

Handig met getallen 4

Rekenboek gecijferdheid voor de pabo

Meetkunde - 5. Viseren en projecteren



Als je dichterbij komt, zie je steeds minder van de Peperbus (Zwolle). Hoe kan dat?

Auteur: Ruud Houweling

ISBN: 978 94 90681 197

Voldoet aan de Kennisbasis Wiskunde 2018 en bereidt voor op de LKT Wiskunde



Handig met getallen 4 (HMG4)

Domein 4: Meetkunde - 5. Viseren en projecteren

HMG4 voldoet aan de Kennisbasis wiskunde en bereidt voor op de LKT Wiskunde

Auteur: Ruud Houweling
Adviezen: Suzanna Hoeksma

Redactie: Uitgeverij Cantal

Vormgeving: Studio Van Elten, 's-Hertogenbosch

Drukwerk: Weprint4all, 's-Hertogenbosch

© 2021 Uitgeverij Cantal, Rosmalen
ISBN 978 94 90681 197
1^e druk, 1^e oplage (2021)

Bij deze uitgave hoort een website
met o.a. de antwoorden op de toetsen:
www.handigmetgetallen.nl

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvuldigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, digitale media of op welke andere wijze dan ook zonder voorafgaande en uitdrukkelijke schriftelijke toestemming daartoe door de uitgever.

De uitgever heeft met betrekking tot overnames getracht alle eventuele rechthebbenden te achterhalen. Mocht iemand zich desondanks benadeeld voelen, dan verzoekt de uitgever hem of haar contact met de uitgever op te nemen en alsnog tot een passende regeling te komen.

Inhoudsopgave

Woord vooraf

Inleiding	1
1. Meetkunde	3
1.1 Meetkunde op de basisschool	5
1.2 Vijf deelgebieden van meetkunde	9
1.3 Fasering van meetkundige kennis en ontwikkeling	14
2. Warming up	17
3. Oriëntatie in de ruimte - Construeren	19
3.1 Driehoeken	19
3.1.1 Soorten driehoeken	20
3.1.2 Tekenen en construeren van driehoeken	22
3.1.3 Het gebruik van coördinaten	23
3.2 Vierhoeken	27
3.2.1 Soorten vierhoeken	27
3.2.2 Tekenen en construeren van vierhoeken	28
3.3 Veelhoeken en cirkels in de tweedimensionale ruimte	34
3.4 Ruimtelijke figuren	35
3.4.1 Soorten ruimtelijke figuren	37
3.4.2 Platonische lichamen	39
4. Transformeren	41
4.1 Transformatie en symmetrie	41
4.1.1 Transformatie w.o. spiegelen	41
4.1.2 Symmetrie	44
4.2 Omstructureren	47
4.3 Spiegelingen, structuren en patronen	49
4.3.1 Spiegelen	49
4.3.2 Structuren en patronen	50
5. Viseren en projecteren	53
5.1 Kijklijnen	53
5.2 Lichtbron en schaduw	57
5.3 Aanzichten	60
5.4 Uitslagen	62
6. Visualiseren	65
6.1 De combinatie van 2D en 3D figuren	65
6.2 Vlakke figuren in ruimtelijke figuren	67
6.2.1 Herkennen van vlakke figuren in ruimtelijke figuren	67
6.2.2 Omstructureren van ruimtelijke figuren	68
6.3 Onmogelijke ruimtelijke figuren	69
7. Eindtoets	71
8. Kernbegrippen Kennisbasis Meetkunde	75
9. Antwoorden Meetkunde	85

5. Viseren en projecteren

Viseren - van 'visueel' - betekent letterlijk: 'ergens naar kijken'. Projecteren doe je als je een beeld of figuur op een ondergrond afbeeldt.

5.1 Kijklijnen

Voorbeeld 1 Zie je wat je ziet?

In Reykjavik (IJsland) staat een bijzondere kerk. Hij staat niet midden tussen bebouwing, dus je kunt er omheen lopen. In de buurt van die kerk staat een bijzonder kunstwerk.

