallellogram of een vierkant.

Opdracht:

Teken op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm een aantal driehoeken die je kunt samenvoegen tot een vierhoek (let op: geen vierkant!). Teken er ook een aantal waarbij dat niet lukt.

Toelichting:

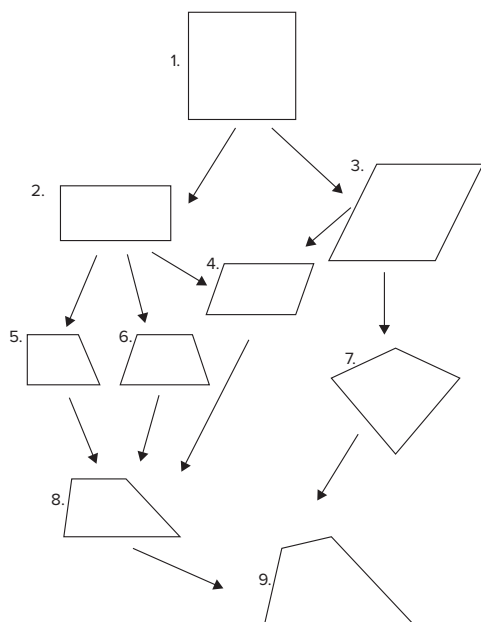
Je hebt gemerkt dat je met een aantal driehoeken vaak een vierhoek kunt vormen. Maar, dat lukt niet altijd, bijvoorbeeld als de zijden niet even lang zijn en daardoor niet aan elkaar passen.

Net zoals je verschillende soorten driehoeken hebt, heb je ook verschillende soorten vierhoeken:

- Vierhoek: een vierhoek zonder bijzonderheden.
- Rechthoek: een vierhoek met 2 symmetrieassen, niet door de hoekpunten.
- Vierkant: een vierhoek met 4 symmetrieassen.
- Vlieger: een vierhoek waarvan 1 diagonaal op de symmetrieas ligt.
- Ruit: een vierhoek waarvan beide diagonalen op de symmetrieassen liggen.
- Parallellogram: een vierhoek die puntsymmetrisch is.
- Trapezium: een vierhoek met 1 paar evenwijdige zijden.
 - Gelijkbenig trapezium: een trapezium waarvan twee zijden even lang zijn.
 - Rechthoekig trapezium: een trapezium met twee rechte hoeken.

De familie 'Vierhoek'

Voorbeeld 3 De Stamboom van de familie vierhoek



In deze afbeelding zie je hoe vierhoeken zich tot elkaar verhouden en welke vierhoek uit welke andere vierhoek voortkomt. De stamboom krijgt langzaam verder gestalte!

Opdracht:

Teken op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm een willekeurige driehoek. Zorg er dus voor dat:

- de hoeken verschillen in grootte;
- er geen hoek van 90° groot is;
- de zijden verschillen in lengte;
- er geen evenwijdige zijden voorkomen.

Toelichting:

Als je de opdracht correct hebt uitgevoerd, heb je een willekeurige vierhoek getekend. Eentje waar niets bijzonders aan is, behalve dat hij 4 zijden heeft en 4 hoeken. Zo'n vierhoek kun je op allerlei manieren vervormen, als het maar een vierhoek blijft. Je mag de grootte van de hoeken veranderen en de lengte van zijden.

3.2.2 Teken en construeren van vierhoeken

Opdracht:

Bedenk wat je aan de afmetingen van de zijden en de grootte van de hoeken van je vierhoek moet veranderen om de figuren a, b en c te maken. Teken ze ook op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

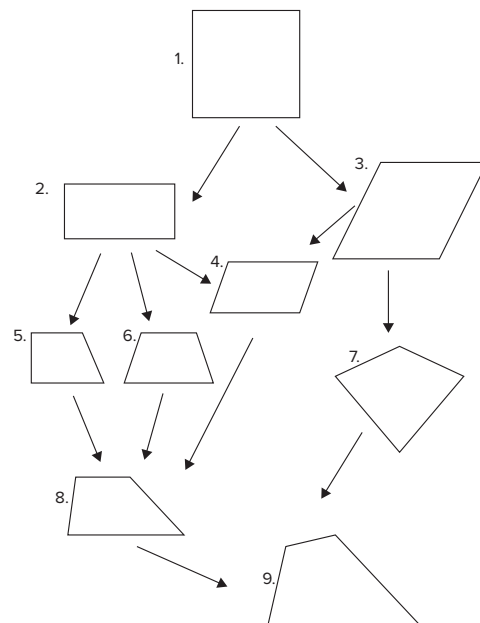
- Een trapezium.
- Een ruit.
- Een vlieger.

Toelichting:

Je moet bij het tekenen heel scherp letten op de eigenschappen van de bijzondere vierhoeken. Bij het trapezium moet je er bijvoorbeeld voor zorgen dat twee zijden evenwijdig zijn. Bij een vlieger moet je ervoor zorgen dat de diagonalen een hoek van 90° maken en dat bovendien een van de twee diagonalen doormidden gedeeld is.

De hele Familie Vierhoek ziet er zo uit:

1. Vierkant
2. Rechthoek
3. Ruit
4. Parallellogram
5. Rechthoekig trapezium
6. Gelijkbenig trapezium
7. Vlieger
8. Trapezium
9. Gewone vierhoek



Bijzondere vierhoeken en hun eigenschappen

De meetkunde onderscheidt 6 verschillende vierhoeken.

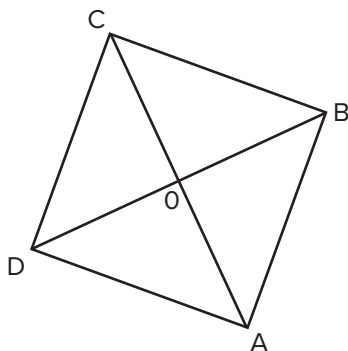
Legenda:

H: hoeken

Z: zijden

D: diagonalen

1. Vierhoek 1: het vierkant.



Eigenschappen:

H: Een vierkant heeft vier rechte hoeken.

Z: Een vierkant heeft vier even lange zijden.

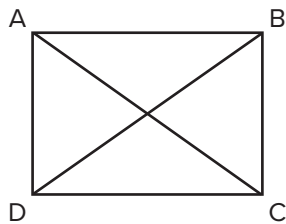
Z: In een vierkant lopen de overstaande zijden evenwijdig.

D: In een vierkant zijn de diagonalen even lang.

D: In een vierkant delen de diagonalen elkaar middendoor.

D: In een vierkant delen de diagonalen de hoeken aan de uiteinden middendoor.

2. Vierhoek 2: de rechthoek.



Eigenschappen:

H: Een rechthoek heeft vier rechte hoeken.

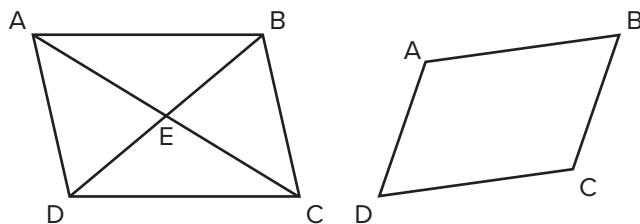
Z: In een rechthoek zijn de overstaande zijden even lang.

Z: In een rechthoek lopen de overstaande zijden evenwijdig.

D: In een rechthoek zijn de diagonalen even lang.

D: In een rechthoek delen de diagonalen elkaar middendoor.

3. Vierhoek 3: het parallellogram.



Eigenschappen:

H: In een parallellogram zijn de overstaande hoeken even groot.

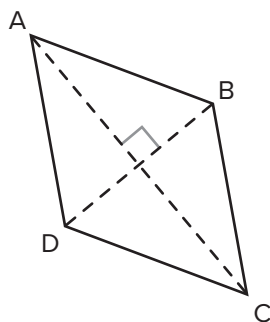
H: In een parallellogram zijn twee opeenvolgende hoeken samen 180° .

Z: In een parallellogram zijn de overstaande zijden even lang.

Z: In een parallellogram lopen de overstaande zijden evenwijdig.

D: In een parallellogram delen de diagonalen elkaar middendoor.

4. Vierhoek 4: de ruit.



Eigenschappen:

H: In een ruit zijn de overstaande hoeken even groot.

H: In een ruit zijn twee opeenvolgende hoeken samen 180° .

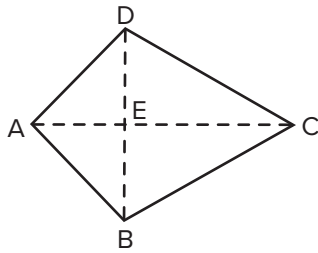
Z: Een ruit heeft vier even lange zijden.

Z: In een ruit lopen de overstaande zijden evenwijdig.

D: In een ruit delen de diagonalen elkaar loodrecht middendoor.

D: In een ruit delen de diagonalen de hoeken aan de uiteinden middendoor.

5. Vierhoek 5: de vlieger.



Eigenschappen:

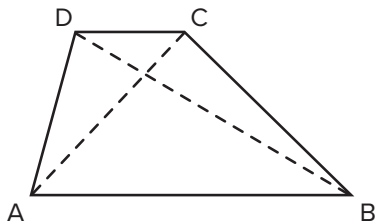
H: In een vlieger zijn 2 overstaande hoeken even groot.

Z: In een vlieger zijn twee aangrenzende zijden even lang en de andere twee ook.

D: In een vlieger deelt de ene diagonaal de andere middendoor.

D: In een vlieger staan de diagonalen loodrecht op elkaar.

6. Vierhoek 6: het trapezium.



Eigenschappen:

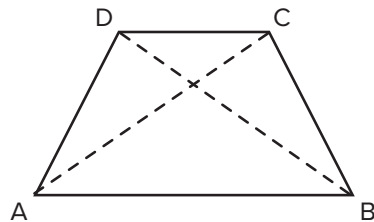
H: In een trapezium hebben hoeken in het algemeen verschillende grootte.

Z: In een trapezium zijn twee overstaande zijden evenwijdig.

D: In een trapezium hebben diagonalen geen bijzondere eigenschappen.

Bij het trapezium kun je twee bijzondere soorten onderscheiden:

- Vierhoek 6a: het gelijkbenig trapezium.



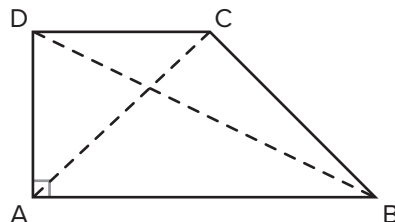
Eigenschappen:

H: In een gelijkbenig trapezium zijn de hoeken die de niet evenwijdige zijden maken met de evenwijdige zijden even groot.

Z: In een gelijkbenig trapezium zijn twee zijden evenwijdig en de andere twee even lang.

D: In een gelijkbenig trapezium zijn de diagonalen even lang.

- Vierhoek 6b: het rechthoekig trapezium.



Eigenschappen:

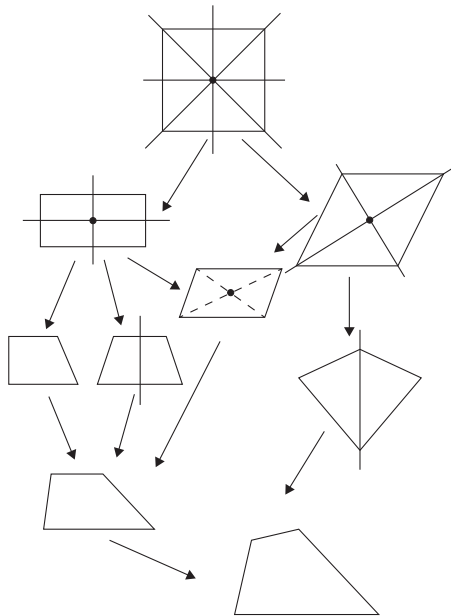
H: In een rechthoekig trapezium zijn 2 hoeken 90° en de andere twee samen 180° .

Z: In een rechthoekig trapezium zijn twee zijden evenwijdig.

D: In een rechthoekig trapezium hebben de diagonalen geen bijzondere eigenschappen.

Ook deze eigenschappen kun je in de Familie Vierkant verwerken.

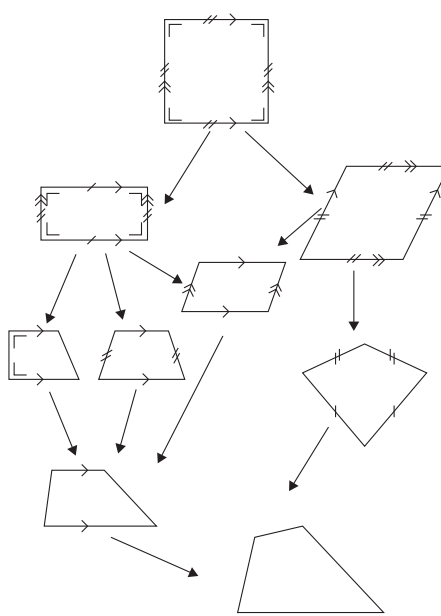
Figuur a: met symmetrie:



Legenda:

Lijn is lijnsymmetrie
Punt is puntsymmetrie
(snijpunt diagonalen)

Figuur b: met andere tekens:



Legenda:

$\geq$ = evenwijdig
/ is even lang
L is 90 graden

N.B: De diagonalen in figuur a. zijn alleen getekend in het parallellogram vanwege de puntsymmetrie (snijpunt van de diagonalen). Bij de andere figuren met puntsymmetrie zijn de diagonalen niet getekend. Hun snijpunten komen overigens overeen met het snijpunt van de symmetrieassen.

Net als bij de driehoeken zijn er dus verschillende soorten vierhoeken die veelvuldig gebruikt worden voor allerlei toepassingen. Let er maar eens op. Bijzonder zijn de relaties tussen de verschillende soorten drie- en vierhoeken. Paragraaf 1 en 2 hebben je daar iets over laten zien. De volgende paragrafen gaan verder in op nog andere tweedimensionale figuren.

Je oefent de leerstof over vierhoeken in de opgaven 1 tot en met 4.

► Opgave 1 'Figuurlijke' eigenschappen

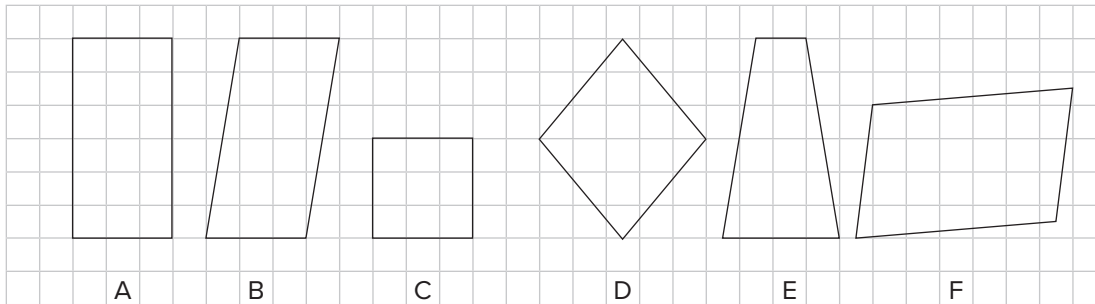
Een vlak figuur beschikt over de volgende eigenschappen:

- I. De diagonalen zijn even lang.
- II. De diagonalen delen altijd de hoek aan de uiteinden middendoor.

Beantwoord de vragen.

- a. Voor welke soort(en) vierhoeken geldt eigenschap I? Licht je antwoord toe.
- b. Voor welke soort(en) vierhoeken geldt eigenschap II? Licht je antwoord toe.
- c. Voor welke soort(en) vierhoeken gelden beide eigenschappen? Licht je antwoord toe.

► **Opgave 2** Hoe heten ze?



- Zet de juiste namen bij de figuren.
- Welke van deze figuren zijn ruiten? Licht je antwoord toe.
- Welke van deze figuren zijn parallellogrammen? Licht je antwoord toe.

► **Opgave 3** De vlieger

André maakt een vlieger met een hoogte van 80 cm. De totale oppervlakte van de vlieger is 28 dm^2 . Hoe breed is de vlieger? Noteer je berekening.

► **Opgave 4** Vier keer vouwen

Je vouwt een vierkant vouwblaadje met zijden van 10 cm 2 keer dubbel. Daarna vouw je het opnieuw 2 keer dubbel.

- Noteer de afmeting van het vierkantje nadat je 4 keer hebt gevouwen. Noteer ook je berekening.
- Uit hoeveel vierkanten bestaat het vouwblaadje als je het weer open vouwt? Noteer je berekening.
- Hoeveel vierkanten krijg je als je nog 2 keer dubbel vouwt? Noteer je berekening.

3.3 Veelhoeken en cirkels in de tweedimensionale ruimte

Behalve driehoeken en vierhoeken zijn er nog meer spelers in het (platte) vlak.

Soorten veelhoeken - construeren

Voorbeeld 1 Regelmatige veelhoeken

Opdracht 1:

Teken een vierkant met zijden van 5 cm met de twee diagonalen op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm. Gebruik je passer en het vierkant om een regelmatige achthoek te tekenen.

Opdracht 2:

Teken een cirkel met een middellijn van 6 cm op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm.

Gebruik je passer en de cirkel om een regelmatige zeshoek te tekenen.

Opdracht 3:

Teken een waaier met hoeken van 72° op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm.

Teken m.b.v. je liniaal en de waaier een regelmatige vijfhoek.

Opdracht 4:

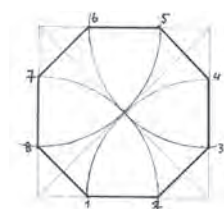
Teken met behulp van je liniaal een cirkel op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm.

Oplossing 1:

Pas met je passer vanuit elk hoekpunt de helft van de lengte van een diagonaal af.

Met deze 4 cirkelbogen maak je 8 snijpunten op de zijden van het vierkant.

Verbind deze met elkaar en je hebt een regelmatige achthoek.



Regelmatige achthoek

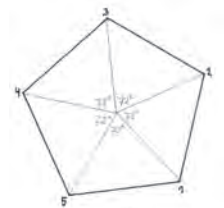
Oplossing 2:

Pas vanaf een willekeurig punt op de cirkel de straal af.

Op die manier ontstaat een snijpunt op de cirkel.

Doe dat vanaf dat snijpunt vervolgens bij elk snijpunt dat ontstaat.

Zo maak je een regelmatige zeshoek.



Regelmatige vijfhoek

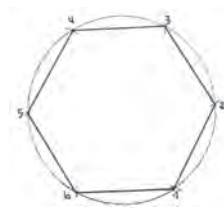
Oplossing 3:

Je kunt 5 hoeken van 72° maken ($360^\circ : 72^\circ = 5$).

Maak de benen van die hoeken even lang.

Verbind de uiteinden van de benen met elkaar.

Zo maak je een regelmatige vijfhoek.



Een cirkel tekenen met je liniaal.

Oplossing 4:

Een cirkel is een verzameling van alle punten die even ver afliggen van een gegeven punt. Het 'gegeven punt' is het middelpunt, de afstand tot dat punt is de straal.

Zo teken je (omslachtig) een cirkel met je liniaal.

3.4 Ruimtelijke figuren

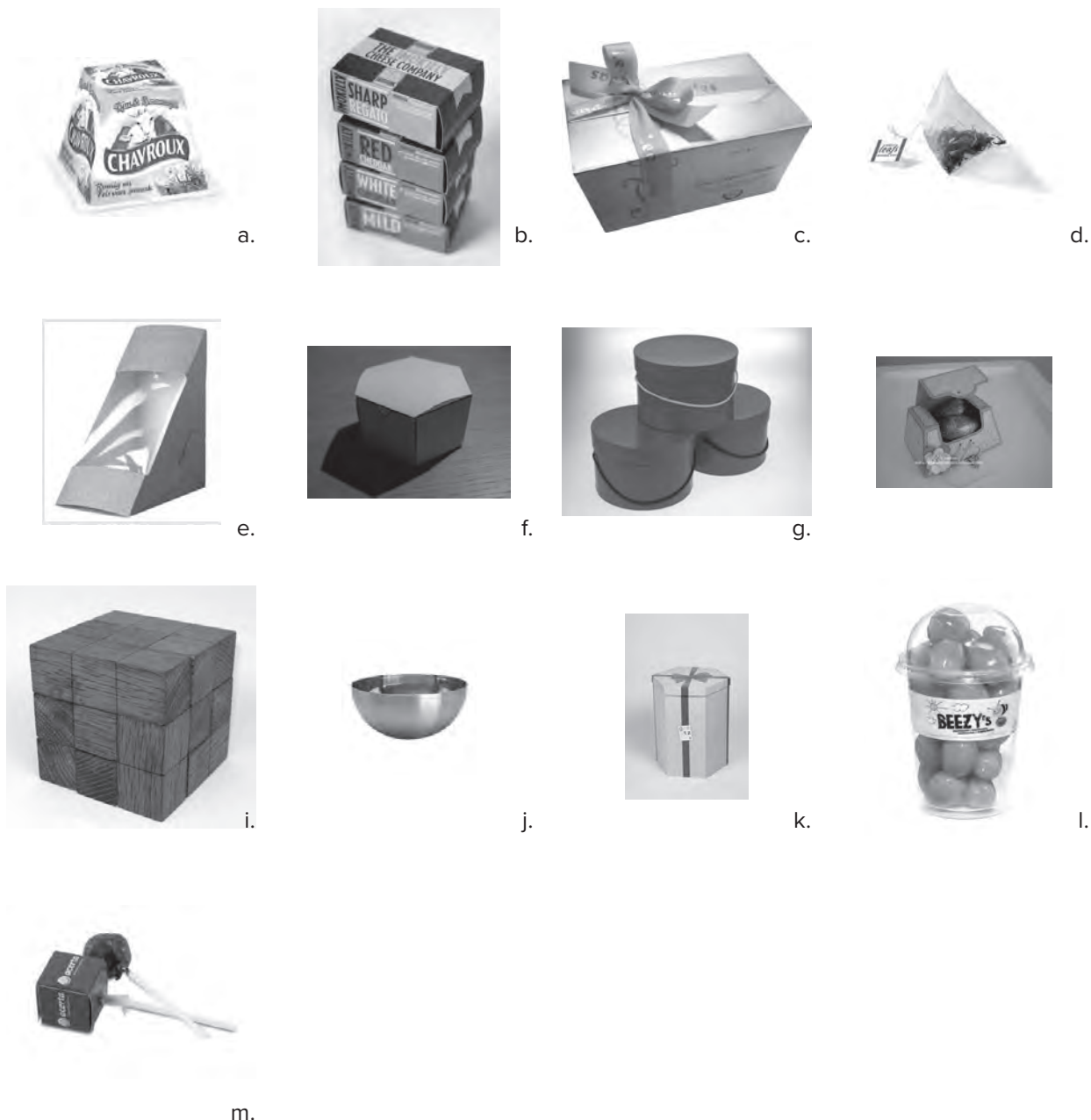
De vorige paragrafen behandelen de zogenaamde tweedimensionale figuren, met andere woorden: figuren in het platte vlak. Kenmerkend is dat je deze figuren beschrijft met de grootheden hoogte en breedte. Voeg je daar de grootte diepte aan toe, dan kun je ook ruimtelijke figuren beschrijven. Deze ruimtelijke figuren (lichamen) zijn driedimensionaal.

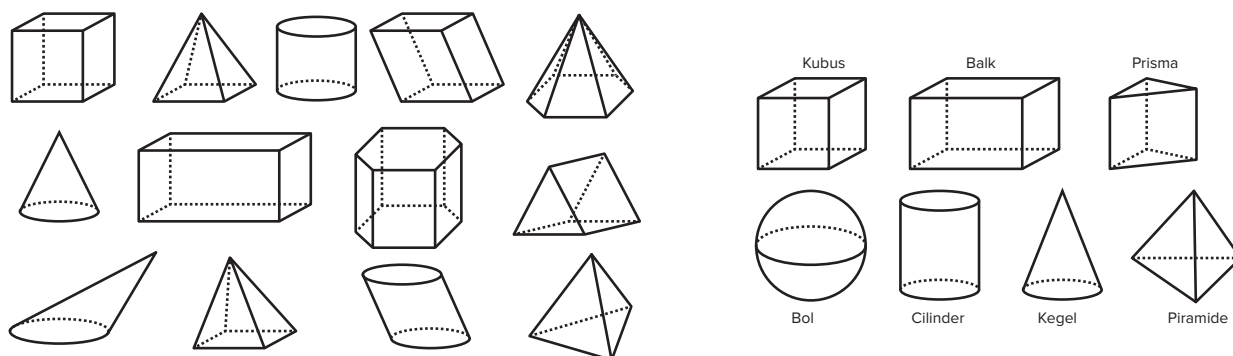
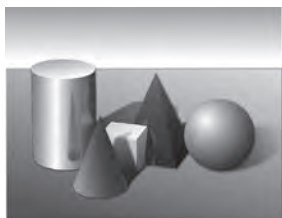
Voorbeeld 1 Verpakkingen

Je komt vaak en op veel verschillende manieren in aanraking met verpakkingen. In winkels kom je ze in allerlei vormen en maten tegen. Vormen waarin je veelal ruimtelijke objecten (lichamen) kunt herkennen, zoals: de bol, de kubus en de balk. Of waarvan de vorm is samengesteld uit verschillende lichamen of delen daarvan, bijvoorbeeld: een cornetto, waarin je een halve bol en een kegel herkent.

Opdracht 1:

Noteer de namen van de ruimtelijke figuren die je herkent in deze verpakkingen. Je kunt eventueel gebruik maken van Figuur 1 op de volgende pagina.





Figuur 1: Basisvormen lichamen (Bron: Getal & ruimte, HV, deel 1)

Opdracht 2:

Verzamel zes verschillende verpakkingen en bepaal welke ruimtelijke objecten erin verwerkt zijn. Noteer je bevindingen. Laat ze controleren door een medestudent.

Opdracht 3:

Noteer de vormen die je herkent in:

- Een keukenrol?
- Een computerscherm?
- Een potlood?
- Een cd-doosje?
- een stapel bierviltjes?

Toelichting:

Je kunt drie soorten ruimtelijke objecten (lichamen) onderscheiden:

- Als eerste: de bolvormige lichamen. De bekendste daarvan is natuurlijk de bol zelf. Het is een lichaam met een (sterk) gebogen oppervlak. Een knikker heeft de vorm van een bol. Veel varianten van een bol tref je niet aan, hoogstens de helft van een bol. Een voorbeeld is een schepijsje met een (half) bolletje. Ook heb je bakvormen in een halve bol.
- Ten tweede: kubusachtige lichamen met overal dezelfde vorm (van de ene kant tot de andere) hebben. Stel dat je zo'n figuur in plakken snijdt, dan heeft elke plak van de figuur dezelfde vorm, hooguit de dikte verschilt. Vergelijk het met het snijden van boterhammen uit een brood.

h.

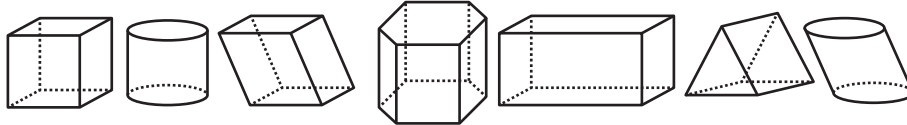


Deze soort zie je terug in de kubusvorm, balkvorm, cilindervorm en prismavorm.

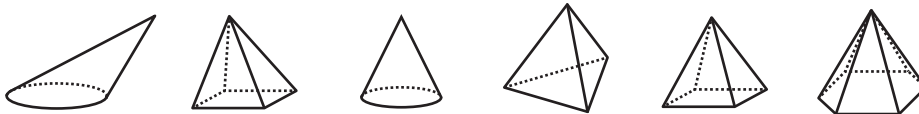
3. De derde soort (kegelachtige) begint breed, wordt vervolgens steeds smaller en loopt uit in een punt. In deze soort herken je de piramide en de kegel (Figuur 1).

Andere lichamen van deze laatste twee soorten zijn:

Soort 2



Soort 3



Soms is een deel van een kegel of piramide afgesneden, bijvoorbeeld de punt. Dat noem je dan een afgeknotte kegel of piramide. Ook combinaties van deze vormen zie je vaak, bijvoorbeeld bij kerktorens met een balk-, cilinder- of prisma als opbouw en op de top een piramide of kegel.

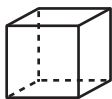
3.4.1 Soorten ruimtelijke figuren

Ruimtelijke figuren (lichamen) hebben, net als tweedimensionale figuren, een aantal kenmerkende eigenschappen. Beschrijf je een ruimtelijke figuur, dan gebruik je daarvoor begrippen als:

- Grondvlak, het vlak dat meestal op de bodem ligt.
- Rib(ben), de lijnstukken waar twee grensvlakken van het figuur samenkomen.
- Hoekpunt, een punt waarin verschillende ribben samenkomen.
- Grensvlak, de vlakken die het figuur begrenzen.

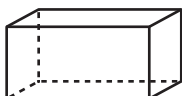
In dit overzicht is af en toe wat informatie weggelaten. Je kunt die met behulp van de termen en de figuren zelf aanvullen. (zie Hoofdstuk 2: Antwoorden)

1. Kubus



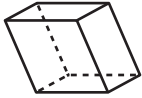
- Een kubus heeft vlakken. Het grondvlak is een
- Een kubus heeft ribben. Aan de bovenkant, aan de onderkant en om de bovenkant en onderkant met elkaar te verbinden.
- Een kubus heeft hoekpunten.
- Alle 6 vlakken van een kubus zijn

2. Balk



- Een balk heeft vlakken.
- Op dit plaatje is het grondvlak een
- Een balk heeft ribben.
- Een balk heeft hoekpunten.
- Alle vlakken van een balk zijn

3. Parallellepipedum



- Alle vlakken van een parallellepipedum hebben de vorm van een

Let op:

Een kubus is een balk, maar dan een bijzondere balk.

Een balk is ook een bijzonder parallellepipedum.

4. Piramide



- Een piramide heeft als grondvlak altijd een veelhoek met minstens 3 hoeken.
- Op de veelhoek op de bodem na, zijn de overige vlakken altijd
- De driehoeken komen samen in de top.
- De top van een piramide bevindt zich altijd recht boven het midden van het

5. Cilinder



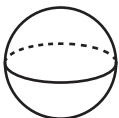
- Een cilinder heeft boven en onder een, die allebei grondvlak kunnen zijn.
- De dwarsdoorsnede is overal een die even groot is als het

6. Kegel



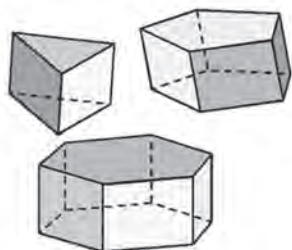
- Een kegel heeft aan de onderkant een als
- Het vlak loopt uit in een punt.
- Het bovenste punt ligt recht boven het middelpunt van

7. Bol



- Een bol is de verzameling van alle punten, die op dezelfde afstand liggen van een gegeven punt, het middelpunt. De afstand heet de straal van de bol.

8. Prisma



De lastigste van allemaal is het prisma. Alle kenmerken van een prisma op een rijtje:

- De bovenkant en onderkant van een prisma hebben dezelfde vorm en kunnen allebei het grondvlak zijn.
- Alle zijkanten van een prisma hebben de vorm van een rechthoek.
- Van een scheef prisma zijn de zijkanten parallellogrammen.
- De boven- en onderkant van een prisma hebben de vorm van een
- Let op: een prisma kan ook op een van de zijvlakken liggen.

De leerstof van paragraaf 1.5 oefen je in Opgave 1 tot en met 5.

► Opgave 1 Een vierkant prisma

Als je een vierkant als grondvlak neemt, heeft het prisma dezelfde vorm als een balk. Klopt dat? Licht je antwoord toe.

► Opgave 2 Grondvlak

Kan een piramide een gelijkzijdige driehoek als grondvlak hebben? Zo ja, hoeveel vlakken heeft die piramide dan? Licht je antwoord toe.

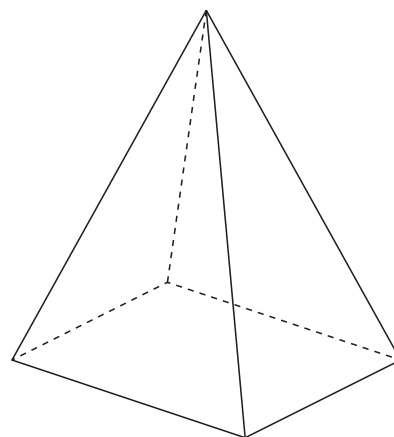
► Opgave 3 Symmetrievlak

Een symmetrievlak in een lichaam betekent dat je een doorsnede kunt maken van een lichaam waarin beide helften van dat lichaam precies elkaars spiegelbeeld zijn. Is dat bij een piramide met een vierkant grondvlak, waarvan de top boven het middelpunt van het vierkant ligt, het geval? Licht je antwoord toe.

- Hoeveel zijn er dan maximaal?
- Schets die vlakken in de afbeelding.

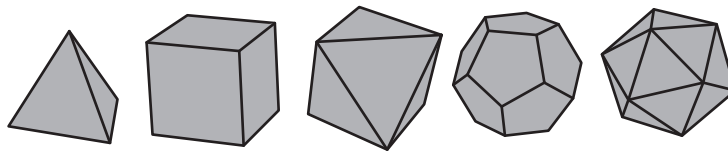
► Opgave 4 Beantwoord de vragen en licht je antwoord toe

- Hoeveel verschillende symmetrievlakken heeft een kubus?
- Leg uit waarom een bol oneindig veel symmetrievlakken heeft.
- Heeft een kegel symmetrievlakken? Hoeveel zijn er dat? Door welke punten gaan ze?
- Kan een piramide symmetrievlakken hebben?
- Heeft een parallellepipedum symmetrievlakken?



3.4.2 Platonische lichamen

Platonische lichamen zijn regelmatige veelvlakken waarvan de zijvlakken regelmatig en hetzelfde zijn (dezelfde driehoeken, vierkanten of vijfhoeken). Platonische lichamen zijn genoemd naar de Griekse wijsgeer Plato die ze uitvoerig bestudeerde. Hij heeft ook ontdekt dat deze vijf de enige regelmatige ruimtelijke veelhoeken zijn. Natuurlijk is de bol ook een regelmatig ruimtelijk object, maar dat is geen veelhoek.



Dit zijn de 5 verschillende Platonische lichamen met hun Griekse benaming: de tetraëder, de hexaëder, de octaëder, de dodecaëder en de icosahëder.

De Griekse termen:

- *tetra*: vier
- *hexa*: zes
- *octa*: acht
- *do-deca*: twaalf
- *icos*: twintig

Wat betekent het achtervoegsel 'ëder', denk je?

In het Nederlands heten deze figuren: regelmatig viervlak, regelmatig zesvlak, regelmatig achthoek, regelmatig twaalfvlak en regelmatig twintigvlak.

► Opgave 5 Platonische verhoudingen

Analyseer deze Platonische lichamen op de eigenschappen aantal vlakken, aantal ribben en aantal hoekpunten. Neem dit schema over en vul het in.

Naam veelvlak	Aantal vlakken (V)	Aantal ribben (R)	Aantal hoekpunten (H)
tetraëder 			
hexaëder 			
octaëder 			
dodecaëder 			
icosahëder 			

4. Transformeren

Transformeren betekent letterlijk ‘omvormen’. Met de term ‘transformatie’ beschrijf je meetkundige activiteiten als:

- spiegeling in een lijn of punt;
- translatie (verschuiving);
- rotatie of draaiing.

4.1 Transformatie en symmetrie

Met de figuren die je nu kent, kun je bewerkingen (operaties) uitvoeren. Ook die bewerkingen beschrijft de meetkunde.

4.1.1 Transformatie w.o. spiegelen

Voorbeeld 1 Meetkunde beschrijft de werkelijkheid

De meetkunde beschrijft eigenlijk alledaagse bewerkingen met figuren. Veel bewerkingen in de meetkunde hebben parallellen met de werkelijkheid van alledag.

Opdracht:

Probeer een antwoord op deze vragen te formuleren.

1. Wat is de overeenkomst tussen een noodstop met geblokkeerde remmen en een sliding bij voetbal?
2. Wat is de overeenkomst tussen een windmeter, een draaimolen, een pirouette van een danseres, een draaideur en een secondewijzer van een horloge?
3. Wat is de overeenkomst tussen twee voeten naast elkaar, een bergmeer bij windstil weer en een VW logo?
4. Wat is de overeenkomst tussen het kijken in een glimmende lepel en het kijken naar een glimmend (fiets)kogeltje.
5. Verzin zelf een aantal voorbeelden bij deze vragen.

Toelichting:

Je hebt waarschijnlijk ontdekt dat de vragen steeds over een ander principe gaan. Je herkent in de eerste vraag een verschuiving als beweging, in het tweede vraag een draaiing als beweging en in de derde en vierde vraag (misschien de moeilijkste) spiegeling als activiteit. Zoals gezegd, eigenlijk gaat het om gewone, dagelijks voorkomende gebeurtenissen.

Als je dat begrijpt, ben je dicht bij begrip van het meetkundige begrip transformatie, dat betekent ‘verplaatsing’. Je kunt de richting van de verplaatsing ook met een meetkundige aanduiden:

- Bij vraag 1 is er sprake van een verschuiving, een translatie.
- Vraag 2 gaat over een draaiing, een rotatie.
- Bij vraag nummer 3 gaat het over een spiegeling.
- Vraag 4 betreft een spiegeling in een punt, een puntspiegeling.

De verzamelnaam voor de translatie, de rotatie en de spiegelingen is: transformatie.

Voorbeeld 2 Translatie

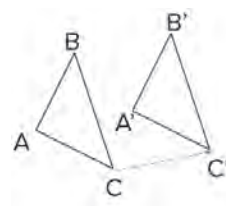
Je kunt de bewerking translatie bij elke figuur toepassen.

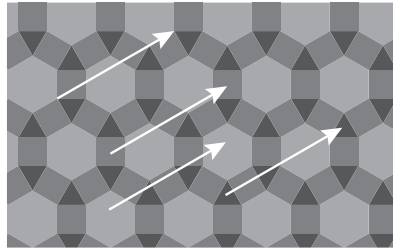
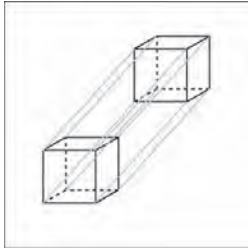
In deze verschillende tekeningen gaat het steeds om twee kenmerken:

1. De afstand waarover je de figuur verschuift.
2. De richting waarin je schuift.

In de eerste tekening is driehoek ABC getransleerd over lijnstuk CC' . Met je liniaal kun je controleren of de afstanden AA' en BB' even lang zijn en of de richting dezelfde is als die van CC' .

Op deze manier kun je allerlei figuren verschuiven en kunnen er patronen ontstaan. Kijk naar de afbeeldingen. Het patroon ontstaat hier door de continue translatie van de oorspronkelijke figuur.

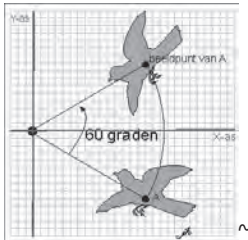




Voorbeeld 3 Rotatie

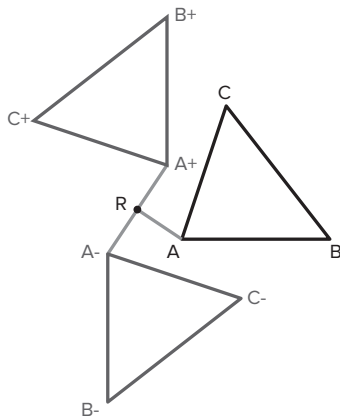
Een rotatie wordt bepaald door twee dingen:

1. een punt waar je om roteert;
2. de hoek waarover je roteert.



Dit plaatje van de gerooteerde vogel is geroteerd om de oorsprong O (=het snijpunt van de x-as en de y-as) en over een hoek van 60 graden.

Je kunt ook 60 graden de andere kant opdraaien, dus met de klok mee. De afspraak is dat een rotatiehoek positief is als de rotatie tegen de wijzers van de klok in gaat. Gaat de rotatie met de wijzers van de klok mee, dan is de hoek negatief.



Bij dit figuur met de driehoeken, is driehoek ABC:

- geroteerd om punt R over een hoek van -90 graden om driehoek A-B-C- te krijgen;
- geroteerd over een hoek van 90 graden om driehoek A+B+C+ te krijgen.



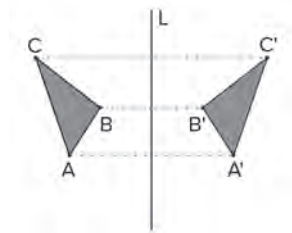
Ook kun je rotaties herkennen in patronen. In de derde afbeelding is geroteerd om een bepaald punt over een hoek van 120 graden. Zie je welk punt? Er zijn nog meer mogelijkheden. Zie jij ze?

Voorbeeld 4 Spiegeling.

Deze transformatie is goed te vergelijken met een echte spiegel. Je spiegelt namelijk in een lijn. Bij de enkele driehoek ABC (figuur a) is dat bijvoorbeeld lijn L. Je tekent:

- loodrecht op de lijn;
- de afstand aan de andere kant is gelijk aan die van de ene kant.

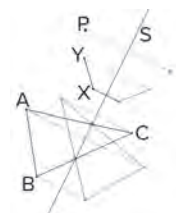
Bij de figuur c is dat goed te zien bij spiegeling is de spiegellijn lijn s. Figuur b is ook het resultaat van een spiegeling. Het resultaat is een symmetrisch figuur met maar liefst 4 assen. Zie jij waar ze kunnen liggen?



Figuur a

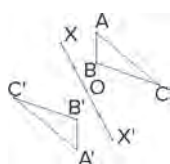


Figuur b



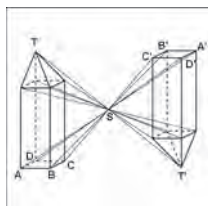
Figuur c

Voorbeeld 5 Spiegelen in een punt.

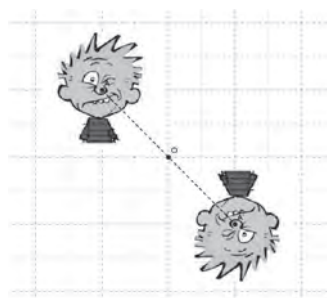


Een puntspiegeling lijkt heel erg op een spiegeling in een klei, bolvormig spiegeltje. Punt O heet 'centrum' waarin je spiegelt. Het spiegelbeeld van een punt ligt even ver aan de andere kant van het centrum.

Kijk naar de tekening: X' is het puntspiegelbeeld van X en driehoek A'B'C' het puntspiegelbeeld van de driehoek ABC.



In de tweede afbeelding is een driedimensionaal figuur gespiegeld in een punt S.



Aan deze voorbeelden kun je zien dat de oriëntatie wisselt: onder wordt boven, links wordt rechts enzovoorts.

Deze bewerkingen oefen je in opgaven 1 tot en met 4.

► Opgave 1 Eurospiegeling

Neem twee spiegels en een euromunt. Plaats de spiegel zo dat je achtereenvolgens 1, 2 en 3 euro's ziet. Maak op ruitjespapier van 1 cm x 1cm een schematische tekening van de posities van de spiegel en de euromunt.

► Opgave 2 Spiegels en veelhoeken

Gebruik nog een keer de twee spiegels. Teken op ruitjespapier van 1 cm x 1cm een lijnstuk en met behulp van de spiegels verschillende vlakke figuren. Je kunt een vierkant maken, maar ook veelhoeken.

► Opgave 3 Samen één

- Teken op ruitjespapier van 1 cm x 1cm een driehoek en spiegel deze in een van de zijden.
- Hoe heet de nieuwe figuur die gevormd is? Je hebt meer mogelijkheden.

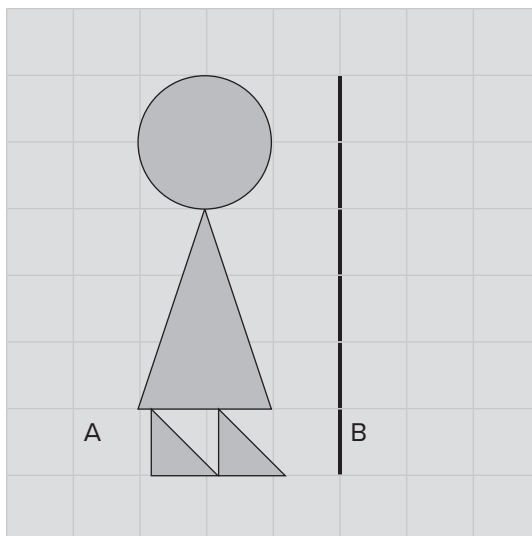
► Opgave 4 Draaien en Spiegelen

Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

- Spiegel figuur A in de dikke lijn B.
- Roteer lijn B over -90° . Neem als draaipunt het midden van het hoofd van figuur A.
- Transleer het gespiegelde figuur A. Dat betekent alle punten 6 stapjes naar rechts en 1 stapje naar beneden.

4.1.2 Symmetrie

Bij elk van deze vier transformaties kan het zijn dat je geen effect ziet, bijvoorbeeld als je een vierkant spiegelt in de lijn door twee overstaande hoekpunten (de lijn waarop een van de diagonalen ligt). Dan krijg je namelijk hetzelfde vierkant als spiegelbeeld. In dat geval spreken we over symmetrie. Het vierkant is symmetrisch in de genoemde lijn.



Voorbeeld 6 Geen effect

Nog een aantal andere voorbeelden van symmetrie.

Spiegelen in een lijn

- Teken op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm een vierkant en spiegel dat vierkant in de lijn door de middens van twee overstaande zijden.

Roteren

- Teken op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm een vierkant en roteer het vierkant om het snijpunt van de diagonalen over een hoek van $+90^\circ$ (of -270°). Bij een cirkel kun je dezelfde opdracht uitvoeren, maar dat is wel een beetje flauw.