Als je op een bepaalde manier door dat kunstwerk kijkt, vallen de contouren van de kerk precies binnen de vorm van het kunstwerk.

Opdracht:

Vergelijk de beide foto's en bedenk waar het kunstwerk ten opzichte van de kerk ongeveer staat. Ga vervolgens na op welke manier je ziet wat je kunt zien. Maak een duidelijke tekening. Stel jezelf daarbij twee vragen:

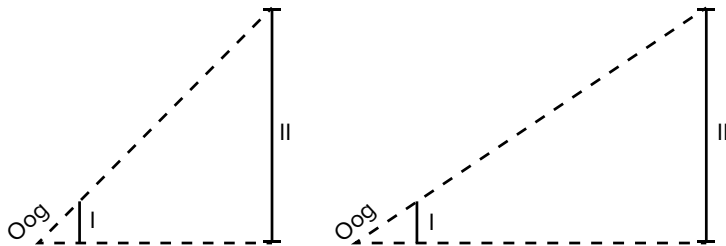
- Hoe ver staat het kunstwerk van de kerk?
- Hoe groot is het kunstwerk?

Wat moet je weten om deze vragen te kunnen beantwoorden?

Oplossing:

Je kunt deze vragen niet zomaar beantwoorden. Je hebt daar onvoldoende informatie voor.

Het kunstwerk kan elk formaat hebben en op elke afstand tot de kerk staan. De essentie is de gelijkvormigheid van de kerk en het kunstwerk. Daardoor vallen bij de juiste afstand de contouren van de kerk precies binnen het kunstwerk.

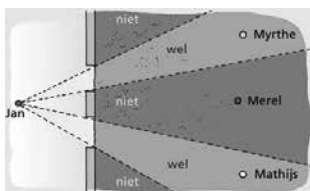


I= kunstwerk

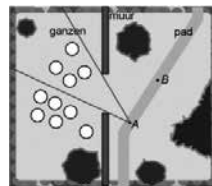
II= Kerk

Toelichting:

Bij het antwoord op de vragen over de kerk in Reykjavik spelen kijklijnen (viseerlijnen) een belangrijke rol. Op de basisschool maken de leerlingen al kennis met kijklijnen. Dat zie je bijvoorbeeld op deze twee tekeningen van bovenaanzichten.



Ziet Jan Myrthe? En Merel?



Wie ziet meer ganzen, Arend (A) of Bea (B)?

In een bovenaanzicht kun je eenvoudig zien wat de kinderen wel of niet zien. In het platte vlak kun je volstaan met het tekenen van een rechte lijn. Als deze ononderbroken doorgaat, kun je direct van het ene punt naar het andere kijken, en andersom.

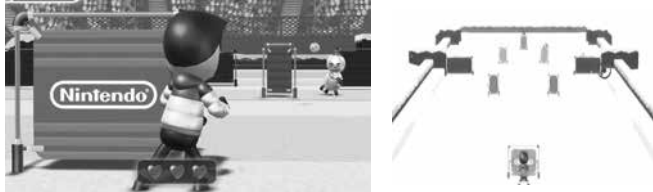
Bij een ruimtelijke voorstelling is het eigenlijk net zo. Dat is alleen wat lastiger voor te stellen omdat je van een driedimensionale voorstelling een tweedimensionale representatie moet maken.

Het begrip “kijklijn” kun je letterlijk nemen: een rechte lijn waarlangs je naar het object kijkt. Het is een denkbeeldige rechte lijn vanaf je oog naar een voorwerp, een al of niet onderbroken lijn. Die lijn kun je dus ook tekenen. Omdat je niet om een hoekje kunt kijken, behalve met behulp van een spiegel zoals bij een gevaarlijke uitrit, is een kijklijn recht.

Je oefent met kijklijnen in opgaven 1 tot en met 8.

► Opgave 1 Sneeuwbalgevecht

Op de Wii kun je het spel ‘Snowball Fight’ spelen.