Puntspiegelen

- Teken op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm een rechthoek en voer de puntspiegeling van de rechthoek uit in het snijpunt van de diagonalen.

Reflectie

In opdracht a tot en met c is het enige effect dat je misschien punten anders moest noemen, maar ook alleen als de figuur een naam had. Verder is geen effect. In die gevallen spreek je over symmetrie.

Conclusie:

- Een vierkant is (lijn)symmetrisch in de lijn door de middens van de overstaande zijden, die lijn heet dan symmetrieas van het vierkant. Elk vierkant heeft zelfs vier symmetrieassen.
- Een vierkant is rotatiesymmetrisch in het snijpunt van zijn diagonalen over 90° , maar ook over een aantal andere hoeken. Elke cirkel is rotatiesymmetrisch. Daarbij maakt de hoek niet uit, want elke hoek geeft dezelfde cirkel.
- De rechthoek is puntsymmetrisch in het snijpunt van zijn diagonalen. Dat punt noem je het middelpunt van de rechthoek. Het woord “middelpunt” bij een cirkel is treffend gekozen, want ook de cirkel is puntsymmetrisch in het middelpunt.

Bij een translatie spreek je niet snel van symmetrie. Het komt niet vaak voor dat een figuur na verschuiving precies dezelfde figuur oplevert. Toch is er een figuur waar dat wel bij lukt. Weet je welk? Inderdaad: een lijn die in de richting van de lijn getransleerd wordt.

Er is dus sprake van symmetrie als een figuur samenvalt met het beeld dat ontstaan na een transformatie. De figuur is dan symmetrisch in een lijn (symmetrieas), in een punt (middelpunt) of rotatiesymmetrisch over een bepaalde hoek.

► Opgave 5 Zo symmetrisch als maar kan!

- Noteer van de driehoeken (paragraaf 1.2) en de vierhoeken (paragraaf 1.3) welke er symmetrisch, puntsymmetrisch en/of rotatiesymmetrisch zijn. Je zult zien dat de verschillende vormen van

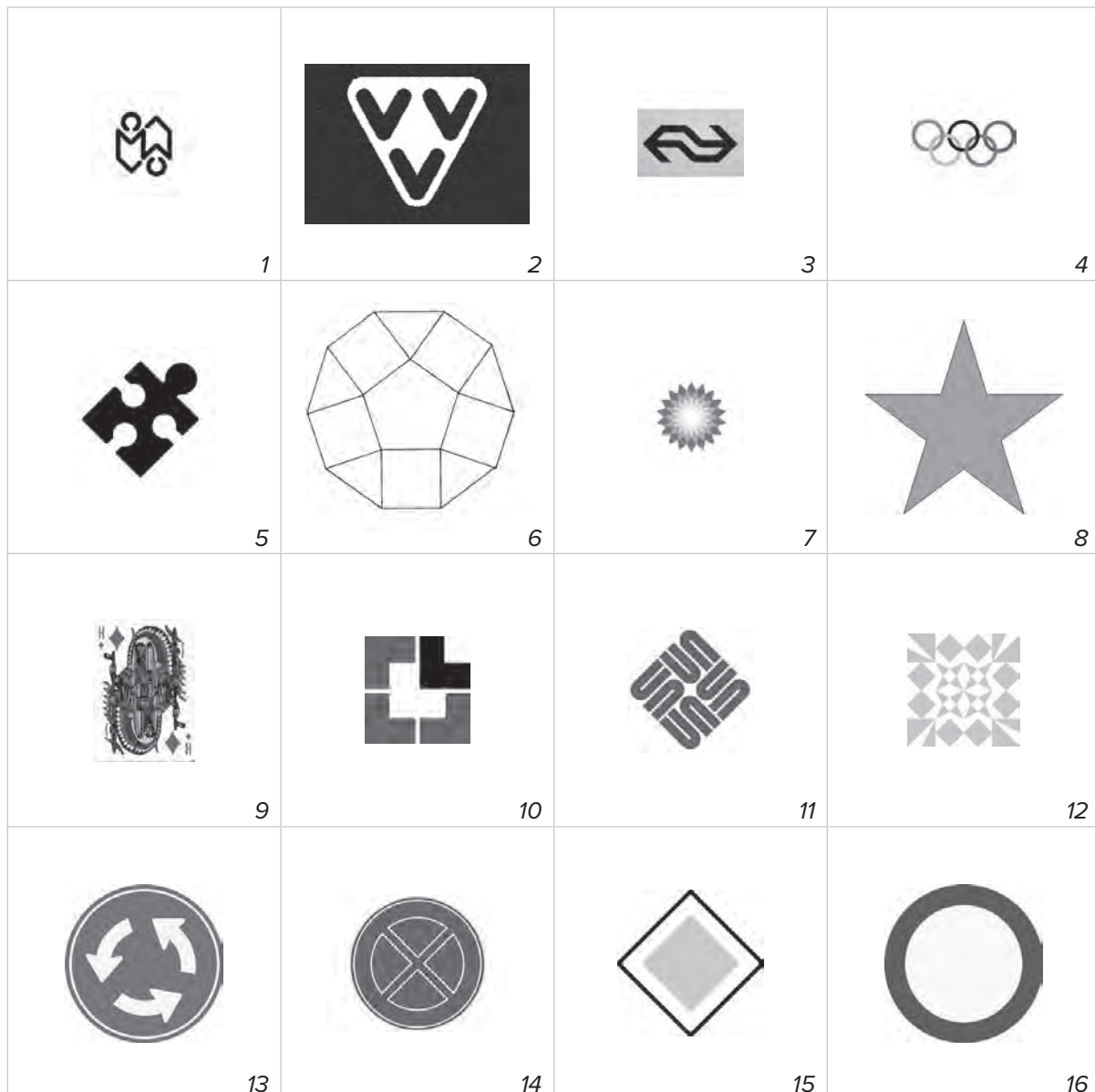
symmetrie in sommige figuren samenvallen. In een vierkant vind je bijvoorbeeld alle drie de vormen van symmetrie terug. Een vierkant:

- heeft 4 symmetrieassen;
- is rotatiesymmetrisch in zijn middelpunt (het snijpunt van de diagonalen) over 90° , 180° en 270° ;
- is ook puntsymmetrisch in zijn middelpunt.

b. Wat kun je zeggen over rotatiesymmetrisch over 180° graden en puntsymmetrisch?

► Opgave 6 Logo, logo

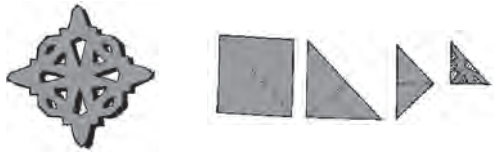
Veel logo's zijn symmetrisch. Er zijn logo's met draai-, lijn- of puntsymmetrie.



Beantwoord de vragen en licht je antwoord toe.

- Welke van deze logo's zijn (lijn-)symmetrisch?
- Welke van deze logo's zijn puntsymmetrisch?
- Welke van deze logo's zijn rotatiesymmetrisch (draaisymmetrisch)?
- Teken eventuele symmetrieassen in de logo's.
- Bepaal door hoekmeting het logo met de kleinste draaihoek en noteer die.

► Opgave 7 Knutselkleedje



Een praktische invulling: maak een knutselkleedjes!

Beantwoord de vragen en licht je antwoord toe. Is er bij het knutselkleedje sprake van:

- Draaisymmetrie? Zo ja, wat is de kleinste draaihoek?
- Lijnsymmetrie? Zo ja, hoeveel symmetrielijnen kun je tekenen?
- Puntsymmetrie?
- Hoe vouw je het vouwblaadje om een kleinste draaihoek van 60 te krijgen? Probeer dit eens uit!

► **Opgave 8** Symmetrisch or not symmetrisch?



Deze figuur is samengesteld uit cirkels en driehoeken.

Van welke soort symmetrie is hier sprake?

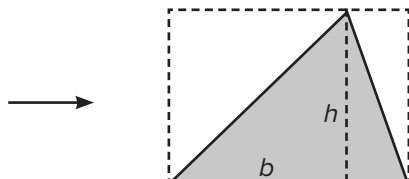
Het zijn er meer dan één!

4.2 Omstructureren

Om de oppervlakte van een driehoek te bepalen, kun je een driehoek 'omstructureren' naar een rechthoek. Je tekent dan een rechthoek om de driehoek heen en lijst dus de driehoek als het ware in. Vervolgens teken je een loodlijn vanuit de punt van de driehoek naar de basis van de driehoek en verdeel de driehoek en de vierhoek in twee delen. Op die manier maak je twee rechthoeken: een grotere en een kleinere. Je ziet dan dat de twee delen van de driehoek ieder een helft zijn van een van de twee omlijstende rechthoeken. De oppervlakte van de driehoek is dus: de helft van de kleinere rechthoek + de helft van de grotere rechthoek. De oppervlakte van de driehoek is de helft van de omlijstende rechthoek. In formulevorm is dat: $b \times h : 2$, waarbij 'b' staat voor de lengte en 'h' voor de hoogte van de driehoek.



Figuur a: een driehoek



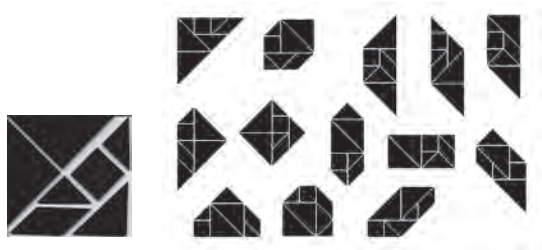
Figuur b: met rechthoeken

De term 'omstructureren' betekent:

- een figuur omvormen tot een ander figuur, bijvoorbeeld twee driehoeken samenvoegen tot een vierhoek;
- een figuur, bijvoorbeeld een veelhoek, verdelen in bekende delen als driehoeken en vierhoeken door de veelhoek in twee of meer stukken te knippen.

Bij het meten van oppervlakte van sommige tweedimensionale figuren is omstructureren een handig hulpmiddel. Je gebruikt dan vormen waar je eenvoudig de oppervlakte van kunt bepalen.

Neem de Tangrampuzzel als voorbeeld. Met het vierkant van de puzzel kun je allerlei nieuwe figuren maken. De oppervlakte van de figuren samen blijft die van het vierkant.



► Opgave 1 Bereken de oppervlakte

De zijden van het vierkant zijn 8 cm lang. Bereken de oppervlakte van elk van de oorspronkelijke figuren van de tangram.

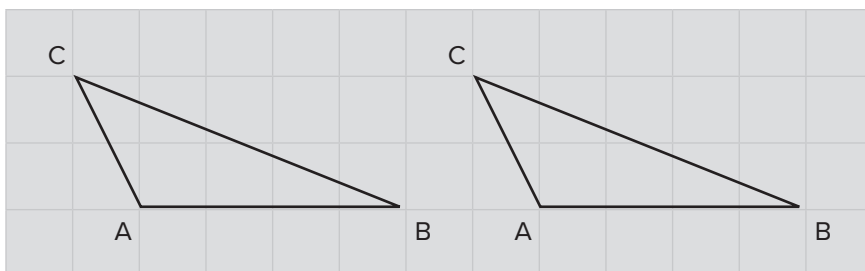
► Opgave 2 Puzzelfiguren

Bepaal van enkele van de figuren van opgave 1 de oppervlakte.

► Opgave 3 Bepaal de oppervlakte

Van de driehoek ABC ken je deze afmetingen:

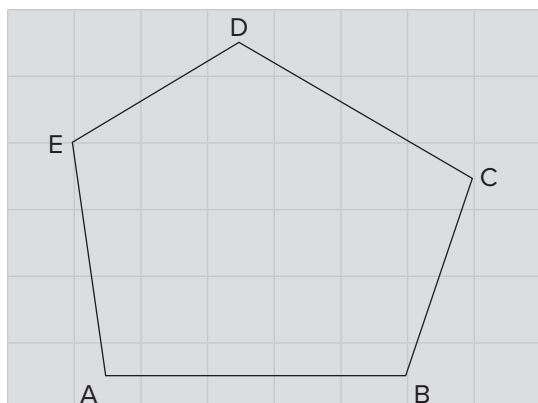
- $AB = 5$ cm;
- $AC = 3$ cm;
- $\angle A = 135^\circ$



- Teken op twee manieren een rechthoek om de driehoek.
- Bepaal de oppervlakte van driehoek ABC. Noteer je berekening.

► **Opgave 4:**

Bepaal door meting de oppervlakte van deze vijfhoek ABCDE.



► **Opgave 5:**

Deze figuren zijn gemaakt van enkele Tangramstukjes.



- Bepaal welke stukjes dat zijn. Gebruik de nummers in de afbeelding bij Opgave 1.
- Bepaal de oppervlakte van de figuur aan de hand van de maten van de tangram bij Opgave 1.

4.3 Spiegelingen, structuren en patronen

Spiegels hebben van jongs af aan een magische aantrekkingskracht op kinderen. Heel jonge kinderen verwonderen zich over de effecten van een (of meer) spiegel(s). In de groepen 1 en 2 doen kleuters allerlei activiteiten met spiegels.

4.3.1 Spiegelen

Voorbeeld 1 Ervaren, verklaren en verbinden

Bijzonder, en niet alleen voor kleuters, is dat het spiegelbeeld van links dus eigenlijk rechts wordt, maar dat boven en onder niet veranderen. Tenzij je in een lepel kijkt, dan zie je jezelf opeens ondersteboven.

Opdracht 1:

Ga bij jezelf na of deze twee ervaringen kloppen, dus: links wordt rechts, maar boven blijft boven.

Probeer te verklaren hoe dat kan. Gebruik daarbij ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

Opdracht 2:

Neem een euromunt en een spiegel. Met de spiegel kun je er twee munten van maken. Neem twee spiegels en maak er vier munten van.

Hoe moet je de spiegels houden om (steeds) meer munten te zien? Leg uit hoe dat kan.

Opdracht 3:

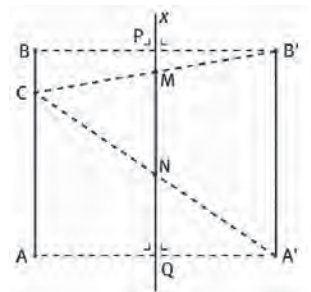
Ga voor een spiegel staan, neem een niet watervaste stift en zet met een oog dicht een stip op de twee plekken waar jij je ogen ziet. Doe vervolgens je 'dichte' oog weer open. De stippen op de spiegel staan heel dicht bij elkaar, namelijk de helft van de werkelijke afstand tussen je ogen. Hoe kan dat?

Toelichting:

Heb je wel eens nagedacht over de plaats en grootte van een passpiegel in een modezaak? Je wilt immers je hele spiegelbeeld zien. Maar, hoe groot moet de spiegel tenminste zijn en hoe hoog moet hij aan de muur hangen?

Probeer het je voor te stellen met behulp van deze tekening: jij staat voor deze spiegel. Benoem eerst de betekenis van de letters in de figuur.

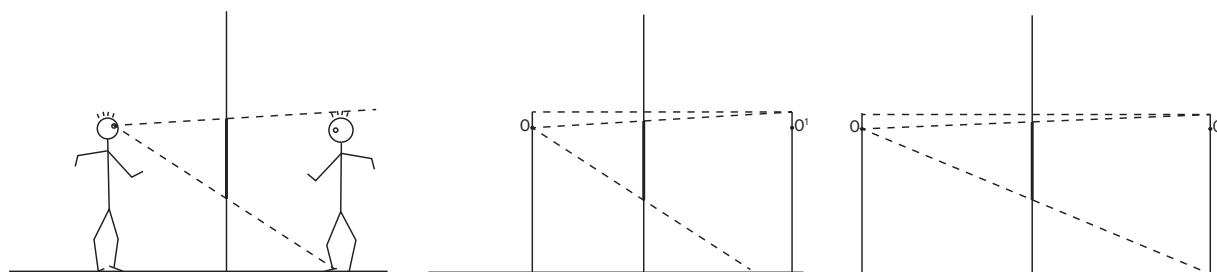
Bedenk dat de letters met een apostrof, zoals de A', het spiegelbeeld zijn van de letters zonder een apostrof.



Ga vervolgens na hoe een passpiegel moet hangen om je spiegelbeeld volledig te kunnen zien en hoe hoog de spiegel dan minimaal moet zijn. Licht je bevindingen toe.

Toelichting:

Op deze afbeeldingen zie je het antwoord op deze twee vragen.



4.3.2 Structuren en patronen

Patronen kom je overal tegen. Je ziet ze buiten op straat in de structuren van de bestrating, of op het papier dat je gebruikt om een cadeautje in te pakken. Wandversieringen, bijvoorbeeld behang, bestaan vaak uit regelmatige patronen, uit regelmatige vlakvullingen.



Een regelmatige vlakvulling is een patroon dat ontstaat door een bepaalde figuur zó te herhalen dat het een heel vlak opvult zonder dat de vlakken elkaar overlappen. Zo'n figuur of tekening noem je een 'tegel'. Een patroon kun je door een translatie in twee richtingen zó verplaatsten, dat het weer op zichzelf terecht komt. Het patroon kan ook nog over extra symmetrische eigenschappen beschikken, namelijk rotatiesymmetrie en spiegelingssymmetrie.

Tekenen van patronen

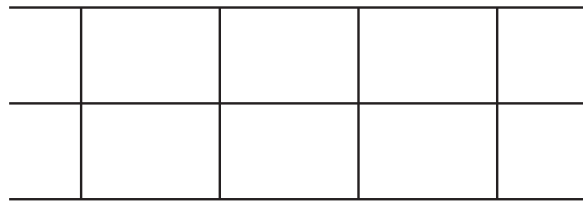
Patronen ontstaan door middel van transformaties, zoals translaties, rotaties en spiegelingen. Een structuur krijg je door figuren op een bepaalde manier te ordenen, denk bijvoorbeeld aan de rechthoeken in de tegelstructuur van een betegeld plein.

Voorbeeld 2 Patronen en structuren

Je begint met een rechthoek en verschuift (transleert!) die over de langste zijde. Als dat steeds doet, ontstaat een hele rij van rechthoeken (figuur 1). Spiegel je die rij, dan krijg je een tweede rij. Doe je dat steeds opnieuw, dan heb je een patroon van rechthoeken (figuur 2).



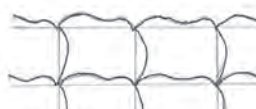
Figuur 1



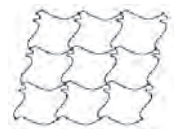
Figuur 2

Als kunstwerk stelt dat nog niet zo veel voor: het is best saai. Maar, je kunt deze strategie ook creatief gebruiken, zoals de beroemde graficus en wiskundige Escher deed. Hij gebruikte deze strategie om tekeningen vol patronen te creëren. Hij vervormde eerst de zijden van de rechthoek en kwam zo tot een veel speelser figuur.

Jij bent Escher niet, maar zie je desondanks toch de horizontale verschuiving bij Figuur 1 en de spiegeling in de horizontale zijde bij Figuur 2? Je kunt de zijden van Figuur 2 een kromming geven zodat de tekening er wat speelser uitziet. Als je die transleert (zowel horizontaal als verticaal), krijg je een patroon zoals in Figuur 3. Een nog wat creatievere toepassing is te zien in figuur 4. Dit is het grondprincipe van de patroontekeningen van Escher.



Figuur 3



Figuur 4

Als je deze manier volhoudt, ontstaat een heel blad met een vast patroon.

► Opgave 1 Patronen tekenen

Teken een patroon van (a) driehoeken, (b) rechthoeken, (c) parallellogrammen en (d) zeshoeken. Noteer de letters bij de patronen. Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm en plaats de hoekpunten van de figuren op de hoekpunten van de ruitjes.

► Opgave 2

Je ziet hier een vlakverdeling met beestjes. Beantwoord de vragen.

- Wat is de grondfiguur (basisfiguur) van dit patroon?
- Welke transformatie is hier (veelvuldig) toegepast?



4.3.3 Herkennen van patronen

Een patroon kan ontstaan door translaties, door spiegelingen, door rotaties of door een combinatie van deze transformaties. Steeds maar doorgaan met een transformatie geeft een mooie vlakvulling.

Dergelijke patronen hebben als grondvorm: vierkanten, rechthoeken, parallellogrammen, gelijkzijdige driehoeken, ruiten en zeshoeken. Die laatste vorm herken je misschien wel uit de kunstige constructie die bijen maken in een bijenraat.

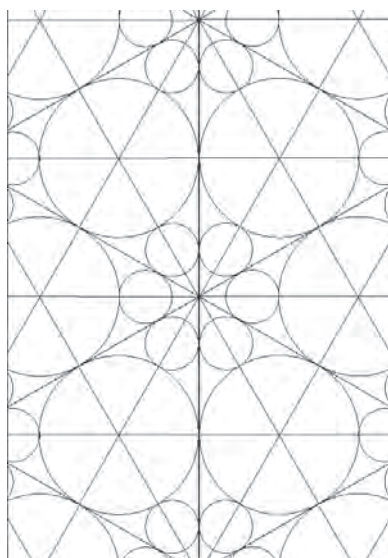


► Opgave 3 Grondvormen

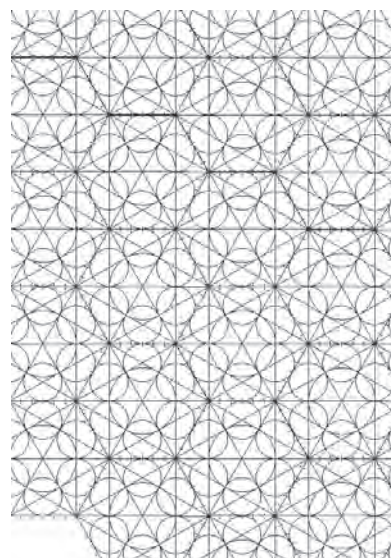
Zoek, bijvoorbeeld op het internet, patronen en teken ze na. Zoek als grondvorm:

- | | |
|--------------------|--------------|
| a. vierkant, | d. driehoek, |
| b. rechthoek, | e. ruit, |
| c. parallellogram, | f. zeshoek. |

► Opgave 4 Welke transformaties?



Patroon A



Patroon B

- Welke vormen zijn in patroon A en B gebruikt?
- Welke transformaties zijn in patroon A en B gebruikt om de vlakken te vullen?

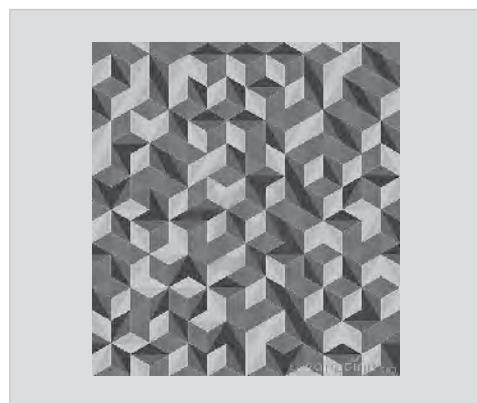
Creatief met patronen

Patronen tekenen en inkleuren is een leuke activiteit voor de tekenles. Je kunt zelf een 3-D effect krijgen als je dat op de juiste wijze doet.