Ontwerp op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm een bovenaanzicht van het speelveld en teken de kijklijnen.

► Opgave 2 De Peperbus in Zwolle

Je rijdt Zwolle binnen en ziet recht voor je de Peperbus, de bekendste kerktoren van Zwolle. Hij steekt een heel stuk boven de huizen uit. Je rijdt er recht op af en ziet de Peperbus verdwijnen. Verklaar die verdwijning. Gebruik daarbij ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.



► Opgave 3 Het kunstwerk op de Ketelmeerdijk (Dronten)

Deze drie kunstwerken staan achter elkaar geplaatst op de Ketelmeerdijk. Ga je op een bepaalde plek staan, dan zie je een driehoek in een cirkel en die beide binnen een vierkant. Toch zijn de driehoek, de cirkel en het vierkant even hoog, namelijk drie meter. Verklaar waarom je de drie figuren op deze manier ziet. Maak een tekening op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

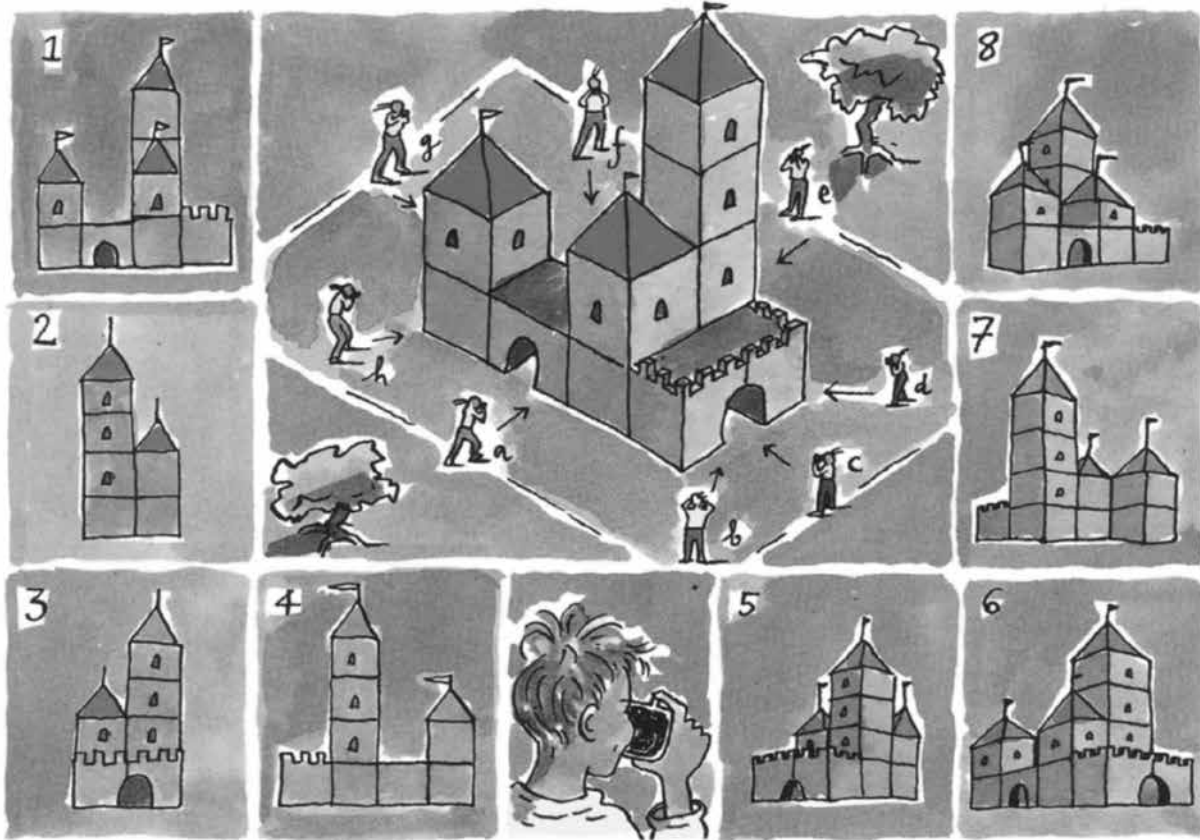


► **Opgave 4** Opnieuw het kunstwerk op de Ketelmeerdijk (Dronten)

Wat gebeurt er met de verhouding tussen de cirkel en het vierkant als je achteruit loopt? Kies uit de drie antwoorden en licht je antwoord toe.