► Opgave 5 3D kubussen

Ga verder met hetzelfde patroon. Maak de 3D tekening van de kubussen af op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm.



5. Viseren en projecteren

Viseren - van 'visueel' - betekent letterlijk: 'ergens naar kijken'. Projecteren doe je als je een beeld of figuur op een ondergrond afbeeldt.

5.1 Kijklijnen

Voorbeeld 1 Zie je wat je ziet?

In Reykjavik (IJsland) staat een bijzondere kerk. Hij staat niet midden tussen bebouwing, dus je kunt er omheen lopen. In de buurt van die kerk staat een bijzonder kunstwerk.

Als je op een bepaalde manier door dat kunstwerk kijkt, vallen de contouren van de kerk precies binnen de vorm van het kunstwerk.

Opdracht:

Vergelijk de beide foto's en bedenk waar het kunstwerk ten opzichte van de kerk ongeveer staat. Ga vervolgens na op welke manier je ziet wat je kunt zien. Maak een duidelijke tekening. Stel jezelf daarbij twee vragen:

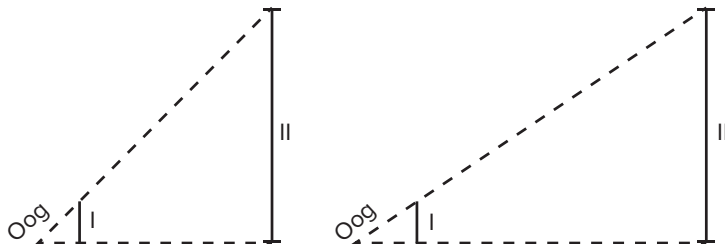
- Hoe ver staat het kunstwerk van de kerk?
- Hoe groot is het kunstwerk?

Wat moet je weten om deze vragen te kunnen beantwoorden?

Oplossing:

Je kunt deze vragen niet zomaar beantwoorden. Je hebt daar onvoldoende informatie voor.

Het kunstwerk kan elk formaat hebben en op elke afstand tot de kerk staan. De essentie is de gelijkvormigheid van de kerk en het kunstwerk. Daardoor vallen bij de juiste afstand de contouren van de kerk precies binnen het kunstwerk.

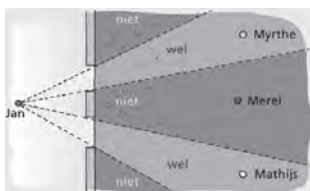


I= kunstwerk

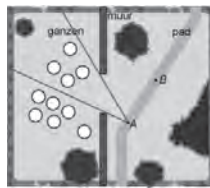
II= Kerk

Toelichting:

Bij het antwoord op de vragen over de kerk in Reykjavik spelen kijklijnen (viseerlijnen) een belangrijke rol. Op de basisschool maken de leerlingen al kennis met kijklijnen. Dat zie je bijvoorbeeld op deze twee tekeningen van bovenaanzichten.



Ziet Jan Myrthe? En Merel?



Wie ziet meer ganzen, Arend (A) of Bea (B)?

In een bovenaanzicht kun je eenvoudig zien wat de kinderen wel of niet zien. In het platte vlak kun je volstaan met het tekenen van een rechte lijn. Als deze ononderbroken doorgaat, kun je direct van het ene punt naar het andere kijken, en andersom.

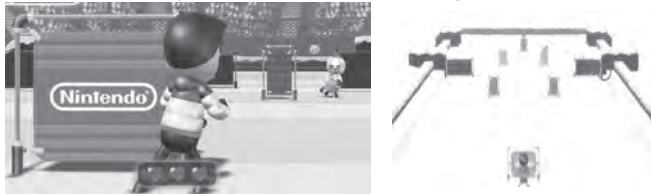
Bij een ruimtelijke voorstelling is het eigenlijk net zo. Dat is alleen wat lastiger voor te stellen omdat je van een driedimensionale voorstelling een tweedimensionale representatie moet maken.

Het begrip “kijklijn” kun je letterlijk nemen: een rechte lijn waarlangs je naar het object kijkt. Het is een denkbeeldige rechte lijn vanaf je oog naar een voorwerp, een al of niet onderbroken lijn. Die lijn kun je dus ook tekenen. Omdat je niet om een hoekje kunt kijken, behalve met behulp van een spiegel zoals bij een gevaarlijke uitrit, is een kijklijn recht.

Je oefent met kijklijnen in opgaven 1 tot en met 8.

► Opgave 1 Sneeuwbalgevecht

Op de Wii kun je het spel ‘Snowball Fight’ spelen.



Ontwerp op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm een bovenaanzicht van het speelveld en teken de kijklijnen.

► Opgave 2 De Peperbus in Zwolle

Je rijdt Zwolle binnen en ziet recht voor je de Peperbus, de bekendste kerktoren van Zwolle. Hij steekt een heel stuk boven de huizen uit. Je rijdt er recht op af en ziet de Peperbus verdwijnen. Verklaar die verdwijning. Gebruik daarbij ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.



► Opgave 3 Het kunstwerk op de Ketelmeerdijk (Dronen)

Deze drie kunstwerken staan achter elkaar geplaatst op de Ketelmeerdijk. Ga je op een bepaalde plek staan, dan zie je een driehoek in een cirkel en die beide binnen een vierkant. Toch zijn de driehoek, de cirkel en het vierkant even hoog, namelijk drie meter. Verklaar waarom je de drie figuren op deze manier ziet. Maak een tekening op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

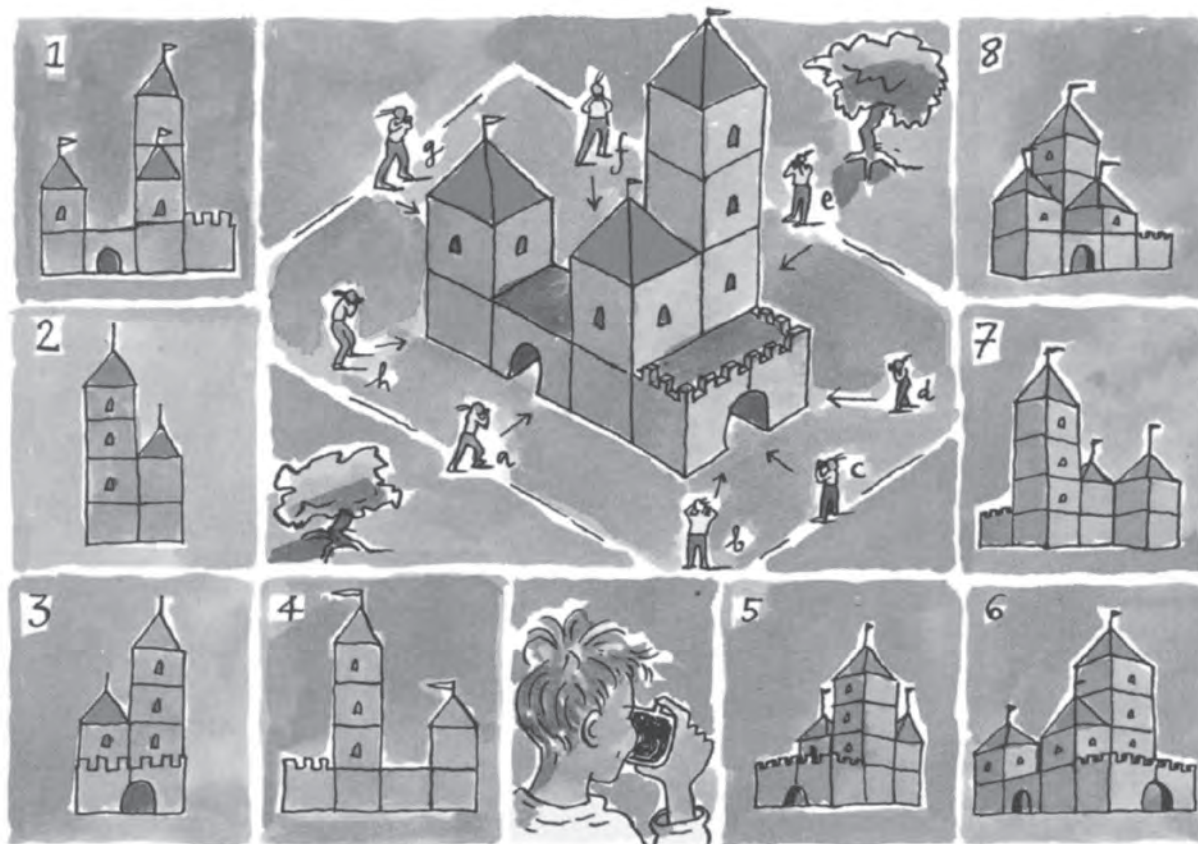


► **Opgave 4** Opnieuw het kunstwerk op de Ketelmeerdijk (Dronen)

Wat gebeurt er met de verhouding tussen de cirkel en het vierkant als je achteruit loopt? Kies uit de drie antwoorden en licht je antwoord toe.

- Antwoord A: De cirkel lijkt kleiner in verhouding tot het vierkant.
- Antwoord B: De cirkel lijkt groter in verhouding tot het vierkant.
- Antwoord C: Er verandert niets aan de verhouding.

► **Opgave 5** Waar neemt Peter de foto's?

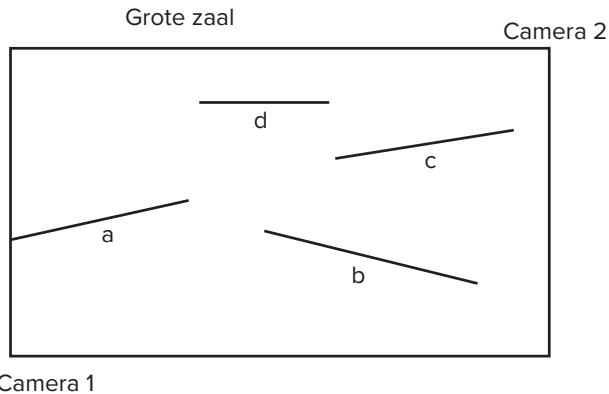


Koppel de nummers van de foto's aan de letters van de posities die Peter inneemt.

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| a. Foto | d. Foto | g. Foto |
| b. Foto | e. Foto | h. Foto |
| c. Foto | f. Foto | |

► Opgave 6 Bewakingscamera's?

In de grote zaal van museum "De Fundatie" staan 4 panelen (a, b, c en d). Aan beide zijden van die panelen hangen kostbare schilderijen. Er hangen twee bewakingscamera's (C) aan twee tegenover elkaar liggende hoeken.



- Kun je met deze twee camera's de hele zaal in de gaten houden? Licht je antwoord toe.
- Hangen ze op de juiste plaats om de schilderijen te bewaken? Licht je antwoord toe.
- Adviseer jij een andere positie? Teken die in de plattegrond van de zaal. Gebruik daarbij ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

► Opgave 7 Pindakaaspotten

Op de foto's zie je steeds 3 potten pindakaas. De hoogte van de 3 potten is achtereenvolgens: 9 cm, 10,5 cm en 13,5 cm.



Beredeneer of de pindakaaspotten op deze foto's dezelfde potten kunnen zijn. Noteer je redenering in steekwoorden.

► Opgave 8 Een treinreis door de velden

Je maakt een treinreis en kijkt uit het raam. Het valt je op dat wat dichtbij staat, zoals seinpalen, overwegen en stations, als het ware voorbij vliegt. Maar, wat verder weg staat, zoals huizen, boerderijen en kerktorens, lijkt veel langer 'mee te reizen'. Dat is natuurlijk gezichtsbedrog, want alleen de trein beweegt zich voort.

- Verklaar dit verschijnsel in je eigen woorden.
- Maak een bovenaanzicht om het toe te lichten. Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

5.2 Lichtbron en schaduw

Een bijzonder soort kijklijn is een lichtstraal, afkomstig van een lichtbron. Een lichtbron die een voorwerp verlicht, veroorzaakt (meestal) een schaduw op een vlak aan de andere kant, bijvoorbeeld een muur of de grond. Denk maar aan je eigen schaduw als je in de zon staat. De schaduw bevindt zich bijna altijd aan andere kant van het verlichte object, dus tegenover de lichtbron. Alleen als het licht uit de bron van richting verandert, bijvoorbeeld door een spiegelend oppervlak, is dat niet het geval.

Voorbeeld 2 Verschillende bronnen

Lichtstralen kun je zien als kijklijnen die vanuit de lichtbron komen. Lichtbronnen kun je onderscheiden in twee soorten: natuurlijke bronnen, zeg maar de zon, en kunstmatige bronnen (lampen). Deze beide soorten hebben een kenmerkend verschil. Dat merk je direct als je overdag in de zon over een voetpad loopt of 's avonds onder brandende lantaarns.

Opdracht:

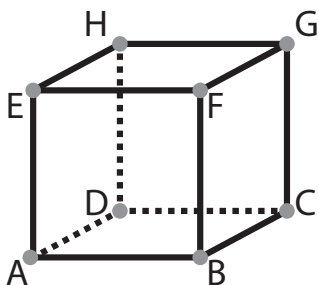
Beschrijf het verschil tussen de beide lichtbronnen.

Antwoord:

Het kenmerkende verschil is dat de schaduw van een lamp verdwijnt als je van de lamp af beweegt. De schaduw van de zon blijft en verdwijnt niet, hoe ver je ook loopt. Tenzij er natuurlijk een wolk voor de zon schuift.

Toelichting:

Als de zon de lichtbron is, lijken de stralen op aarde nagenoeg evenwijdig. Dat komt omdat de zon zo ver weg staat (150 miljoen kilometer). De zon projecteert de schaduwen van objecten als het ware op de grond of op de muur of ergens anders op. Je noemt: parallelprojectie. Dat wil dus zeggen: projectie met behulp van parallelle lichtstralen. Lijnen die in het echt evenwijdig lopen, doen dat ook bij de schaduw. Dergelijke projectietechnieken gebruik je bij technische tekeningen, bijvoorbeeld bij een kubus.



Bij een lamp als lichtbron is er geen sprake van parallelle lijnen. Er is één centrale bron en de lichtstralen gaan alle kanten op. Als je 's avonds onder een lantaarnpaal door loopt, zie je dat duidelijk. Je loopt als het ware van 'schaduw naar schaduw'.

Projecties met behulp van een lamp heten centrale projecties. De lichtbron is een centraal punt. Deze vorm van projecteren gebruik je bij het tekenen van perspectief: je gebruikt een horizon en zogenaamde verdwijnpunten.

In de tekening van de spoorlijn is de horizon op ooghoogte en snijden lijnen, die in het echt evenwijdig zijn, elkaar op de horizon. Hoe verder weg, hoe kleiner getekend. De kubus is getekend met twee zogenaamde verdwijnpunten V1 en V2



► Opgave 9 Experimenteren met een zaklamp

Beantwoord de vragen. Als je tekent, gebruik dan ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

Wil je dit uitproberen, dan heb je een zaklamp nodig en moet het donker zijn.

- Beweegt de zaklamp naar rechts. Waarheen verplaatst de schaduw van het object zich?
- Neem een vierkant vel karton en onderzoek welke vorm de schaduw ervan allemaal kan hebben. Teken de schaduwen, het zijn minstens 5 verschillende vormen.
- Hoe krijg je een ovaal of zelfs een streep als schaduw van een cd? Je mag tekenen.
- Hoe krijg je de schaduw van je hand groter dan je hand zelf? Je mag tekenen.
- Hoe wordt de schaduw van een banaan recht? Je mag tekenen.

► Opgave 10 Experimenteren met de zonnenschaduw

Als je deze opdracht echt wilt doen heb je nodig:

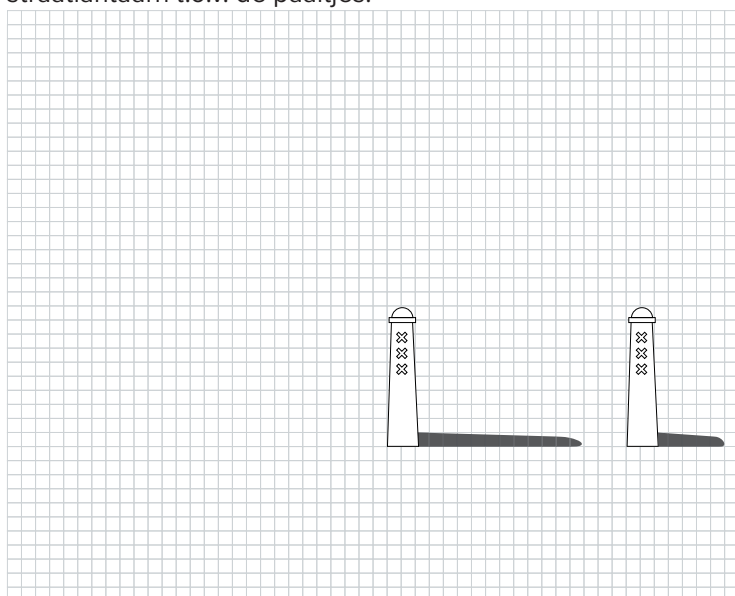
- een zonnige dag;
- een vierkant stuk karton (van 25cm bij 25 cm);
- een flinke sinaasappel;
- een bezemsteel (stok van $\pm 1\text{m}$; $\varnothing \pm 3\text{cm}$).

Beantwoord de vragen over deze materialen eerst door je de situaties voor te stellen. Licht elk antwoord kort toe. Daarna kun je in de praktijk controleren of je antwoord klopt.

- Kan de schaduw van het karton kleiner zijn dan het karton zelf? En groter?
- Hoe houd je de stok zodat zijn schaduw zo lang mogelijk wordt? En zo kort mogelijk?
- Hoe houd je het karton en de sinaasappel zodat de schaduw van de sinaasappel op het karton een zuivere cirkel is?
- Hoe meet je met behulp van de stok en zijn schaduw de hoek die zonnestralen met het aardoppervlak maken?
- Hoe kun je zelf loskomen van je schaduw?
- Wanneer is je eigen schaduw zo kort mogelijk? En wanneer zo lang mogelijk?
- Waar zie je je schaduw als de zon (lood)recht boven je staat?

► Opgave 11 De plaats van de lantaarn

Deze twee Amsterdammertjes (paaltjes) staan in de buurt van een straatlantaarn. Dat zie je aan hun schaduw. Gebruik ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm en teken de plaats van het lichtpunt van de straatlantaarn t.o.v. de paaltjes.



► Opgave 12 Lichtpunt en lichtbron

In Opgave 11 is de straatlantaarn de lichtbron, een lichtbron uit een punt. Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm en teken de schaduw die de zon maakt bij de paaltjes en verklaar het verschil tussen de schaduwen.

► **Opgave 13** Nog een keer de straatlantaarn

Mijn lengte is 1,80 meter. De straatlantaarn is 10 meter hoog. Als je tekent, gebruik dan ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

- a. Hoever sta ik van de straatlantaarn vandaan als mijn schaduw precies 1,80 meter is?
- b. Hoever sta ik bij de straatlantaarn vandaan als mijn schaduw viermaal zo lang is als ikzelf ben?

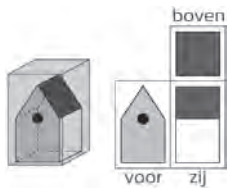
► **Opgave 14** Voetballer en schaduw

Als je goed kijkt zie dat een voetballer op t.v. tijdens belangrijke wedstrijden vaak vier schaduwen heeft. Beantwoord de vragen en licht je antwoord toe.

- a. Verklaar de vier schaduwen
- b. Hebben de schaduwen wel eens alle vier dezelfde lengte?
- c. Hoe veranderen de lengtes van de schaduwen als de voetballer over het veld beweegt?

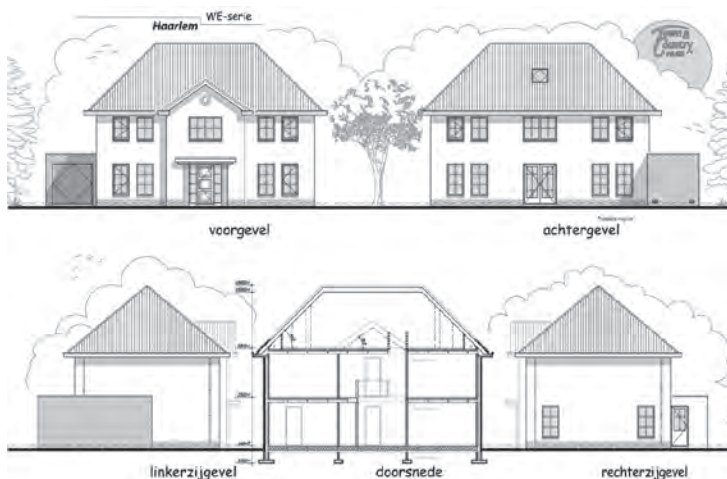
5.3 Aanzichten

Een aanzicht is een vlakke weergave van een ruimtelijke figuur vanuit een bepaalde kijkrichting. Meestal teken je drie aanzichten: het vooraanzicht, het rechter zijaanzicht en het bovenaanzicht. Soms zet je ze in één figuur die dan drie-aanzicht wordt genoemd, zoals bij deze illustratie van een vogelhuisje.



► Opgave 15 Aanzichten

In aanzichten zijn lijnstukken meestal op schaal afgebeeld. Bij de aanzichten van dit landhuis zijn de lengtes op een schaal van 1:250 weergegeven.



- Teken op dezelfde schaal het bovenaanzicht van het landhuis. Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.
- Noteer de werkelijke afmetingen (lengte, breedte en hoogte) van het landhuis.

► Opgave 16 Bouwplaat met kubusbouwsel

Op deze bouwplaat van 4 bij 4 hokjes staat een blokkenbouwsel. Gegeven zijn: het vooraanzicht en het zijaanzicht.

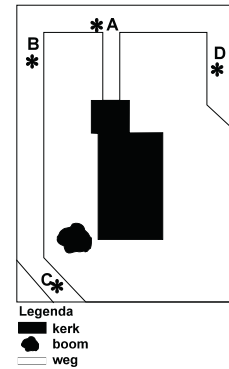
Vooraanzicht	Zijaanzicht	Bouwplaat

- Bepaal het minimale aantal blokjes van het bouwwerk. Noteer het aantal.
- Teken het bovenaanzicht in de bouwplaat op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.
- Uit hoeveel blokjes bestaat het bouwwerk maximaal? Licht je antwoord toe.

► **Opgave 17** De platte kerk

Bekijk de afbeelding van de kerk en van het bovenaanzicht.

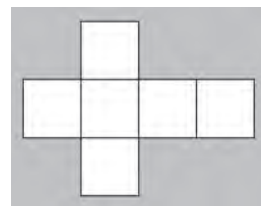
- a. Waar bevindt de jongen zich? Bij welke letter in het bovenaanzicht?
- b. Maak een schets op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm van het linkerzij aanzicht van de kerk en de boom.



5.4 Uitslagen

Een uitslag van een lichaam (een ruimtelijke figuur) krijg je door het figuur open te vouwen bij de ribben. Zo ontstaat er een vlakke figuur.