- a. Antwoord A: De cirkel lijkt kleiner in verhouding tot het vierkant.
- b. Antwoord B: De cirkel lijkt groter in verhouding tot het vierkant.
- c. Antwoord C: Er verandert niets aan de verhouding.

► **Opgave 5** Waar neemt Peter de foto's?

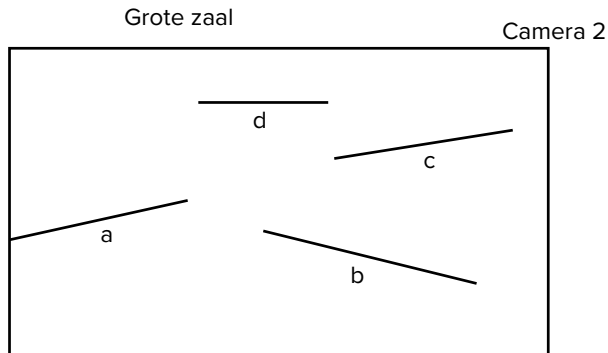


Koppel de nummers van de foto's aan de letters van de posities die Peter inneemt.

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| a. Foto | d. Foto | g. Foto |
| b. Foto | e. Foto | h. Foto |
| c. Foto | f. Foto | |

► **Opgave 6** Bewakingscamera's?

In de grote zaal van museum "De Fundatie" staan 4 panelen (a, b, c en d). Aan beide zijden van die panelen hangen kostbare schilderijen. Er hangen twee bewakingscamera's (C) aan twee tegenover elkaar liggende hoeken.



Camera 1

- Kun je met deze twee camera's de hele zaal in de gaten houden? Licht je antwoord toe.
- Hangen ze op de juiste plaats om de schilderijen te bewaken? Licht je antwoord toe.
- Adviseer jij een andere positie? Teken die in de plattegrond van de zaal. Gebruik daarbij ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

► **Opgave 7** Pindakaaspotten

Op de foto's zie je steeds 3 potten pindakaas. De hoogte van de 3 potten is achtereenvolgens: 9 cm, 10,5 cm en 13,5 cm.



Beredeneer of de pindakaaspotten op deze foto's dezelfde potten kunnen zijn. Noteer je redenering in steekwoorden.

► **Opgave 8** Een treinreis door de velden

Je maakt een treinreis en kijkt uit het raam. Het valt je op dat wat dichtbij staat, zoals seinpalen, overwegen en stations, als het ware voorbij vliegt. Maar, wat verder weg staat, zoals huizen, boerderijen en kerktorens, lijkt veel langer 'mee te reizen'. Dat is natuurlijk gezichtsbedrog, want alleen de trein beweegt zich voort.

- Verklaar dit verschijnsel in je eigen woorden.
- Maak een bovenaanzicht om het toe te lichten. Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

5.2 Lichtbron en schaduw

Een bijzonder soort kijklijn is een lichtstraal, afkomstig van een lichtbron. Een lichtbron die een voorwerp verlicht, veroorzaakt (meestal) een schaduw op een vlak aan de andere kant, bijvoorbeeld een muur of de grond. Denk maar aan je eigen schaduw als je in de zon staat. De schaduw bevindt zich bijna altijd aan andere kant van het verlichte object, dus tegenover de lichtbron. Alleen als het licht uit de bron van richting verandert, bijvoorbeeld door een spiegelend oppervlak, is dat niet het geval.