Je kunt zeggen dat zo'n uitslag een bouwplaat is, maar dan zonder de plakrandjes. In totaal zijn er maar liefst 11 verschillende uitslagen van een kubus. Hier zie je de bekendste.



► Opgave 18 Kubusuitslagen

Teken 5 uitslagen van een kubus met maximaal 3 vierkanten op een rij. Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm. In het voorbeeld zijn dat er vier op een rij.

► Opgave 19 Pri(s)ma uitslag

Teken op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm een uitslag van een prisma met:

- een regelmatig vijfhoek als bodem,
- een zijde van 3 cm,
- een hoogte van 2 cm.

► Opgave 20 Uitslag

Teken op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm twee verschillende uitslagen van een balk met de afmeting 3 cm x 2 cm x 1 cm ($l \times b \times h$). Maak eerst een schets.

► Opgave 21 Bouwen met magnetische staven en metalen bollen

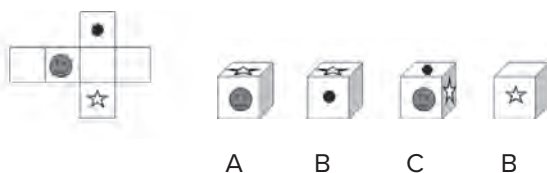
Beantwoord de vragen bij deze figuren.



Ga er van uit dat de staven en bollen alleen aan de buitenkant van het ruimtelijk figuur gebruikt zijn.

- De piramide heeft 6 kogels in het grondvlak. Uit hoeveel kogels en staven bestaat de piramide?
- Teken het bovenaanzicht van de piramide. Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.
- Als je de piramide een laag hoger wil maken, hoeveel staven en bollen heb je dan nodig?
- Uit hoeveel staven en bollen bestaat het andere lichaam?
- Welke vorm hebben het boven- en ondervlak van het andere lichaam?
- Schets het bovenaanzicht van het andere lichaam. Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.
- Uit hoeveel staven en bollen bestaat het prisma als je de inhoud twee keer zo groot maakt?

► Opgave 22 Welke kubus kun je maken?

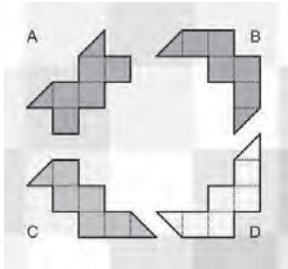


Welke van deze vier kubussen kun je maken van de bouwplaat. Noteer de letter van de juiste kubus.

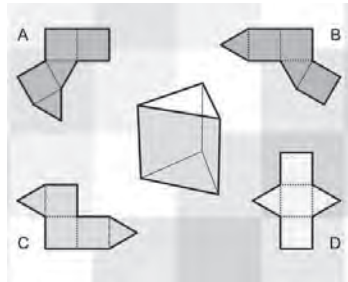
► **Opgave 23** Nog meer uitslagen

Beantwoord de vragen. Als je dit soort vraagstukken lastig vindt, teken dan de 4 uitslagen na, knip ze uit probeer de kubus te maken.

Figuur A:



Figuur B:



New Puzzle Quizes Deluxe (app)

- Welke van de vier uitslagen van Figuur A is de uitslag van een kubus?
- Welke van de 4 uitslagen van Figuur B is de uitslag van een prisma?

Reflectie

Bij dit soort vraagstukken hoor je wel eens: 'Daar heb ik toch geen inzicht in'. Dat is geen reden om bij de pakken neer te zitten. Je kunt dergelijke vraagstukken oefenen en 'in de vingers krijgen', zelfs soms letterlijk. Bouw zelf figuren met blokken en andere vormen. Pak ze vast, neem ze in de vingers, loop eromheen en bekijk ze van alle kanten. Zo verdiep je je inzicht. Probeer het, je zult zien dat het werkt!

6. Visualiseren

Je kunt de realiteit op een andere manier vastleggen, bijvoorbeeld door een schets, een foto of een bouwtekening te maken. In dat geval 'verbeeld' je de realiteit. Je 'visualiseert' dan (delen van) de wereld om je heen.

6.1 De combinatie van 2D en 3D figuren

Voorbeeld 1 Weer een blokje kaas

Neem een kubusvormig blokje kaas en een scherp mes. Snij het blokje kaas in tweeën. Je kunt het blokje precies doormidden snijden, zelfs op verschillende manieren, maar je kunt ook een hoekje van het blokje stukje kaas afsnijden. Het afgesneden puntje heeft 4 grensvlakken, ieder in de vorm van een vierhoek. Ga na hoeveel verschillende snijvlakken er mogelijk zijn. In plaats van kaas kun je overigens ook een blok oase gebruiken en de kaas lekker opeten!

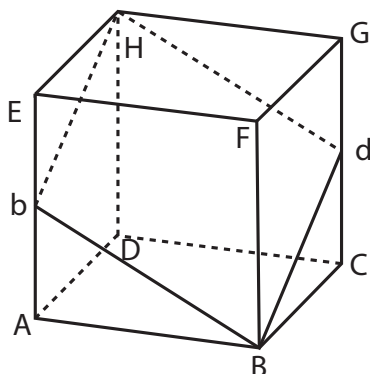
Toelichting:

Je hebt mogelijk heel wat verschillende vormen gevonden: driehoek, vierkant, rechthoek, vijfhoek, zeshoek en misschien nog wel meer. Die snijvlakken heten in de wiskunde doorsneden.

Je snijdt een vlak (een tweedimensionaal figuur) door een kubus (driedimensionaal figuur). In het voorbeeld hebben wij een vlak gesneden door een kubus.

Doorsnede

Als een kubus door een vlak wordt doorsneden, kan het snijvlak verschillende vormen aannemen. Dat heb je gemerkt bij het blokje kaas.



Je oefent deze leerstof in de opgaven 1 tot en met 5.

► **Opgave 1** Welke vorm heeft het snijvlak?

Welke vorm kan een snijvlak door een kubus aannemen. Omcirkel de letter van de juiste antwoorden.

- | | | |
|-------------------------------|-----------------------|------------------|
| a. Een rechthoekige driehoek | d. Een vlieger | g. Een rechthoek |
| b. Een gelijkzijdige driehoek | e. Een ruit | h. Een vijfhoek |
| c. Een vierkant | f. Een parallellogram | i. Een zeshoek |

► **Opgave 2** Een doorsnee cilinder

Welke vorm kan het snijvlak door een cilinder aannemen? Licht je antwoord toe. Je kunt een tekening gebruiken. Neem dan ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

► **Opgave 3** Een piramide doorsneden

Welke vorm kan het snijvlak door een piramide met een vierkant als grondvlak aannemen? Licht je antwoord toe. Gebruik daarbij ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

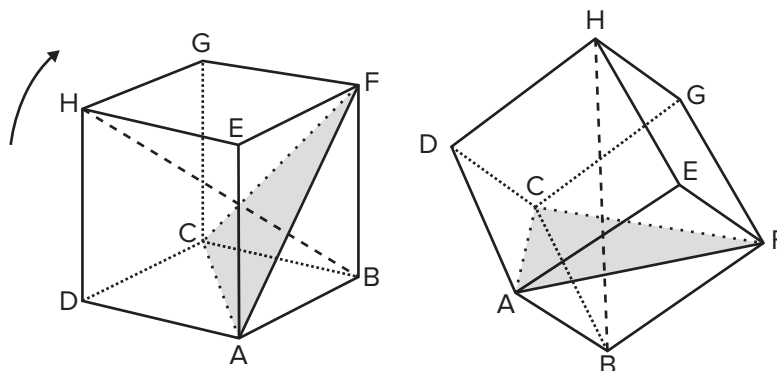
► **Opgave 4** Een uniek geval

Er is één regelmatige zeshoek als doorsnede van een vlak door een kubus.

Wat kun je opmerken over de twee delen waarin die zeshoek de kubus verdeelt?

► **Opgave 5** Kubuswoningen.

Op enkele plaatsen in Nederland staan kubuswoningen, kubusvormige huizen waarvan het laagste punt een hoekpunt van de kubus is.

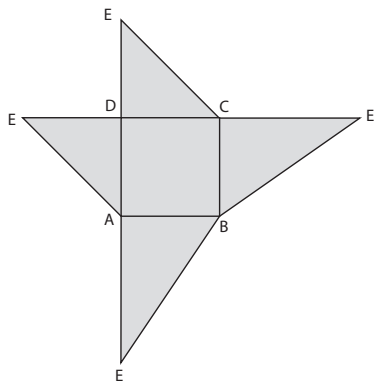


De wanden van zo'n huis zijn geen van alle verticaal, maar de vloeren zijn wel horizontaal. Zo'n woning heeft doorgaans 3 woonlagen. Op de afbeelding van de twee kubussen is te zien hoe de onderste woonlaag ontstaat.

- Door welke drie punten gaat de bovenste woonlaag van de kubus?
- Welke vorm heeft de middelste woonlaag?
- Teken de woonlagen van de rechter tekening op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

6.2 Vlakke figuren in ruimtelijke figuren

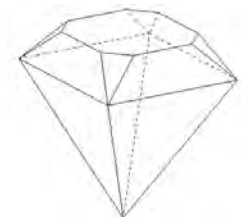
6.2.1 Herkennen van vlakke figuren in ruimtelijke figuren



Dit is een uitslag van een bijzondere piramide: de top ligt loodrecht boven punt D. De vlakke figuren in de uitslag zijn eenvoudig te herkennen: 4 driehoeken en 1 vierkant. Twee van de vier driehoeken zijn gelijkbenig en alle vier zijn ze rechthoekig. Maar, dat is lastiger te bepalen bij een ruimtelijk figuur.

Je oefent deze leerstof in de opgaven 6 tot en met 9.

► **Opgave 6** De geslepen diamant
Bekijk deze figuur en beantwoord de vragen.



- Hoeveel symmetrievlakken heeft de diamant?
- Welke vlakke figuren herken je in de grensvlakken van de diamant?
- Maak een schets van het bovenaanzicht op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

► **Opgave 7** Kaarsen in allerlei vormen



- Welke ruimtelijke vormen herken je in deze drie kaarsen?
- Welke grensvlakken herken je in deze kaarsen?

6.2.2 Omstructureren van ruimtelijke figuren

Overall om je heen kom je objecten tegen die zijn opgebouwd uit verschillende basiselementen, zoals je in een rijtje huizen vaak een balkvorm herkent en de daken vormen dan een prisma.



Watertorens hebben soms de meest bijzondere vormen, zoals die in De Meije bij Bodegraven.



Een andere toren (Naaldwijk) bestaat uit een cilinder met erop een halve bol en er tegenaan 4 balken (bij benadering).



► Opgave 8 Raar of apart?

Welke basiselementen herken je in deze twee watertorens?



Toren A



Toren B

► Opgave 9 Gebouwen

Uit welke basiselementen zijn de gebouwen opgebouwd?



Gebouw A



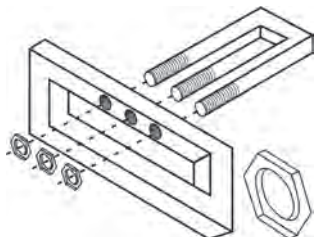
Gebouw B



Gebouw C

6.3 Onmogelijke ruimtelijke figuren

In tekeningen kan alles. Dat blijkt wel uit de vele producties van de wiskunstenaar M.C. Escher die speelde met ons voorstellingsvermogen. Hij tekende een grote hoeveelheid “onmogelijke” objecten die velen in hun ban houden. Op Youtube staan de mooiste voorbeelden, o.a. deze:



Die onmogelijke prenten dagen je voorstellingsvermogen uit. Zo'n tekening klopt als je de ene helft bedekt en ook als je de andere helft bedekt, maar de combinatie van beide kanten klopt van geen kant. Er is duidelijk sprake van gezichtsbedrog. Dat komt omdat Escher speelt met drie dimensies op een plat vlak, een tweedimensionale ruimte.

Ruimtelijke constructies

Er worden zelfs ruimtelijke constructies gemaakt die - van een bepaalde kant bekeken - een onmogelijke figuur suggereren, zoals bijvoorbeeld deze onmogelijke driehoek in Australië (Perth). Sta je op een andere positie en kijk je dan naar het object, dan zie je heel iets anders. Deze driehoek wordt wel de PENROSE – driehoek genoemd



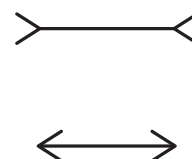
Een onmogelijk lichaam

Je noemt een figuur onmogelijk als er ruimtelijke tegenstrijdigheden te zien zijn, zoals dit handvat met drie uiteinden. Bekijk je alleen de rechterkant, dan zie je niets vreemds aan de tekening. Hetzelfde geldt voor de linkerkant. Maar, met de combinatie heeft ons brein moeite, zo zelfs dat we tot de conclusie komen dat dit lichaam niet kan bestaan.



Optische illusies

Een onmogelijke figuur is iets anders dan een optische illusie, zoals bijvoorbeeld deze Müller Lyer, genoemd naar de ontdekker Franz Müller Lyer. De twee lijnstukken zijn precies even lang, maar dat lijkt niet zo te zijn. Het bovenste lijnstuk lijkt namelijk langer. Waarschijnlijk komt dat door de vorm van de pijlen aan het lijnstuk. Dit is dus geen onmogelijke tekening, maar een optische illusie. Overigens blijken mensen uit culturen zonder veel rechthoekige objecten (zoals gebouwen) veel minder gevoelig voor de Müller Lyer illusie te zijn.



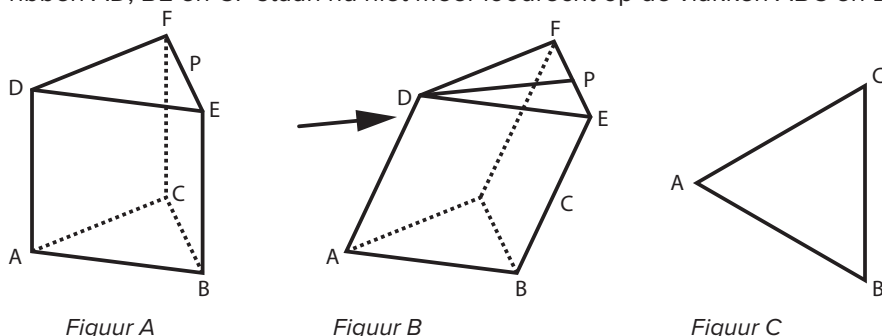
7. Eindtoets

Deze toets is een indicatie van je gecijferdheid op het onderdeel Meetkunde. Als je de opgaven uit deze toets correct maakt, kun je de Kennisbasistoets voor dit onderdeel met vertrouwen tegemoet zien. De antwoorden bij de toets staan op www.handigmetgetallen.nl.

Opgave 1	Een prisma	Opgave 5	Kubussen
Opgave 2	Uitslagen	Opgave 6	Aanzichten
Opgave 3	Platonische lichamen	Opgave 7	Blokjes
Opgave 4	Tetraëders	Opgave 8	Bovenaanzicht

► Opgave 1 Een prisma

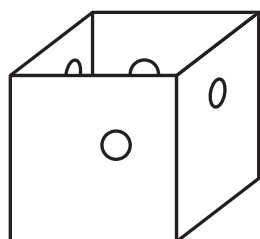
Figuur A is een model van een prisma ABCDEF. De stukken draad kunnen scharnieren in de hoekpunten. Door druk uit te oefenen op punt D in de richting van punt P verandert het rechte prisma in een scheef prisma. De lengtes van de ribben blijven daarbij hetzelfde (Figuur B). De drie opstaande ribben AD, BE en CF staan nu niet meer loodrecht op de vlakken ABC en DEF.



Je drukt tot punt D recht boven het midden van lijnstuk BC staat. In figuur C staat een gedeelte van het bovenaanzicht van het prisma in zijn eindpositie.

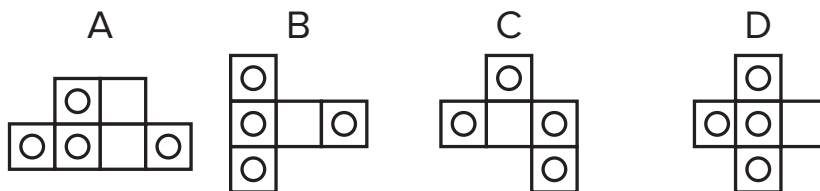
Teken het volledige bovenaanzicht van het scheve prisma op ware grootte. Gebruik daarvoor ruitjespapier van 1 cm x 1 cm. Licht je tekening toe.

► Opgave 2 Uitslagen



Figuur A

- Welke twee uitslagen zijn mogelijk bij Figuur A (meer antwoorden mogelijk)?
- Wat is er fout aan de andere uitslagen?



► **Opgave 3** Platonische lichamen

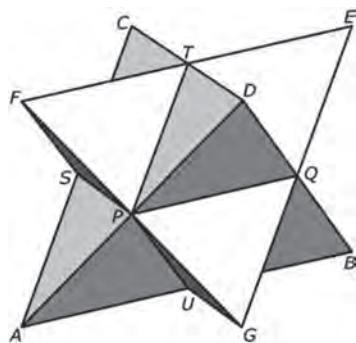
Deze dobbelstenen hebben de vorm van de vijf Platonische Lichamen.



- Hoe heten deze Platonische lichamen?
- Hoeveel vlakken heeft elk van deze lichamen?
- Hoeveel ribben heeft elke van deze lichamen?
- n heeft elk van deze lichamen?

► **Opgave 4** Tetraëders

In deze tekening zijn twee tetraëders afgebeeld.



Ze hebben een gemeenschappelijk ruimtelijk lichaam. Welk is dat? Licht je antwoord toe.

► **Opgave 5** Kubussen

Figuur I en II zijn twee deels beschilde kubussen.



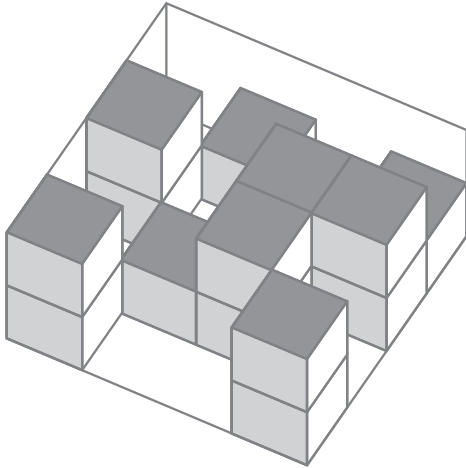
figuur 1

figuur 2

Teken van beide kubussen twee verschillende uitslagen, inclusief de beschilde delen. Gebruik daarvoor ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

► **Opgave 6** Aanzichten

Teken het voor- en zijaanzicht van dit blokkenbouwsel op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.



► **Opgave 7** Blokjes?

- Hoeveel blokjes heb je minimaal nodig om dit blokkenbouwsel te maken.
- Hoeveel blokjes kun je maximaal toevoegen zonder de aanzichten te veranderen?



► **Opgave 8** Bovenaanzicht

Meet de afmetingen van de tekening en teken het bovenaanzicht van deze woning op schaal 2 : 1. Gebruik daarvoor ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.



8. Kernbegrippen Kennisbasis Meetkunde

• Aanzicht

Een ruimtelijk figuur kun je van verschillende kanten bekijken, je noemt dat aanzichten. Er zijn 5 aanzichten:

- Vooraanzicht (van voren).
- Linker- of rechterzijaanzicht (vanaf links of rechts).
- Boven-aanzicht (van boven)
- Achteraanzicht (van achteren).

Deze aanzichten hebben geen diepte. Je tekent ze tweedimensionaal.

• Assenstelsel

Een assenstelsel bestaat uit een horizontale (x-as) en een verticale (y-as) getallenlijn die je assen noemt. Met deze assen kun je een punt in een assenstelsel een plaats geven door dat punt van coördinaten te voorzien, bijvoorbeeld: E(5,6). Dat betekent dat E ligt op het snijpunt van de lijn met 5 als x-coördinaat die parallel loopt aan de y-as en de lijn met 6 als y-coördinaat die parallel loopt aan de x-as.

• Balk

De balk is een ruimtelijk (driedimensionaal) figuur met zes rechthoekige vlakken, bijvoorbeeld: een schoenendoos. De formule voor de inhoud van een balk = lengte x breedte x hoogte.

• Beeldpunt

Door een transformatie ontstaan beeldpunten. Het spiegelbeeld van driehoek ABC in de lijn L is bijvoorbeeld bepaald door de beeldpunten van A, B en C, namelijk A', B' en C'.

• Bol

Een bol is een ruimtelijk figuur begrensd door een gebogen oppervlak in de vorm van een bal. Het is de verzameling van alle punten met dezelfde afstand tot een gegeven punt. Dat punt heet middelpunt en de afstand heet straal (r). Onze aarde wordt vaak een bol genoemd, maar is bij de polen afgeplat.

• Boven-aanzicht

Zie aanzicht.

• Bouwplaat

Een tweedimensionale weergave van een driedimensionaal object, zoals een kubus. Een bouwplaat heeft vouwlijnen en plakranden. Uitslagen hebben die niet (zie: Uitslag).

• Cilinder

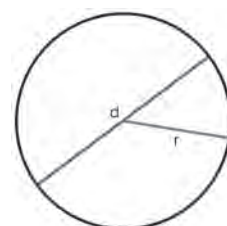
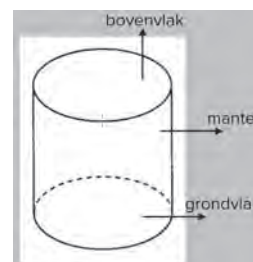
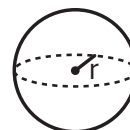
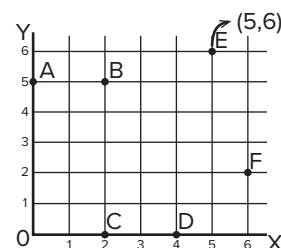
Een driedimensionaal object, een lichaam met twee cirkels en een manteloppervlak in de vorm van een gebogen rechthoek. Denk aan een lege keukenrol of wc-rolletje.

• Cirkel

Een cirkel is de verzameling van alle punten in het platte vlak die even ver afliggen van een gegeven punt (het middelpunt M) en is een vlak figuur. De afstand van elk punt op de cirkel tot het middelpunt noem je straal(r). De diameter(d) of doorsnee van een cirkel is 2x de straal.

• Cirkelboog

Een deel van een cirkel. Deze kan groot zijn, maar ook klein. In de tekening zie je er twee, namelijk: de kleinere boog AB naar rechts en de grote boog AB naar links.

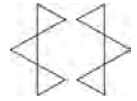


• Congruentie of congruent

Twee meetkundige figuren zijn congruent als ze precies gelijk zijn, dat wil zeggen ze passen precies op elkaar. Zo zijn twee figuren, die elkaars spiegelbeeld zijn altijd congruente figuren.

• Construeren

Aan de hand van een constructievoorschrift teken (construeer) je een figuur, bijvoorbeeld een de constructie van een driehoek met een passer en liniaal als je de lengte van de drie zijden weet.



• Constructievoorschrift

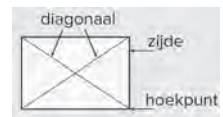
Een serie opdrachten, die je achtereenvolgens opvolgt om een figuur te construeren. Vaak gebruik je daarbij een passer en liniaal.

• Coördinaten

Coördinaten zijn de getallen die samen een punt bepalen in een rooster of assenstelsel.

• Diagonaal

De diagonaal van een figuur is het verbindingslijnstuk tussen twee punten van een vier-, vijf- of meerhoek die niet naast elkaar in de figuur liggen.



• Doorsnede

Als een ruimtelijk figuur in twee stukken gedeeld wordt door een vlak, dan is dat het doorsnedevlak. Bij een kubus kan een doorsnedevlak verschillende vormen hebben.

• Draaisymmetrie (ook: rotatiesymmetrie)

Een figuur is draaisymmetrisch als die figuur na een draaiing om het middelpunt over een bepaalde hoek samenvalt met het oorspronkelijke figuur. Voorbeeld: het driehoekig verkeersbord 'Vorrang geven' valt na een draai van 120° samen met het oorspronkelijke bord.



Een mooi regelmatige zonnebloem is op veel manieren bij benadering draaisymmetrisch: er zijn veel draaihoeken waarbij de gedraaide figuur samenvalt met het origineel. Je noemt dat ook wel rotatiesymmetrisch.



Deze figuur met 3 benen is rotatiesymmetrisch, dat wil zeggen dat de figuur na een bepaalde draaiing samenvalt met de oorspronkelijke figuur. Hier is de draaiing 120° .

• Drie- en vierhoeken

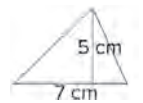
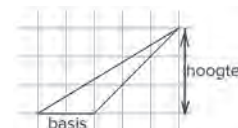
Vlakke figuren die respectievelijk 3 of 4 hoeken hebben. Veel van deze figuren zijn bekend onder een specifieke naam, zoals een gelijkzijdige driehoek, een vierkant, enzovoorts.

• Driedimensionaal (3D)

De ruimte waarin wij leven, bepaald door een lengte, een breedte en een hoogte.

• Driehoek

Een driehoek is een vlak figuur dat ontstaat door drie punten die niet op een rechte lijn liggen met elkaar te verbinden. De verbindende lijnstukken heten de zijden van de driehoek.



• Equivalent

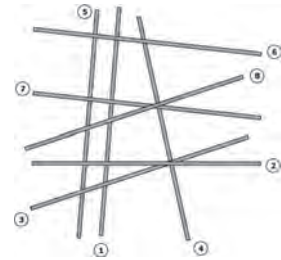
Letterlijke betekenis: gelijkwaardig. Als twee hoeken van een driehoek even groot zijn als twee hoeken van een andere driehoek, zijn beide driehoeken gelijkvormig.

• Ervaren (didactiek)

Synoniem voor o.a.: meemaken, ondergaan, uitproberen, zelf doen. Je kunt daarover verwonderd zijn of raken. Vaak is dat de aanleiding voor (een) meetkundige activiteit(en). Onderdeel van de didactische indeling 'Ervaren – Verklaren – Verbinden'. Zie ook: Verklaren (didactiek) en Verbinden (didactiek).

• Evenwijdig

Lijnen die in dezelfde richting lopen en elkaar nergens snijden noemt je parallel. In een vierkant zijn de overstaande zijden evenwijdig. In de tekening zijn de lijnen met nummers 1 en 5 evenwijdig, net als de lijnen 3 en 8 en 6 en 7. De lijnen 2 en 7 lopen niet parallel. Zij snijden elkaar, al is dat niet te zien in de tekening.



• Evenwijdige lijn

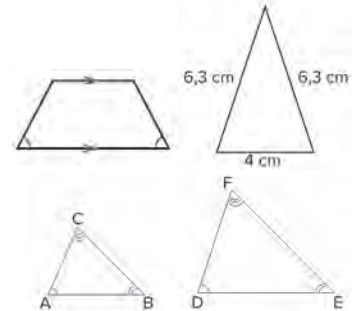
Een evenwijdige lijn bestaat altijd in relatie tot een andere lijn. Je kunt nooit één lijn tekenen die evenwijdig is.

• Gelijkenig

Een driehoek, vierhoek of veelhoek met minstens twee even lange zijden.

• Gelijkvormig

Figuren die dezelfde vorm hebben noemt je gelijkvormig. Zijn ze bovendien even groot, dan noemt je ze congruent (zie Congruent).

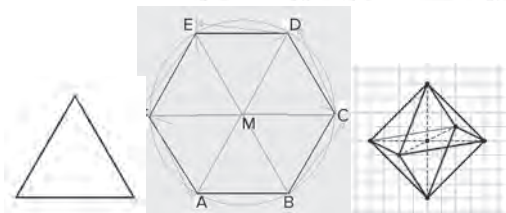


• Gelijkzijdig

Een figuur, zoals een driehoek, vierhoek of veelhoek, waarvan alle zijden even lang zijn.

• Geometrische figuur

Geometrische figuren zijn wiskundige figuren, beter gezegd meetkundige figuren, waaronder vierkanten, ruiten, maar ook kubussen en prisma's.



• Gestrekte hoek

Een gestrekte hoek is een hoek van 180°. De benen van de hoek liggen in elkaars verlengde.

• Gradenboog

Een instrument om de grootte van hoeken te meten.

Een gradenboog is vaak onderdeel van een geodriehoek.

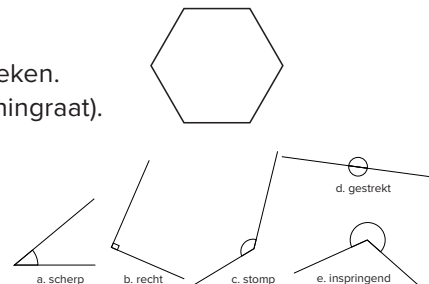
• Hexagoon

Een zeshoek, een vlak figuur dat bestaat uit zes zijden en zes hoeken.

Een regelmatige zeshoek komt je vaak tegen in een bijenraat (honingraat).

• Hoek

Een hoek is figuur gevormd door twee halve lijnen (of twee lijnstukken) met hetzelfde beginpunt. Dat punt heet het hoekpunt.



• Hoekbeen

Een (losse) hoek bestaat uit twee halve lijnen die beginnen in een punt: het hoekpunt.

De twee lijnen heten hoekbenen.

• Hoekpunt

Het punt waarin twee hoekbenen beginnen. Een vierhoek heeft 4 hoekpunten

• Hoogtegetal

Een getal dat de hoogte boven of onder een bepaald (basis)niveau aangeeft, zoals de getallen bij de (hoogte)lijnen op een landkaart.

Maar, ook de hoogte van een eenvoudig blokkenbouwsel kan – bijvoorbeeld door kleuters - worden aangegeven met getallen. In het voorbeeld betekent de 3 dat er 3 blokjes op elkaar horen.

1	2	3
	1	2
		1

• Inhoud

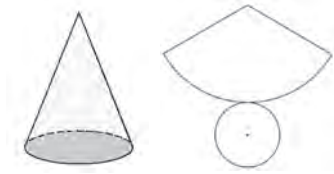
De inhoud is de hoeveelheid ruimte binnen de grenzen van een ruimtelijke figuur. Bij een balk is de formule voor inhoud: $l \times b \times h$. Een ander woord voor inhoud is volume

Het formule voor het volume van een bol = $\frac{4}{3} \times \pi \times \text{straal}^3$



• Kegel

Ruimtelijk figuur met een cirkel als grondvlak en een gebogen vlak uitlopend in een punt. Denk aan de vorm van een feesthoedje.



Een kegel De uitslag van een kegel:

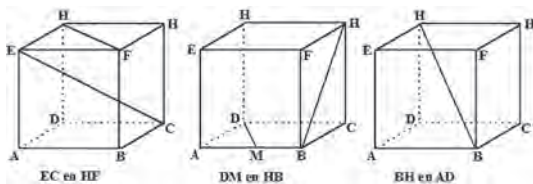
• Kijklijn

Zie viseerlijn.

• Kruisende lijnen

Kruisende lijnen zijn lijnen die niet in één vlak liggen.

Drie voorbeelden van kruisende lijnen:



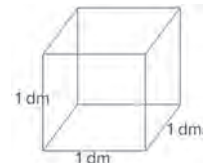
EC en HF kruisen elkaar, net als DM en HB en AD

• Kubisch

Kubusvormig.

• Kubus

Een ruimtelijk figuur met 6 grensvlakken in de vorm van vierkanten. De inhoud (het volume) van deze kubus is 1 dm^3 en dus gelijk aan 1 liter.



• Lijnspiegelen

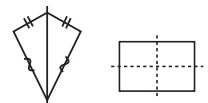
Tekenen alsof de lijn de spiegel is. Driehoek ABC is in lijn L gespiegeld. Het spiegelbeeld heet driehoek A'B'C'.

• Lijn of lijnstuk

1. Een lijnstuk is een verbindingsstuk tussen twee punten waarvan de lengte te meten is, bijvoorbeeld de zijde van een vierkant.
2. Een halve lijn daarentegen is niet te meten. Je ziet een halve lijn vaak bij een losse hoek. De lijn begint dan in het hoekpunt, maar heeft geen eindpunt en is dus niet meetbaar. Je kunt een halve lijn theoretisch oneindig doortrekken.
3. Een lijn, ook wel rechte genoemd, loopt aan beide zijden door, dus de lengte is ook niet te bepalen.

• Lijnsymmetrie

Een figuur is (lijn)symmetrisch als de delen van de “dubbelgevouwen” figuur precies samenvallen, bijvoorbeeld: een vliegervorm met één symmetrieas en een rechthoek met twee symmetrieassen.



• Liniaal

Een instrument om de lengte van een object te meten, bijvoorbeeld van de zijde van een vierkant.

• Lokaliseren

De exacte plaats bepalen, bijvoorbeeld op een plattegrond.

• Loodrecht

Lijnen, halve lijnen of lijnstukken maken onderling een hoek van 90° .



• Middellijn

Het lijnstuk dat door het middelpunt van een cirkel van de ene kant tot de andere van de cirkel loopt, ook wel: diameter of twee in elkaars verlengde liggende stralen.

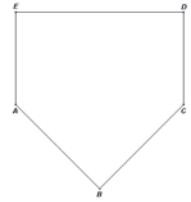


- **Oriënteren**

Het verkennen en in beeld brengen van een (meetkundig) probleem.

- **Omstructureren**

Het verdelen in stukken van een vlak of een ruimtelijk figuur, waardoor de oppervlakte of inhoud van de oorspronkelijke figuur eenvoudiger te berekenen is. Bijvoorbeeld: de vijfhoek ABCDE, die door A met C te verbinden verdeeld wordt in een rechthoek (ACDE) en een driehoek (ABC).



- **Omtrek**

De omtrek van een tweedimensionaal figuur vind je door 'om de figuur heen te meten'. Je loopt als het ware langs de randen van de figuur tot je terug bent bij je startpunt. Omtrek is dus een lengtemaat.

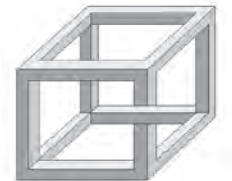
Bij figuren als drie-, vier-, of veelhoeken bepaal je de omtrek door elk van de zijden bij elkaar op te tellen. Bij een cirkel wordt dat al lastiger.

- **Ongelijkvormig**

Ongelijkvormig gebruik je als omschrijving van twee (of meer) figuren die niet gelijk zijn van vorm.

- **Onmogelijke figuren**

Een onmogelijk figuur is een figuur die, getekend of op een andere manier weergegeven in twee dimensies, onmogelijk kan bestaan in drie dimensies. Je spreekt wel over 'gezichtsbedrog', zoals bij deze 'onmogelijke' kubus.



- **Oppervlak**

Gebruik je het woord oppervlak, dan bedoel je de ruimte die een object in het platte vlak (tweedimensionaal) in de omgeving inneemt, oftewel: het scheidingsvlak tussen een lichaam en zijn directe omgeving. In het geval van een zwembad is dat bijvoorbeeld het vlak tussen het water en de lucht erboven.

- **Oppervlakte**

Bij het bepalen van de oppervlakte geef je aan hoe groot een oppervlak is (Zie: Oppervlak). De oppervlakte is dus de maat die je gebruikt om de grootte van een oppervlak in uit te drukken. Berekent bijvoorbeeld hoeveel m_2 of cm_2 er op het oppervlak past.

- **Oriëntatie in de ruimte**

Drie begrippen spelen een rol bij oriëntatie in de ruimte:

1. je eigen positie,
2. de richting waarin je kijkt,
3. de afstand tot andere objecten.

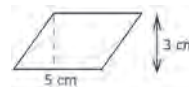
Doordat je twee ogen hebt kun je "diepte" zien. Iets is dichtbij of verder weg.

- **Parallelepipedum**

Een ruimtelijk figuur, waarvan elk van de zes vlakken een parallellogram is.

- **Parallelogram**

Een vierhoek, waarvan de overstaande zijden twee aan twee evenwijdig zijn.



- **Passer**

Een instrument waarmee je nauwkeurig een cirkel kunt tekenen. De punt van de passer dient als middelpunt en de afstand tussen de twee poten dient als straal van de cirkel



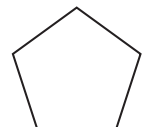
- **Patroon**

Patronen zijn figuren, waarin een zekere herhaling in te ontdekken valt. Van een tekening met een patroon - bijvoorbeeld op behang - kun je het patroon oneindig voortzetten.

- **Pentagoon**

Een pentagoon of vijfhoek is een vlak figuur, bestaande uit 5 zijden en 5 hoeken.

Een regelmatig pentagoon zie je o.a. in de architectuur



- **Perspectief**

Een manier om vlakke figuren of lijnen zo weer te geven dat het lijkt of ze driedimensionaal zijn. Je maakt daarbij gebruik van de waarneming dat wat verder weg ligt kleiner lijkt.

Deze spoorstaven bijvoorbeeld lijken elkaar te snijden in een 'verdwijnpunt' dat op de horizon ligt.



• Piramide

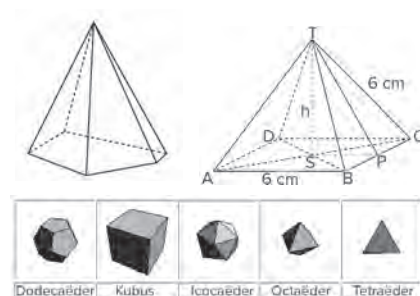
Ruimtelijk (driedimensionaal) figuur waarvan het grondvlak een driehoek, vierhoek of meerhoek kan zijn, waarvan de zijvlakken driehoeken zijn en samenkomen in een punt.

• Platonische lichamen

Ruimtelijke figuren die zijn ontdekt en beschreven door de Griekse wijsgeer Plato.

Het zijn er vijf:

- Dodecaëder: regelmatig 12-vlak.
- Kubus (hexaëder): regelmatig 6 vlak, de bekendste van de vijf Platonische lichamen.
- Icosaëder: regelmatig 20-vlak.
- Octaëder: regelmatig 8-vlak.
- Tetraëder: regelmatig 4-viervlak.



Deze vijf figuren worden samen de regelmatige veelvlakken genoemd. Het zijn allemaal lichamen opgebouwd uit dezelfde zijvlakken. Zoals de Octaëder, waarvan de zijvlakken 8 gelijkzijdige driehoeken zijn. De hoeken van zo'n regelmatig veelvlak zijn even groot. Ze zijn allemaal symmetrisch op een of meer manieren (Bron: <http://www.wisfaq.nl>).

• Plattegrond

Een plattegrond is een tweedimensionale representatie – een tekening of andere afbeelding - van een driedimensionale ruimte. Je ziet plattegronden vaak bij musea of dierentuinen. Ze zijn dan bedoeld om gemakkelijk je weg te kunnen vinden.

• Prisma

Ruimtelijk figuur, waarvan boven- en ondervlak congruent zijn en de verbindingsribben loodrecht staan op die vlakken. De zijvlakken van de prisma zijn rechthoeken.

• Projecteren

Een driedimensionaal figuur tekenen op een vlak.

• Puntspiegelen

Spiegelen van een figuur in een punt, zie de afbeelding. Links wordt rechts, boven wordt onder.

• Puntsymmetrie

Je spreekt van puntsymmetrie als de spiegeling samenvalt met het oorspronkelijke figuur. Puntsymmetrische figuren zijn ook altijd rotatiesymmetrisch, dat wil zeggen dat ze bij draaiing over een bepaalde hoek samenvallen met de oorspronkelijke figuur, zoals altijd bij draaiing over 180° . In het voorbeeld is dat ook het geval bij draaiing over 60° en 120° .

• Rechte hoek

Een rechte hoek is een hoek waarvan de lijnstukken die de hoek vormen (de benen) loodrecht op elkaar staan. Ze maken een hoek van 90° .

• Rechthoek

Een vierhoek met 4 rechte hoeken. De zijden hoeven niet even lang te zijn. Een vierkant is een bijzondere rechthoek.

• Regelmatige lichamen

Zie: Platonische lichamen.

• Representeren

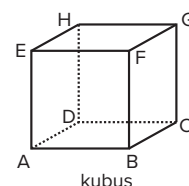
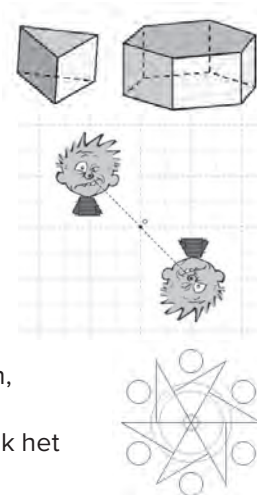
Je kunt de werkelijkheid 'verbeelden' met symbolen of materialen. Hoeveelheden kun je representeren met je vingers (dat doen kleuters al) of met materialen als fiches, blokjes kralen enzovoorts, maar ook met cijfersymbolen.

• Ribbe

Driedimensionale figuren (lichamen) hebben vaak ribben. Dat zijn de grenslijnstukken van twee aangrenzende vlakken. In deze kubus kun je 12 ribben onderscheiden, namelijk: AB, BC en zo nog 10 andere.

• Rotatiesymmetrie

Zie draaisymmetrie.



- **Roteren (draaien)**

Het draaien van een figuur over een bepaalde hoek en om een bepaald punt.

- **Ruimtelijk figuur**

Een ruimtelijk figuur is een driedimensionaal object, vaak 'lichaam' of '3D figuur' genoemd, bijvoorbeeld: de bol, de kubus en de piramide.

- **Ruit**

Een vierhoek met vier even lange zijden. Een vierkant is een bijzondere ruit.

- **Schaal**

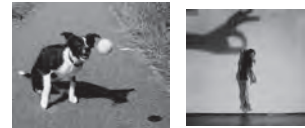
Een bijzondere verhouding, namelijk 1: x of x : 1 waarbij 'x' een getal is.

Let op het verschil:

- 1 : x ; hier is het model een verkleining, bijvoorbeeld: een landkaart.
- x : 1 ; nu is het model een vergroting van de werkelijkheid, bijvoorbeeld: een foto van een bacterie in een biologieboek!

- **Schaduw**

Schaduw ontstaat als er een lichtbron is en een object, dat het licht van die bron tegenhoudt. Er zijn twee soorten schaduw, namelijk die met de zon als lichtbron en die met als lichtbron een lamp. De schaduw bevindt zich altijd aan de andere kant van het object als de lichtbron.



- **Scherpe hoek**

Een hoek die kleiner is dan een rechte hoek, dus kleiner dan 90° .

- **Scherphoekig**

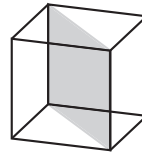
Aanduiding voor een vlak figuur met uitsluitend scherpe hoeken. Een scherphoekige driehoek heeft 3 hoeken die kleiner zijn dan 90° .

- **Snijdende lijnen**

Lijnen die in één vlak liggen en niet evenwijdig zijn.

- **Snijvlak**

Het (scheidings)vlak dat een figuur in twee delen snijdt.

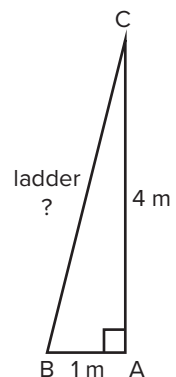


- **Standpunt(bepaling)**

De positie waar jij staat t.o.v. andere objecten in de realiteit of m.b.v. representaties daarvan zoals foto's of plattegronden.

- **Stelling van Pythagoras**

Vernoemd naar de Griekse wiskundige Pythagoras die ontdekte dat je - als je in een rechthoekige driehoek de lengte van 2 zijden weet - je de derde zijde kunt uitrekenen. Hij ontdekte dat 'de som van de kwadraten van de rechthoekszijden gelijk is aan het kwadraat van de lange zijde (de hypotenusa)'. In het voorbeeld is dat dus: $12^2 + 4^2 = 17^2$. De ladder zelf is dus $\sqrt{17}$ lang. Spiegelsymmetrie wil zeggen dat twee helften van een figuur of ruimtelijk object op een bepaalde manier elkaars spiegelbeeld zijn. Een figuur is dus spiegelsymmetrisch als het aan beide kanten gelijk is je de ene helft van de figuur ziet als het spiegelbeeld van de andere helft. Spiegelen kun je doen ten opzichte van een punt, een lijn of een vlak.



- **Stompe hoek**

Een hoek die groter is dan 90° en kleiner dan 180° .

- **Stomphoekig**

Een driehoek met één stompe hoek.

- **Symmetrie**

Zie draaisymmetrie en lijnsymmetrie.

- **Transformatie**

Omvormen door spiegeling, translatie of rotatie.

- **Transformeren**

Een figuur spiegelen, roteren of verschuiven (transleren).

- **Transleren. Een translatie is een verschuiving.**

Je verschuift een figuur in een bepaalde richting over een bepaalde afstand.



• Trapezium

Een vlak figuur, een vierhoek waarvan twee zijden evenwijdig zijn. Dus: ook een parallellogram, een rechthoek, een ruit en een vierkant zijn trapezia. Alleen een vlieger is dat niet.

• Tweedimensionaal (2D)

Een vlak bepaald door zijn omtrek en vaak uitgedrukt in lengte en breedte. Ook wel: een “plat” object.

• Uitslagen

Een uitslag is een tweedimensionale representatie, een soort bouwplaat, van een driedimensionale figuur. Je kunt van elke 3-dimensionale figuur zo'n bouwplaat maken, alleen dan zonder plakrandjes. Je ziet een uitslag van de kubus en van een cilinder.



• Veelhoek.

Een verzamelnaam voor een figuur dat meer dan 4 hoeken heeft.

• Verbinden

Het koppelen van een verklaring aan eerdere en vergelijkbare ervaringen.

• Verbinden (didactisch)

Het aan elkaar koppelen van verklaringen voor meer dan een, al of niet persoonlijke, (meetkundige) ervaring. Onderdeel van de didactische indeling ‘Ervaren – Verklaren – Verbinden’. Zie ook: Ervaren en Verklaren.