Voorbeeld 2 Verschillende bronnen

Lichtstralen kun je zien als kijklijnen die vanuit de lichtbron komen. Lichtbronnen kun je onderscheiden in twee soorten: natuurlijke bronnen, zeg maar de zon, en kunstmatige bronnen (lampen). Deze beide soorten hebben een kenmerkend verschil. Dat merk je direct als je overdag in de zon over een voetpad loopt of 's avonds onder brandende lantaarns.

Opdracht:

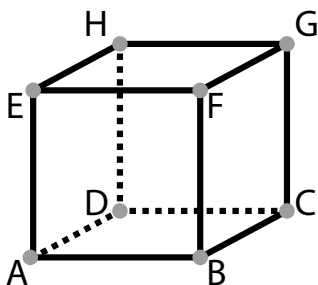
Beschrijf het verschil tussen de beide lichtbronnen.

Antwoord:

Het kenmerkende verschil is dat de schaduw van een lamp verdwijnt als je van de lamp af beweegt. De schaduw van de zon blijft en verdwijnt niet, hoe ver je ook loopt. Tenzij er natuurlijk een wolk voor de zon schuift.

Toelichting:

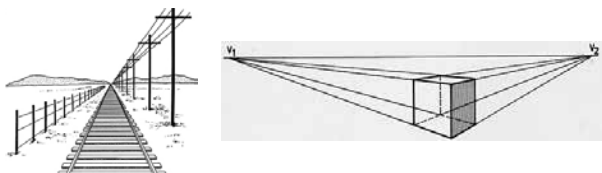
Als de zon de lichtbron is, lijken de stralen op aarde nagenoeg evenwijdig. Dat komt omdat de zon zo ver weg staat (150 miljoen kilometer). De zon projecteert de schaduwen van objecten als het ware op de grond of op de muur of ergens anders op. Je noemt: parallelprojectie. Dat wil dus zeggen: projectie met behulp van parallelle lichtstralen. Lijnen die in het echt evenwijdig lopen, doen dat ook bij de schaduw. Dergelijke projectietechnieken gebruik je bij technische tekeningen, bijvoorbeeld bij een kubus.



Bij een lamp als lichtbron is er geen sprake van parallelle lijnen. Er is één centrale bron en de lichtstralen gaan alle kanten op. Als je 's avonds onder een lantaarnpaal door loopt, zie je dat duidelijk. Je loopt als het ware van 'schaduw naar schaduw'.

Projecties met behulp van een lamp heten centrale projecties. De lichtbron is een centraal punt. Deze vorm van projecteren gebruik je bij het tekenen van perspectief: je gebruikt een horizon en zogenaamde verdwijnpunten.

In de tekening van de spoorlijn is de horizon op ooghoogte en snijden lijnen, die in het echt evenwijdig zijn, elkaar op de horizon. Hoe verder weg, hoe kleiner getekend. De kubus is getekend met twee zogenaamde verdwijnpunten V1 en V2



► **Opgave 9** Experimenteren met een zaklamp

Beantwoord de vragen. Als je tekent, gebruik dan ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

Wil je dit uitproberen, dan heb je een zaklamp nodig en moet het donker zijn.

- Beweegt de zaklamp naar rechts. Waarheen verplaatst de schaduw van het object zich?
- Neem een vierkant vel karton en onderzoek welke vorm de schaduw ervan allemaal kan hebben. Teken de schaduwen, het zijn minstens 5 verschillende vormen.
- Hoe krijg je een ovaal of zelfs een streep als schaduw van een cd? Je mag tekenen.
- Hoe krijg je de schaduw van je hand groter dan je hand zelf? Je mag tekenen.
- Hoe wordt de schaduw van een banaan recht? Je mag tekenen.

► **Opgave 10** Experimenteren met de zonnenschaduw

Als je deze opdracht echt wilt doen heb je nodig:

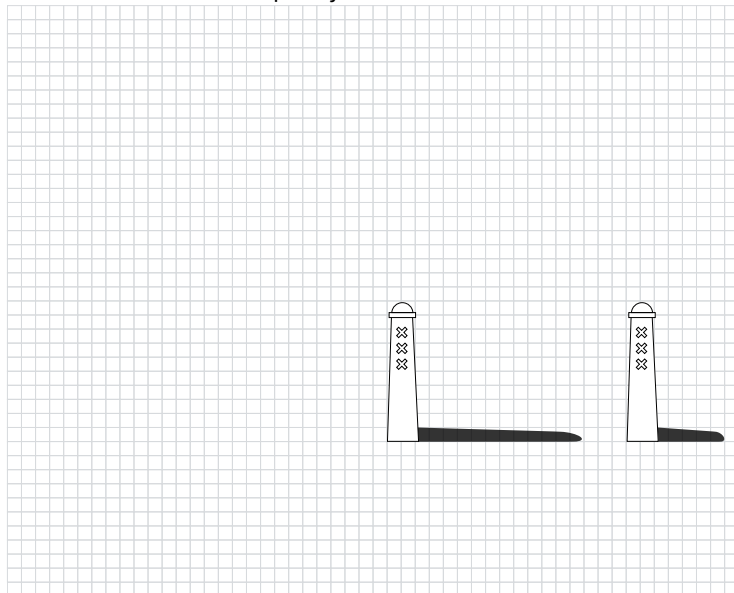
- een zonnige dag;
- een vierkant stuk karton (van 25cm bij 25 cm);
- een flinke sinaasappel;
- een bezemsteel (stok van $\pm 1\text{m}$; $\text{Ø} \pm 3\text{cm}$).

Beantwoord de vragen over deze materialen eerst door je de situaties voor te stellen. Licht elk antwoord kort toe. Daarna kun je in de praktijk controleren of je antwoord klopt.

- Kan de schaduw van het karton kleiner zijn dan het karton zelf? En groter?
- Hoe houd je de stok zodat zijn schaduw zo lang mogelijk wordt? En zo kort mogelijk?
- Hoe houd je het karton en de sinaasappel zodat de schaduw van de sinaasappel op het karton een zuivere cirkel is?
- Hoe meet je met behulp van de stok en zijn schaduw de hoek die zonnestralen met het aardoppervlak maken?
- Hoe kun je zelf loskomen van je schaduw?
- Wanneer is je eigen schaduw zo kort mogelijk? En wanneer zo lang mogelijk?
- Waar zie je je schaduw als de zon (lood)recht boven je staat?

► **Opgave 11** De plaats van de lantaarn

Deze twee Amsterdammertjes (paaltjes) staan in de buurt van een straatlantaarn. Dat zie je aan hun schaduw. Gebruik ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm en teken de plaats van het lichtpunt van de straatlantaarn t.o.v. de paaltjes.



► **Opgave 12** Lichtpunt en lichtbron

In Opgave 11 is de straatlantaarn de lichtbron, een lichtbron uit een punt. Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm en teken de schaduw die de zon maakt bij de paaltjes en verklaar het verschil tussen de schaduwen.

► **Opgave 13** Nog een keer de straatlantaarn

Mijn lengte is 1,80 meter. De straatlantaarn is 10 meter hoog. Als je tekent, gebruik dan ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.

- a. Hoever sta ik van de straatlantaarn vandaan als mijn schaduw precies 1,80 meter is?
- b. Hoever sta ik bij de straatlantaarn vandaan als mijn schaduw viermaal zo lang is als ikzelf ben?

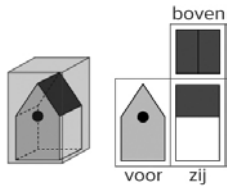
► **Opgave 14** Voetballer en schaduw

Als je goed kijkt zie dat een voetballer op t.v. tijdens belangrijke wedstrijden vaak vier schaduwen heeft. Beantwoord de vragen en licht je antwoord toe.

- a. Verklaar de vier schaduwen
- b. Hebben de schaduwen wel eens alle vier dezelfde lengte?
- c. Hoe veranderen de lengtes van de schaduwen als de voetballer over het veld beweegt?