• Verbinden (meetkundig)

Twee (of meer) punten kun je onderling verbinden met een lijnstuk. Verbind je drie punten die niet op één lijn liggen met elkaar, dan teken je een driehoek. Verbind je vier punten die niet op een lijn liggen, dan teken je een vierhoek, enzovoorts.

Zie ook: Lijn of lijnstuk.

• Vergroten

Je kunt zowel 2-dimensionale als 3-dimensionale figuren vergroten. Je moet dan wel rekening houden met een vergrotingsfactor. Vermenigvuldig je bij een vlak figuur de lengte en breedte van een rechthoek met 3, dan maak je de oppervlakte $3 \times 3 = 9$ keer zo groot. Als je datzelfde doet met een ruimtelijke figuur, is de vergrotingsfactor $3 \times 3 \times 3 = 27$, oftewel 3^3 . In zijn algemeenheid geldt:

- lengte vergroot je met de factor;
- oppervlakte met de factor in het kwadraat;
- inhoud met de factor tot de 3^e macht.

• Vergrotingsfactor

Een factor – een getal – groter dan 1, waarmee je de maten van een figuur vergroot door ze met die factor te vermenigvuldigen. Vergroot je een figuur met de factor 3, dan worden alle zijden 3x zo lang, de oppervlakte wordt 9x zo groot en de inhoud zelfs 27x zo groot.

• Verklaren (didactisch)

Uitleggen waarom iets gebeurt zoals het gebeurt. De reden achter een gebeurtenis of activiteit bepalen. Onderdeel van de didactische indeling ‘Ervaren – Verklaren – Verbinden’. Zie ook: Ervaren (didactisch) en Verbinden (didactisch).

• Verkleinen

De vergrotingsfactor kan ook kleiner zijn dan 1, feitelijk dus een verkleiningsfactor. Stel: de verkleiningsfactor is $\frac{1}{2}$, dan wordt de lengte van de zijden gehalveerd. De oppervlakte wordt dan dus 4 maal zo klein ($\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$) en de inhoud zelfs 8 maal ($\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$) zo klein.

• Verkleiningsfactor

Een factor – getal – kleiner dan 1, waarmee je de maten van een figuur verkleint door ze met die factor te vermenigvuldigen. Verklein je een figuur met de factor 0,5, dan worden alle zijden 2x zo kort, de oppervlakte 4x zo klein en de inhoud zelfs 8x maal zo klein.

• Verhouding

Een verband in de vorm van een breuk tussen twee getallen. De verhouding 16 : 9 geeft bijvoorbeeld de verhouding tussen lengte en hoogte van een televisiescherm weer.

- **Verhoudingsgewijs**

De verhouding tussen de afmetingen van een figuur komen overeen met die van een andere figuur, mogelijk het origineel, bijvoorbeeld bij verkleinen en vergroten.

Je kunt dat ook toepassen bij de berekening van een prijs van een artikel: Wat is verhoudingsgewijs goedkoper: 400 gram voor € 1,85 of 450 gram voor € 2,-? Je kunt de verhoudingstabel gebruiken om een dergelijke vergelijking op te lossen.

- **Verhoudingstabel**

Een rekenmodel waarmee je een verhoudingsgewijze vergelijking kunt uitrekenen.

Aanbieding A:

Gram	400	50
Prijs in €	1,85	0,23

Aanbieding B:

Gram	450		50
Prijs in €	2,00		0,22

In deze vergelijking is Aanbieding B goedkoper dan Aanbieding A.

- **Verschuiven (transleren)**

Zie transleren.

- **Vierkant**

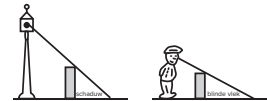
Een vlak figuur, een vierhoek waarvan de zijden even lang zijn en de hoeken even groot, namelijk 90°. Het vierkant is de meest bijzondere vierhoek, namelijk: de enige regelmatige vierhoek met 4 symmetrieassen. Een vierkant is ook rotatiesymmetrisch en puntsymmetrisch.

- **Viseren**

Kijken. Een viseerlijn is ook wel een kijklijn.

- **Viseerlijnen (Kijklijnen)**

Viseren is ergens naar kijken. Een viseerlijn is de lijn die je in gedachten kunt trekken van je oog naar het object waar je naar kijkt. Een ander woord voor viseerlijn is kijklijn.



- **Visualiseren**

Een representatie van de werkelijkheid maken in de vorm van een plaatje, tekening of schets.

- **Vlak figuur**

Twee dimensionaal figuur of tekening, zoals een driehoek en een vierhoek.

- **Vlakke figuur**

Een figuur in het platte vlak - tweedimensionaal - weergegeven, bijvoorbeeld: een driehoek of een regelmatige achthoek.

- **Vlieger**

Een vierhoek, waarvan de diagonalen loodrecht op elkaar staan en één van de twee doormidden gedeeld wordt, dus een ruit en een vierkant zijn bijzondere vliegers.

- **Vooraanzicht**

Zie aanzicht.

- **X-as**

Zie assenstelsel.

- **Y-as**

Zie assenstelsel.

- **Zijaanzicht**

Zie aanzicht.

- **Zijden**

De verbindende lijnstukken tussen opvolgende hoekpunten van een figuur, bijvoorbeeld de zijde AB van driehoek ABC.

- **Zijvlakken**

De grensvlakken van een ruimtelijk figuur. Een kubus bijvoorbeeld heeft 6 grensvlakken.

9. Antwoorden Meetkunde

In dit hoofdstuk zijn de antwoorden op de opgaven over Meetkunde opgenomen. Ze zijn kort en bondig per paragraaf gerangschikt. Dat betekent dat de antwoorden geen uitgebreide uitleg bevatten. De antwoorden op de toets staan op de website www.handigmetgetallen.nl

Hoofdstuk 2

Warming up

Opgave 1:

- In afbeelding 1 zijn de schaduwen gespreid. Dat betekent een lichtbron er vlak achter. Bijvoorbeeld: de lichten van een auto. De schaduwen in afbeelding 2 hebben dezelfde richting. Dus: een lichtbron verder weg, waarschijnlijk de zon.
- De leerling begrijpt de invloed van de zon op schaduwlengthe. Hoe hoger de zon, hoe korter de schaduw. Maar, zonnenschaduwen lopen parallel (afstand van de zon). De schaduwen op afbeelding 1 zijn dus niet van de zon.
- Voorbeeldvragen:
 - Waar staat de zon ongeveer?
 - Wat gebeurt er als de zon ondergaat?
 - Wat gebeurt er als de zon verplaatst?
- Boots de situatie van de afbeeldingen na. Laat zien dat afstand tot en positie van de bron bepalend zijn

Opgave 2:

De maan staat $\pm 400x$ zo dicht bij de aarde als de zon. Hoe verder weg een object staat, hoe kleiner het lijkt.



A = Aarde

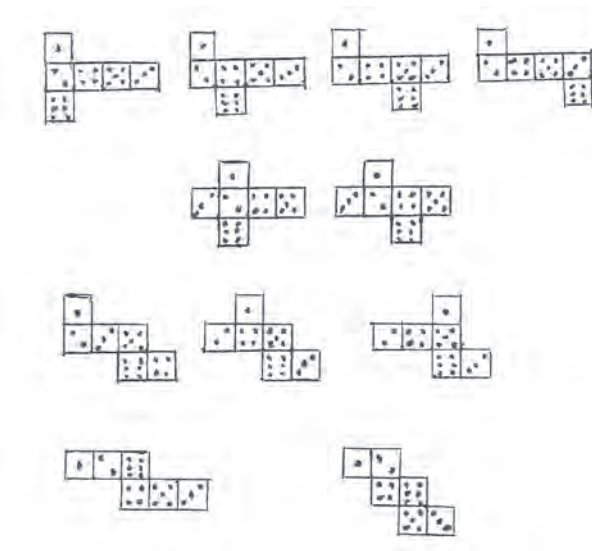
M = Maan Z = Zon

Opgave 3:

De uitslag van een kubus heeft 6 vierkantjes.

Werk systematisch:

- 6 op een rij kan niet
- 5 op een rij kan niet.
- enzovoort.



Opgave 4:



Je kunt i.p.v. 4 cm ook een grotere straal nemen. Dan is het iets eenvoudiger om de kegels te maken. Bij beide kegels is de afstand van de top tot de rand gelijk (4 cm). De hoogte van de cilinders verschilt omdat het grondvlak van één kegel veel groter is dan dat van de andere.

Opgave 5:

De maan staat enorm ver van je vandaan. Je verplaatst je naar verhouding dus nauwelijks.

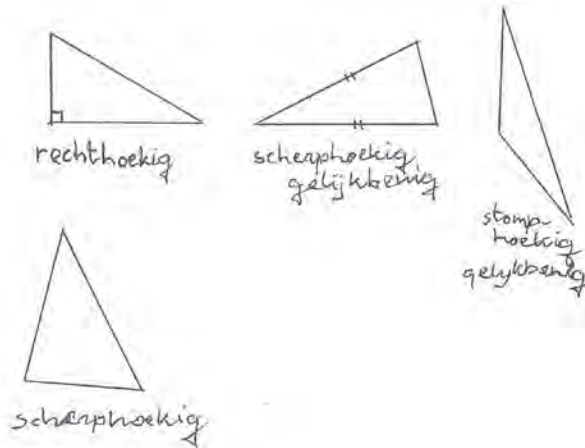
Opgave 6:

Vouw uit een A4 een vierkant. Tweemaal diagonaal doormidden vouwen. Dan nog driemaal tot het midden vouwen. Markeer de vouwlijnen met een potlood. Je kunt die stukken in dit hoofdstuk gebruiken.

Hoofdstuk 3

Hoofdstuk 3.1

Voorbeeld 1, opdracht:



Voorbeeld 2, opdracht:

- Niet waar, rechtshoekig / stomphoekig kan ook
- Niet waar, wel twee even lange zijden
- Waar
- Waar
- Waar

Voorbeeld 3, opdracht:

Hoek C is 65° . Samen zijn de 3 hoeken 180° . Dat is in elke driehoek zo.

Opgave 1:

- Rechthoekig
- Rechthoekig / gelijkbenig
- Scherphoekig / gelijkbenig
- Stomphoekig
- Stomphoekig / gelijkbenig
- Scherphoekig / gelijkbenig
- Scherphoekig

Opgave 2:

Voorbeelden van driehoeken:

- Opgevouwen servetten in een standaard.
- Sommige luxe broodjes.
- Geodriehoek of tekendriehoek.

Opgave 3:

De langste zijde is korter dan de andere twee opgeteld.

Je kunt geen driehoek tekenen met zijden van 7 cm, 2 cm en 3 cm. Probeer het maar!

Opgave 4:

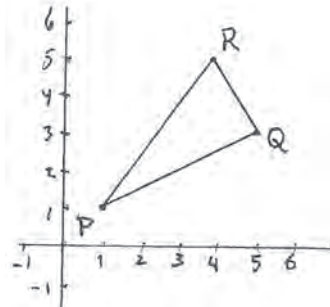
Voorbeeld:

- neem punt A(1,1) en B(6,1) en C(1,6);
- de zijden AB en AC zijn even lang.

Er zijn vele andere mogelijkheden.

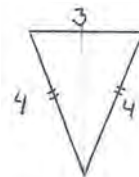
Zolang er maar twee zijden even lang zijn.

Opgave 5:

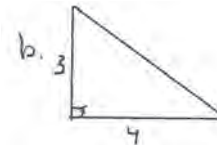


-
- Scherphoekige driehoeken

Opgave 6:



a.



b.



c.

- Een stomphoekige én gelijkbenige driehoek.

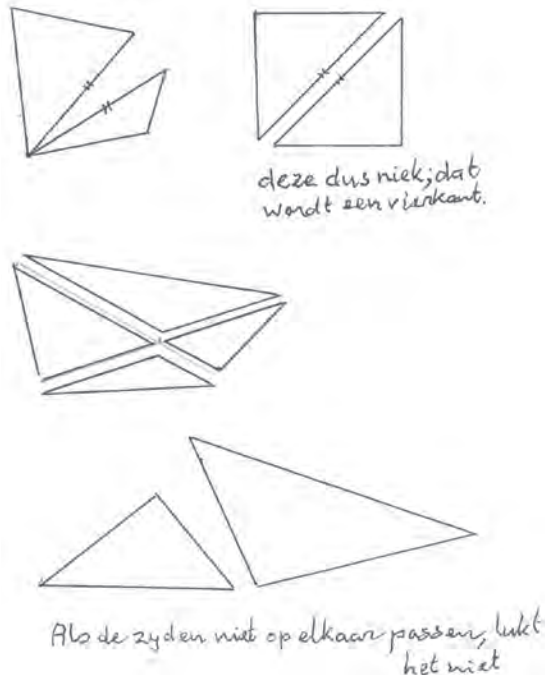
Opgave 7:

Deze opgave kun je het beste met je passer oplossen.

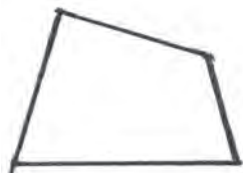
- Pas vanuit punt A(4, 2) de lengte van de gegeven zijde af. Kijk welke punten in aanmerking komen als hoekpunt, bijvoorbeeld: (1, 2); (2, 4). Het 3^e hoekpunt is (2, 4).
- Vanuit punt B(2, -3) kies je als 3^e punt (3, 5); (-0, 3). Het 2^e punt is (5, -3).
- Vanuit punt C kun je (0, -1) kiezen, maar er zijn veel meer mogelijkheden zolang er een stompe hoek ontstaat. De andere punt is (-4, -1).
- Vanuit punt D kun je het beste kiezen voor (0, 3). Het 3^e punt is (-4, 1).

Hoofdstuk 3.2

Voorbeeld 2, opdracht:

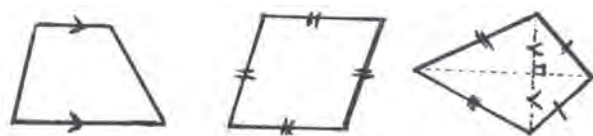


Voorbeeld 3, Opdracht 1:



Willekeurige vierhoek

Voorbeeld 3, Opdracht 2:



Trapezium

Ruit

Vlieger

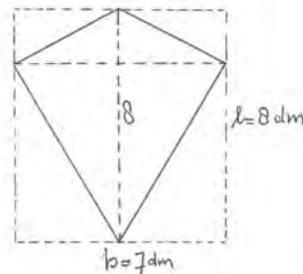
Opgave 1:

- Gelijkbenig trapezium, rechthoek en vierkant, want de diagonalen zijn even lang.
- Ruit en vierkant, want de diagonalen delen de hoeken middendoor.
- Vierkant, want de eisen van zowel a als b gelden.

Opgave 2:

- A: rechthoek
B: parallellogram
C: vierkant
D: ruit
E: gelijkbenig trapezium
F: Parallellogram
- C en D zijn ruiten.
- A, B en F zijn parallellogrammen.
Een rechthoek is een bijzonder parallellogram!

Opgave 3:



De oppervlakte van de vlieger is de helft van de oppervlakte van de omvattende rechthoek.

Dus: $l \times b = 8 \text{ dm} \times \dots = 2 \times 28 \text{ dm}^2$.

Dus $b = 56 : 8 = 7 \text{ dm}$.

Opgave 4:

- Na 2x vouwen: 5 cm bij 5 cm.
Na 4x vouwen: 2,5 cm bij 2,5 cm.
- 16 vierkantjes (4 op een rij x 4 rijen)
- 64 vierkantjes (4 x 16)

Hoofdstuk 3.4

Voorbeeld 1, opdracht 1:

- | | |
|--|-------------------------------|
| a. afgeknotte piramide | f. zeshoekig prisma |
| b. vier balken | g. drie cilinders |
| c. afgeknotte piramide | h. bol in afgeknotte piramide |
| d. viervlak (als vlakken even groot zijn: regelmatig viervlak) | i. kubus |
| e. driehoekig prisma | j. halve bol |
| | k. (zeshoekig) prisma |
| | l. afgeknotte cilinder |
| | m. kubus, bol en stokjes. |

Voorbeeld 1, opdracht 2:

Antwoord is afhankelijk van de verpakkingen.

Voorbeeld 1, opdracht 3:

- Cilindervorm
- Balk (een beetje)
- Prisma met de punt als een piramide
Of: een cilinder met als puntje een kegel
- Balk
- Cilinder (recht op elkaar)

Bekende ruimtelijke figuren

- Kubus:
6 - een vierkant - 12 - 4 - 4 - 4 - 8 - vierkanten
- Balk:
6 - rechthoek - 12 - 8 - rechthoeken (soms vierkanten)
- Parallelepipedum:
Parallellogram
- Piramide:
driehoeken - grondvlak
- Cilinder:
cirkel - cirkel
- Kegel:
cirkel - grondvlak - de cirkel
- Prisma:
Veelhoek

Opgave 1:

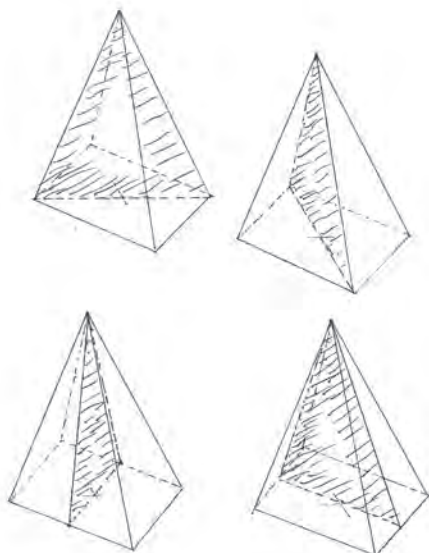
Dat klopt: de vlakken vormen met deksel en bodem een balk.

Opgave 2:

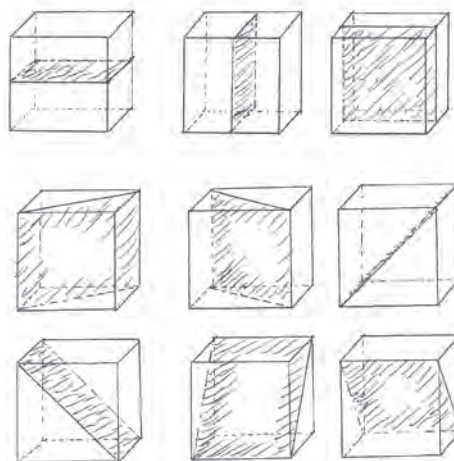
Ja, dat kan, de figuur heeft 4 vlakken.
De figuur heet meestal een viervlak.
Of: piramide met driehoekig grondvlak.

Opgave 3:

- Ja, zo'n piramide is symmetrisch (heeft 4 symmetrievlakken).
- Zie tekening.

**Opgave 4:**

- Een kubus heeft 9 symmetrievlakken, 6 diagonaal, 3 recht:



- Alle vlakken door het middelpunt snijden de bol in twee helften.
- Alle vlakken door de top en het middelpunt van de grondcirkel. Dat zijn er oneindig veel.
- Dat kan, maar dan moet het grondvlak zelf symmetrisch zijn.
- Nee, er is geen symmetrievlak waarmee delen exact op elkaar vallen.

Opgave 5:

Naam veelvlak	Aantal vlakken (V)	Aantal ribben (R)	Aantal hoekpunten (H)
tetraëder	4	6	4
hexaëder	6	12	8
octaëder	8	12	6
dodecaëder	12	30	20
icosaëder	20	30	12

Hoofdstuk 4**Hoofdstuk 4.1****Voorbeeld 1, opdracht 1:**

Bij een noodstop met blokkerende remmen glijden de wielen door. Bij een sliding glijden de voeten door.

Beide glijden in een bepaalde richting en over een bepaalde afstand.

Voorbeeld 1, opdracht 2:

Ze draaien alle vijf rond een bepaald punt.
De draaihoeken zijn verschillend.
Sommige gaan meer malen rond.

Voorbeeld 1, opdracht 3:

Ze lijken elkaars spiegelbeeld.
Bij het bergmeer is dat ook echt zo.

Voorbeeld 1, opdracht 4:

In allebei zie je jezelf ondersteboven.

Voorbeeld 3:

Het punt waar de figuren samenkomen.
Er zijn veel meer van dergelijke punten.

Opgave 1:

- Je ziet een euromunt met de spiegel op het midden van de munt.
- Je ziet twee munten als je de spiegel tegen de munt aanhoudt.
- Je ziet drie munten zie je als je de twee spiegels gebruikt.

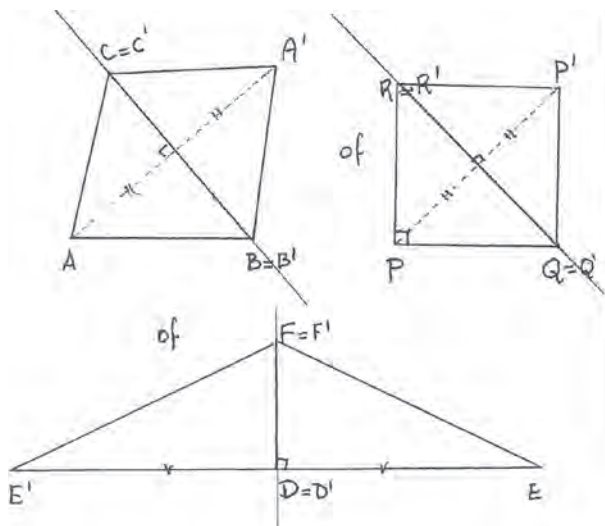
Als je de spiegels naar elkaar toedraait zie je nog veel meer munten.

Opgave 2:

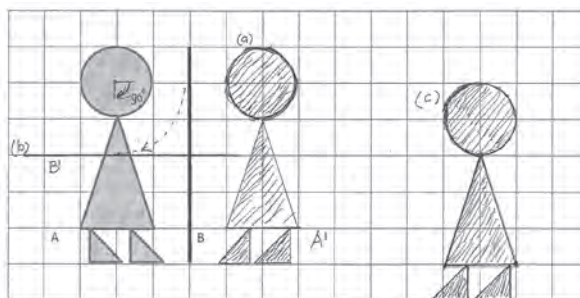
Experimenteer met de spiegels.

Opgave 3:

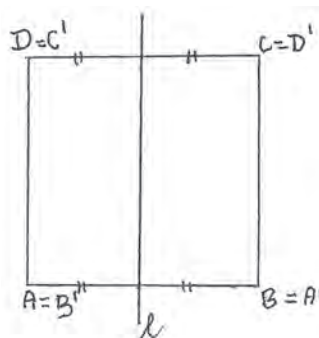
a.



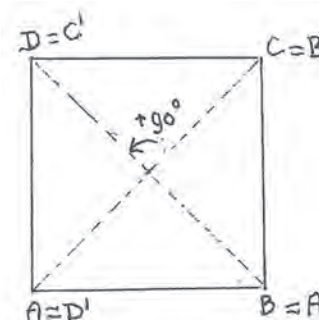
b. Vlieger, vierkant of driehoek

Opgave 4:**Voorbeeld 6, opdracht 1:**

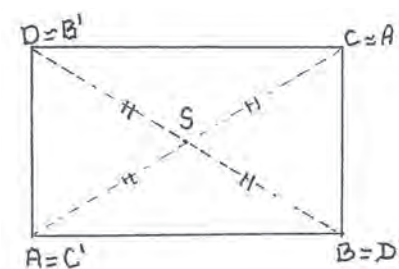
a.



b.



c.