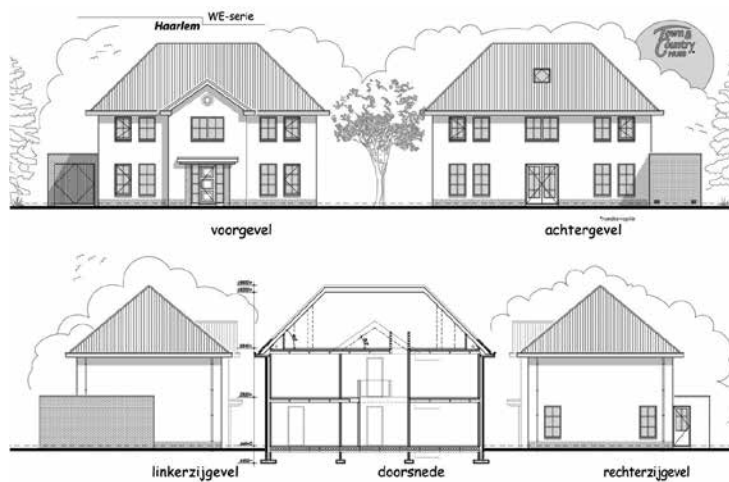
5.3 Aanzichten

Een aanzicht is een vlakke weergave van een ruimtelijke figuur vanuit een bepaalde kijkrichting. Meestal teken je drie aanzichten: het vooraanzicht, het rechter zijaanzicht en het bovenaanzicht. Soms zet je ze in één figuur die dan drie-aanzicht wordt genoemd, zoals bij deze illustratie van een vogelhuisje.



► Opgave 15 Aanzichten

In aanzichten zijn lijnstukken meestal op schaal afgebeeld. Bij de aanzichten van dit landhuis zijn de lengtes op een schaal van 1:250 weergegeven.



- Teken op dezelfde schaal het bovenaanzicht van het landhuis. Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.
- Noteer de werkelijke afmetingen (lengte, breedte en hoogte) van het landhuis.

► Opgave 16 Bouwplaat met kubusbouwsel

Op deze bouwplaat van 4 bij 4 hokjes staat een blokkenbouwsel. Gegeven zijn: het vooraanzicht en het zijaanzicht.

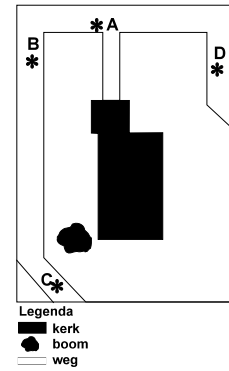
■						■							
■			■			■	■						
■	■	■	■			■	■	■	■				
Vooraanzicht				Zijaanzicht				Bouwplaat					

- Bepaal het minimale aantal blokjes van het bouwwerk. Noteer het aantal.
- Teken het bovenaanzicht in de bouwplaat op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.
- Uit hoeveel blokjes bestaat het bouwwerk maximaal? Licht je antwoord toe.

► **Opgave 17** De platte kerk

Bekijk de afbeelding van de kerk en van het bovenaanzicht.

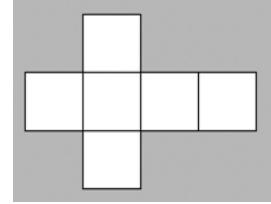
- Waar bevindt de jongen zich? Bij welke letter in het bovenaanzicht?
- Maak een schets op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm van het linkerzijaanzicht van de kerk en de boom.



5.4 Uitslagen

Een uitslag van een lichaam (een ruimtelijke figuur) krijg je door het figuur open te vouwen bij de ribben. Zo ontstaat er een vlakke figuur.

Je kunt zeggen dat zo'n uitslag een bouwplaat is, maar dan zonder de plakrandjes. In totaal zijn er maar liefst 11 verschillende uitslagen van een kubus. Hier zie je de bekendste.



► Opgave 18 Kubusuitslagen

Teken 5 uitslagen van een kubus met maximaal 3 vierkanten op een rij. Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm. In het voorbeeld zijn dat er vier op een rij.

► Opgave 19 Pri(s)ma uitslag

Teken op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm een uitslag van een prisma met:

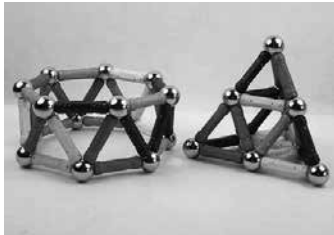
- een regelmatig vijfhoek als bodem,
- een zijde van 3cm,
- een hoogte van 2cm.

► Opgave 20 Uitslag

Teken op ruitjespapier van 1 cm x 1 cm twee verschillende uitslagen van een balk met de afmeting 3 cm x 2 cm x 1 cm ($l \times b \times h$). Maak eerst een schets.

► Opgave 21 Bouwen met magnetische staven en metalen bollen

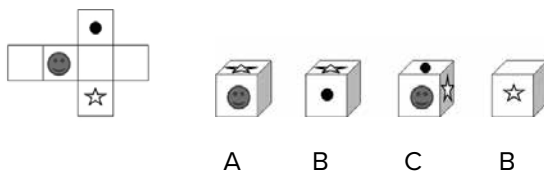
Beantwoord de vragen bij deze figuren.



Ga er van uit dat de staven en bollen alleen aan de buitenkant van het ruimtelijk figuur gebruikt zijn.

- De piramide heeft 6 kogels in het grondvlak. Uit hoeveel kogels en staven bestaat de piramide?
- Teken het bovenaanzicht van de piramide. Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.
- Als je de piramide een laag hoger wil maken, hoeveel staven en bollen heb je dan nodig?
- Uit hoeveel staven en bollen bestaat het andere lichaam?
- Welke vorm hebben het boven- en ondervlak van het andere lichaam?
- Schets het bovenaanzicht van het andere lichaam. Gebruik ruitjespapier van 1 cm x 1 cm.
- Uit hoeveel staven en bollen bestaat het prisma als je de inhoud twee keer zo groot maakt?

► Opgave 22 Welke kubus kun je maken?

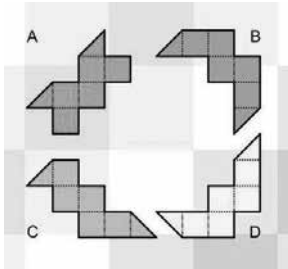


Welke van deze vier kubussen kun je maken van de bouwplaat. Noteer de letter van de juiste kubus.

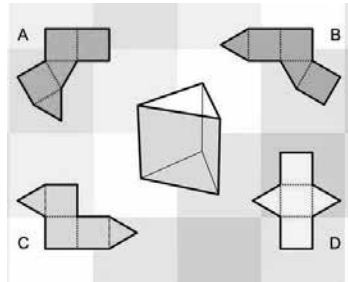
► **Opgave 23** Nog meer uitslagen

Beantwoord de vragen. Als je dit soort vraagstukken lastig vindt, teken dan de 4 uitslagen na, knip ze uit probeer de kubus te maken.

Figuur A:



Figuur B:



New Puzzle Quizes Deluxe (app)

- a. Welke van de vier uitslagen van Figuur A is de uitslag van een kubus?
- b. Welke van de 4 uitslagen van Figuur B is de uitslag van een prisma?

Reflectie

Bij dit soort vraagstukken hoor je wel eens: ‘Daar heb ik toch geen inzicht in’. Dat is geen reden om bij de pakken neer te zitten. Je kunt dergelijke vraagstukken oefenen en ‘in de vingers krijgen’, zelfs soms letterlijk. Bouw zelf figuren met blokken en andere vormen. Pak ze vast, neem ze in de vingers, loop eromheen en bekijk ze van alle kanten. Zo verdiep je je inzicht. Probeer het, je zult zien dat het werkt!