Opgave 5:

- a. gelijkbenige driehoek: 1 symmetrieas
gelijkzijdige driehoek: 3 symmetrieassen
en puntsymmetrisch / rotatiesymmetrisch
rechthoek: 2 symmetrieassen, punt- en
rotatiesymmetrisch
vlieger: 1 symmetrieas
ruit: twee symmetrieassen, punt- en
rotatiesymmetrisch
parallellogram: punt- en rotatiesymmetrisch
- b. Dat heeft precies hetzelfde effect op de figuur.

Opgave 6:

- a. Lijnsymmetrisch: 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 14, 15, 16
b. Puntsymmetrisch: 1, 3, 6, 7, 9, 11, 12, 14, 15, 16
c. Rotatiesymmetrisch: 1, 3, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16
d.
- 2 en 4: 1 verticale symmetrieas
 - 5 en 10: symmetrieas van rechtsboven naar linksonder
 - 6 en 8: 3 symmetrieassen, 1 verticaal en 2 (min of meer) diagonaal
 - 7: 9 symmetrieassen (telkens door twee overstaande hoekpunten)
 - 14 en 15: 4 symmetrieassen, 1 verticaal, 1 horizontaal en 2 diagonaal
 - 16: oneindig veel, namelijk alle lijnen door het middelpunt van de cirkels
- e. Logo 7 (-20° of $+20^\circ$)

Opgave 7:

- a. Ja, draai – of rotatiesymmetrisch over hoek van $+90$ graden of -90 graden.
b. Ja, met 4 symmetrieassen: tweemaal over de diagonalen en tweemaal door de middens van de zijden.
c. Puntsymmetrisch in het middelpunt van de figuur.
d. Je moet het in een zeshoek vouwen.

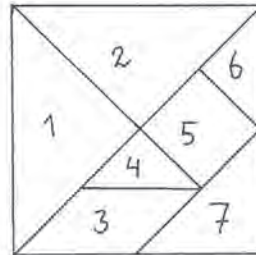
Opgave 8:

- Rotatiesymmetrie (kleinste hoek: over 60 graden).
- Puntsymmetrie.

Hoofdstuk 4.2

Opgave 1:

Nummer de puzzelfiguren:



De totale oppervlakte is 64 cm^2 ($8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$).

Bij de deeloppervlakte is cm^2 niet vermeld.

- Stuk 1 = 2 : 16 ($64 : 4$).
- Stuk 7 : 8 (rechthoekige driehoek met zijde 4).
- Stuk 3 : $4 \times 2 = 8$ (parallellogram: zijde $\times$ hoogte).
- Over: $64 - (16 + 16 + 8 + 8) = 16$.
- Te verdelen over stukken 4, 5 en 6.
- Stuk 4 = stuk 6.
- Stuk 4 + stuk 6 = stuk 5.
- Stuk 4 : 4; stuk 6 : 4; stuk 5 : 8.

Opgave 2:

- Manier 1:

Elk van de puzzels is gemaakt van alle 7 stukken.

De totale oppervlakte is dus steeds 64 cm^2 .

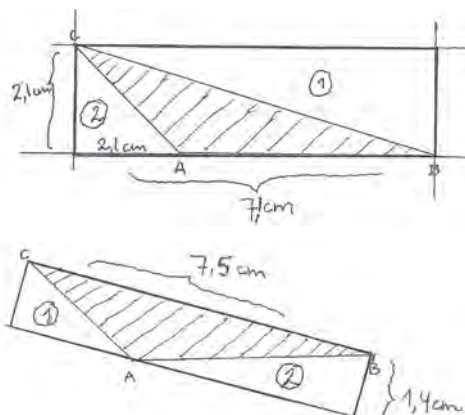
- Manier 2:

Bekijk van welke stukken de figuren zijn gemaakt.

Tel de oppervlakte van de losse stukken bij elkaar.

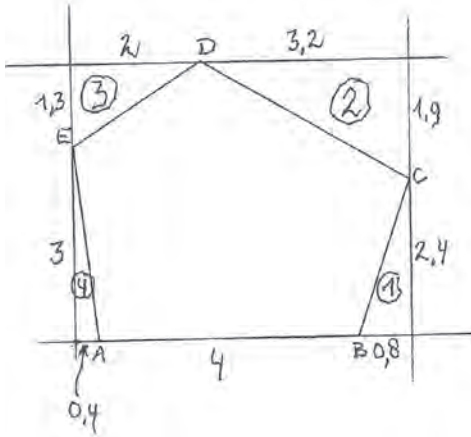
Opgave 3:

- a. Tekening



- b. Oppervlakte driehoek ABC =
 $7,1 \times 2,1 - \text{opp}(1) - \text{opp}(2) =$
 $14,91 - 0,5 \times 14,91 - 0,5 \times 2,1 \times 2,1 =$
 $14,91 - 7,455 - 2,205 = 5,25 \text{ cm}^2.$
Of: $0,5 \times 1,4 \times 7,5 = 5,25 \text{ cm}^2$

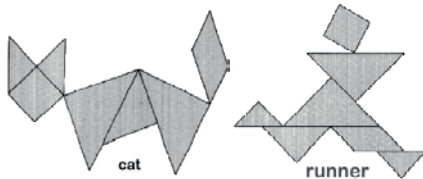
Opgave 4:



Oppervlakte van de omlijsting: $5,2 \times 4,3 = 22,36$.
Stukken 1 t/m 4 (halve rechthoeken): $0,5 \times l \times b$.
Opp. ABCDE is dus: $22,36 - 5,9 = 16,46$.

Opgave 5:

a. Zie de tekening.



b. De figuren bestaan uit alle 7 stukken: 64 cm^2 .

Opgave 4:

- Cirkels en lijnen.
- Rotaties en spiegelingen.

Opgave 5:

Afhankelijk van je tekening.

Hoofdstuk 5

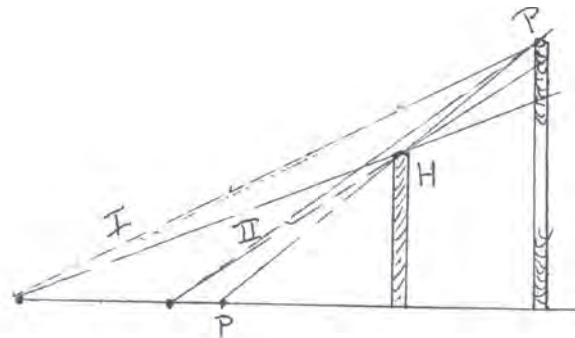
Hoofdstuk 5.1

Opgave 1:

Boven aanzicht



Opgave 2:

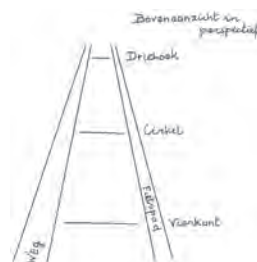


Bij I zie je het grootste deel van de toren (zie kijklijnen).

Bij II zie je alleen de top van de toren nog.

Vanaf punt P is de toren verdwenen achter de huizen (H)

Opgave 3:



Hoofdstuk 4.3

Voorbeeld 1, opdracht 1:

Het is hetzelfde als wanneer je tegenover iemand anders staat. Links en rechts wisselen, boven en onder niet.

Voorbeeld 1, opdracht 2:

Je draait de spiegels steeds meer naar elkaar toe.

Voorbeeld 1, opdracht 3:

De spiegel staat midden tussen jou en je spiegelbeeld in.

Opgave 1:

Afhankelijk van het patroon dat je getekend hebt.

Opgave 2:

- Grondfiguur: parallellogram.
- Horizontale en verticale translatie.

Opgave 3:

Afhankelijk van de patronen en grondvormen

Opgave 4:

Antwoord B is correct.

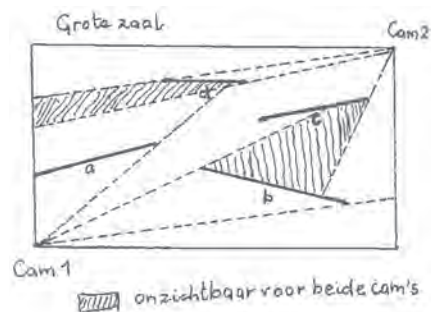
Als ze alle drie ver weg zijn, is hun onderlinge hoogte steeds minder verschillend.

Opgave 5:

- | | |
|-----------|-----------|
| a. Foto 1 | e. Foto 4 |
| b. Foto 6 | f. Foto 7 |
| c. Foto 3 | g. Foto 2 |
| d. Foto 5 | h. Foto 8 |

Opgave 6:

- a. en
b. Nee, je ziet namelijk de grijs gearceerde delen niet.



- c. Camera 1 naar rechts verplaatsen en in het verlengde van b hangen. Camera 2 in het verlengde van c hangen.

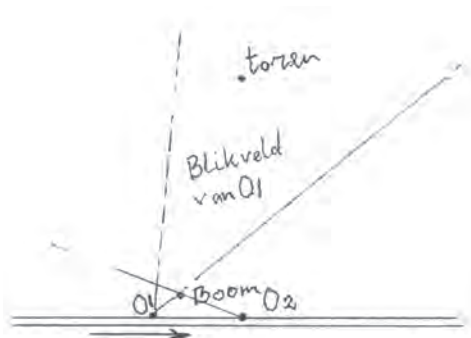
Opgave 7:

Dat kan zeker.

Hoe groter de afstand tot de camera, hoe kleiner de potten lijken.

Opgave 8:

- a. Wat verder weg is, blijft langer in je blikveld. Wat dichterbij is, verdwijnt sneller uit het zicht.



- b. Op positie O₁ zie je de boot "voorbij vliegen" en de toren in de verte. Op positie O₂ zie je de boot niet meer, maar de toren wel.

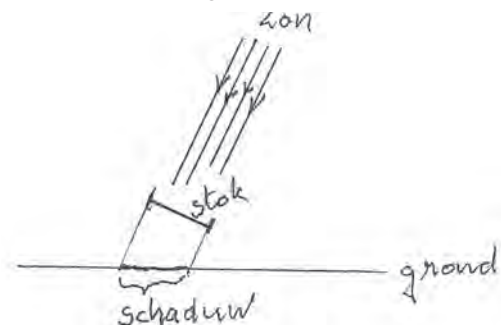
Hoofdstuk 5.2

Opgave 9:

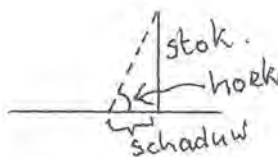
- a. Het licht verplaatst zich naar rechts, dan verplaatst de schaduw zich naar links.
b. De schaduwen zijn: vierkant, rechthoek, ruit, parallellogram, lijn.
c. Door de cd te draaien in de richting van de lamp.
d. Door je hand heel dicht bij de zaklamp te houden.
e. Door de kromming in de richting van de lamp te houden of juist ervan af. Het kan dus op twee manieren.

Opgave 10:

- a. Het kan allebei. Het hangt ervan af hoe je het karton houdt en waar de schaduw op valt.
b. Zo lang mogelijk: houd de stok loodrecht op de zonnestralen. Zo kort mogelijk: houd de stok in het verlengde van de zonnestralen.



- c. Houdt het karton loodrecht op de zonnestralen. De sinaasappel houdt je tussen het karton en de zon.
d. Zet de stok verticaal op de grond: de hoek van de zonnestralen wordt gevormd door de grond en de (denkbeeldige) lijn van de punt van de schaduw tot de punt van de stok.



- e. Als je springt, ben je (even) los van je schaduw.
f. Kort: sta met je lichaam in de richting van de zonnestralen (net als de stok). Lang: sta met je lichaam loodrecht op de zonnestralen.
g. Pal onder je, maar dat komt in Nederland niet voor. Het gebeurt alleen in de tropen.

Opgave 11:

Verbind het uiteinde van de schaduwen met de bovenkant van de paaltjes.

Waar deze lijnen elkaar snijden bevindt zich het lichtpunt.

Opgave 12:

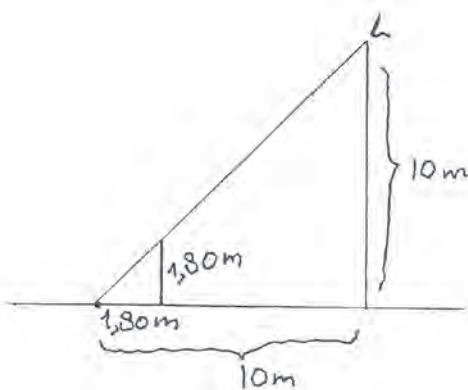
De schaduwen van beide paaltjes zijn even lang.

De zonnestralen zijn immers evenwijdig.

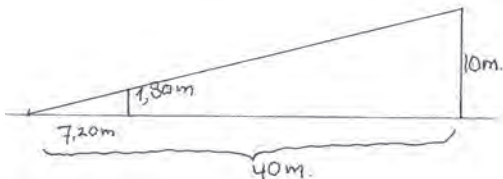
Hoe hoger de zon, hoe korter de schaduwen.

Opgave 13:

- a. Ik sta op (10 m – 'mijn lengte') van de paal: ong. 8,20 m.



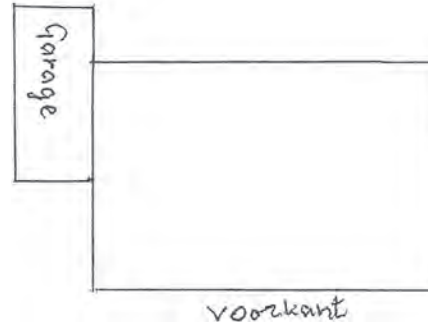
- b. Ik sta op $40\text{ m} - 7,20\text{ m} = 32,80\text{ m}$ van de lantaarnpaal.

**Opgave 14:**

- a. Op elke hoek van het voetbalveld staan felle lampen.
- b. Ja, als de voetballer even ver af staat van de vier lampen: op de middencirkel.
- c. Hoe dicht bij een mast hoe korter de schaduw aan de andere kant van de voetballer.
Hoe verder weg, hoe langer de schaduw.

Hoofdstuk 5.3**Opgave 15:**

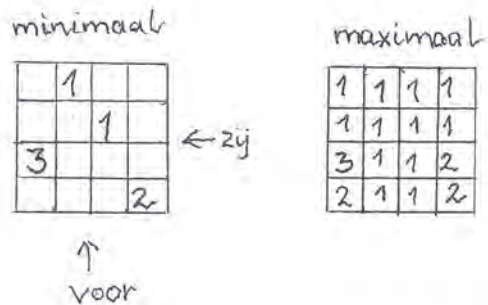
- a. Voor het bovenaanzicht kun je de afmetingen van de tekening gebruiken.



- b. 1 cm is in werkelijkheid 250.
Voor- en achterkant: 11,25 meter
Zijkant: 7,5 meter.
Hoogte: 8 m.

Opgave 16:

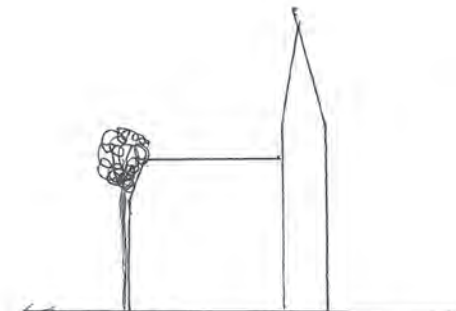
- a. Minimaal 7 blokken.
- b. Vergelijk je tekening met de plattegrond bij c.
- c.



Maximaal 21 blokjes.

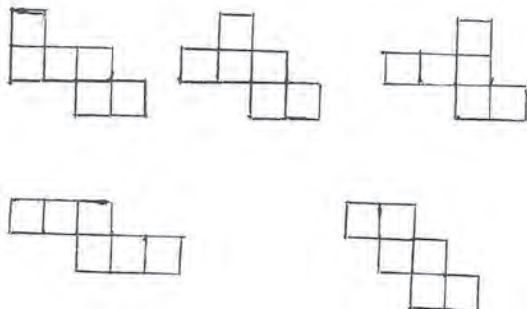
Opgave 17:

- a. Hij bevindt zich op punt B.
- b.

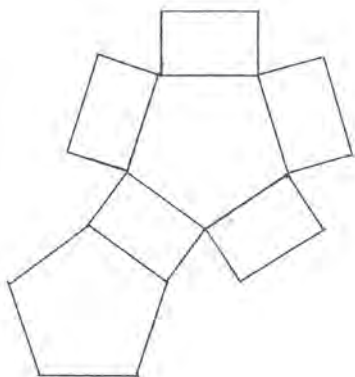


Hoofdstuk 5.4

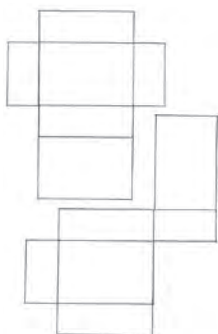
Opgave 18:



Opgave 19:

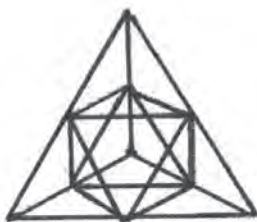


Opgave 20:



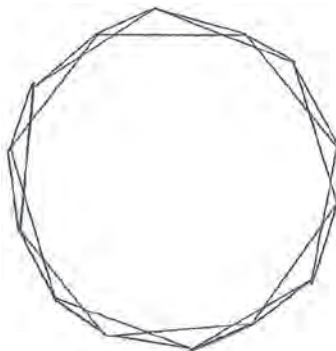
Opgave 21:

- 10 kogels, 24 staven.
-



- 10 kogels en 33 staven, dus heb je in totaal 20 bollen en 57 staven.

- 14 bollen en 28 staven.
- Een regelmatige zevenhoek.
- Twee regelmatige zevenhoeken die samen een regelmatige figuur vormen verbonden met lijnstukken.



- 21 bollen en 49 staven er komt een regelmatige 7-hoek bovenop.

Opgave 22:

Kubus A en kubus D.

Opgave 23:

- Uitslag A.
- Uitslag D.

Hoofdstuk 6

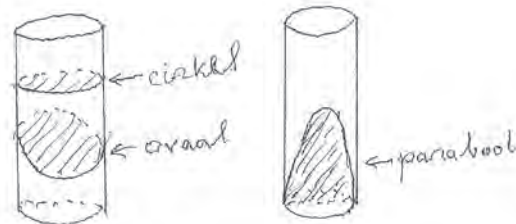
Hoofdstuk 6.1

Opgave 1:

Vormen b, c, e, f, h en i

Opgave 2:

Een cirkel, een ovaal (ellips) of een parabool.

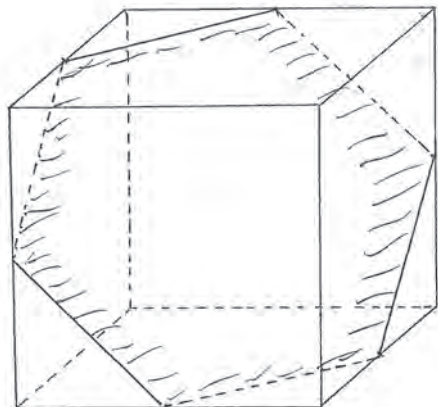


Opgave 3:

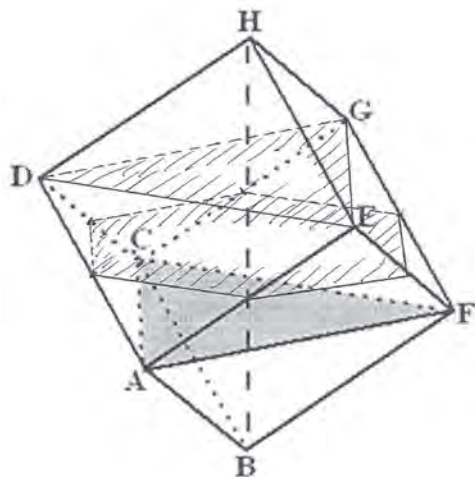
- Een vierkant (doorsnede evenwijdig aan het grondvlak).
- Een gelijkbenig trapezium.
- Een gelijkbenige driehoek.
- Een gewone vierhoek.

Opgave 4:

De twee delen van de kubus zijn even groot.

**Opgave 5:**

- Door de punten D, G en E.
- Een zeshoek.
- Voor de volledigheid, alle drie de woonlagen:

**Opgave 7:**

- bol, balk en piramide.
- Bol: gebogen grensvlak
 - Balk: vierkanten en rechthoeken.
 - Piramide: driehoeken en vierkant

Opgave 8:

- Cilinders.
- Prisma's.

Opgave 9:

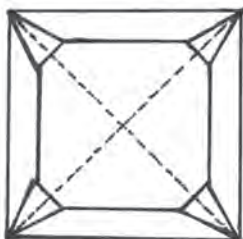
- gebouw A:
 - Vooraan: een halve cilinder met een halve kegel.
 - Toren: een balk met een kleine afgeknotte piramide;
 Daar bovenop een achzijdige piramide.
- Gebouw B:
 - Balk aan de onderzijde schuin afgesneden.
- Gebouw C:
 - Balk waar een piramide van is afgesneden.

Hoofdstuk 7 Eindtoets

De antwoorden op de eindtoets staan op www.handigmetgetallen.nl

Hoofdstuk 6.2**Opgave 6:**

- 4 symmetrievlakken.
- 4 grote en 4 kleine gelijkbenige driehoeken.
4 gelijkbenige trapezia.
1 achthoek.
-



Geraadpleegde literatuur

Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008). *Over de drempels met taal en rekenen. Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen*. Enschede: SLO.

Freudenthal, H. (1984). *Appels en peren/wiskunde en psychologie*. Apeldoorn: Van Walraven.

Groenestijn, M. van e.a. (2011). *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie*. Assen: Van Gorcum.

TAL-team. (2005). *Breuken, procenten, kommagetallen en verhoudingen*. Groningen: Noordhoff.

Treffers A., Streefland L., De Moor E. (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, Deel 2, Basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijsen.

Treffers A., Streefland L., De Moor E. (1994). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, Deel 3A, Breuken*. Tilburg: Zwijsen.

Treffers A., Streefland L., De Moor E. (1996). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, Deel 3B, Kommagetallen*. Tilburg: Zwijsen.

Zanten, M. van e.a. (2009). *Kennisbasis Rekenen-Wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs*. Utrecht: ELWIeR/Panama.

Over de auteur

Ruud Houweling heeft na de HAVO wiskunde gestudeerd aan de Rijksuniversiteit te Leiden. Al tijdens zijn studie is hij als wiskundeleraar aan de slag gegaan op de GSR te Rotterdam. Na 30 jaar “verkaste” hij naar de VIAA Pabo (voorheen de Gereformeerde Hogeschool) te Zwolle om studenten op te leiden tot professionele gecijferdheid.

