

Handig met getallen 5

Verbanden - 1.3 Lijngrafieken

Rekenboek gecijferdheid voor de pabo



Zonder verband laat alles los (Erasmusbrug Rotterdam)

Auteur: Ruud Houweling

Adviezen: Arjen de Vetten

ISBN: 978 94 90681 289

Voldoet aan de Kennisbasis wiskunde voor de pabo

CANTAL
UITGEVERIJ

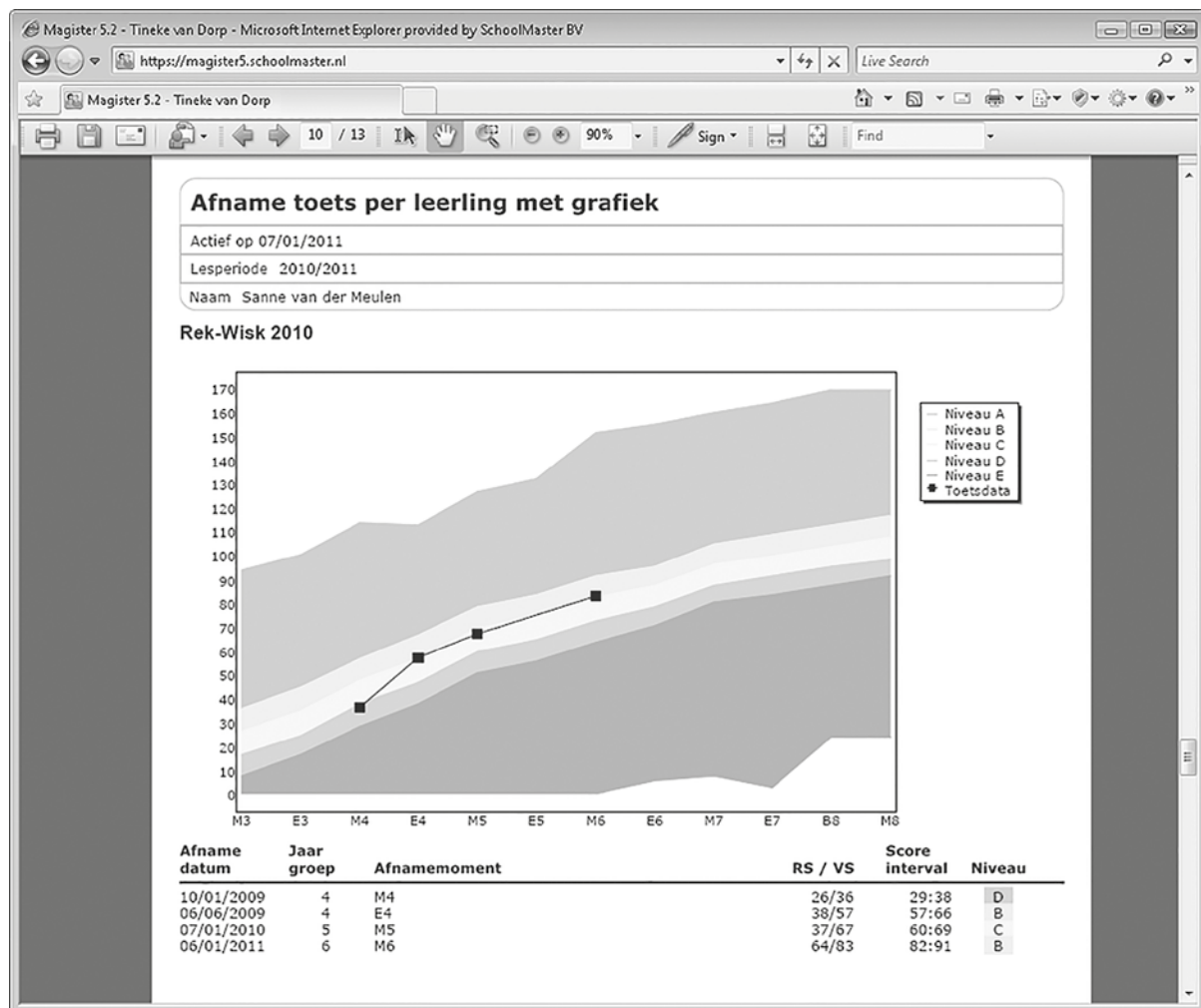


1.3 Lijngrafieken

Lijngrafieken zijn een manier om min of meer complexe informatie weer te geven. In deze paragraaf leer je lijngrafieken af te lezen, te interpreteren en zelf te maken.

Voorbeeld 1 Toetsafname rapport

Als leerkracht gebruik je regelmatig grafieken met informatie over de prestaties en ontwikkeling van de kinderen in je groep, bijvoorbeeld op scherm.



Gegevens Sanne van der Meulen

Opdracht:

Ga na wat de gegevens en cijfers van Sanne van der Meulen betekenen. Kijk goed naar de titel, de legenda, het onderschrift en de betekenis van de assen. Beantwoord de vragen.

- Op welk moment is de eerste toets bij Sanne afgenomen?
- Welk niveau scoorde Sanne op die toets?
- Welke niveaus scoorde ze op de volgende toetsen?
- Wat kun je zeggen over de ontwikkeling van haar rekenvaardigheid?

Oplossing:

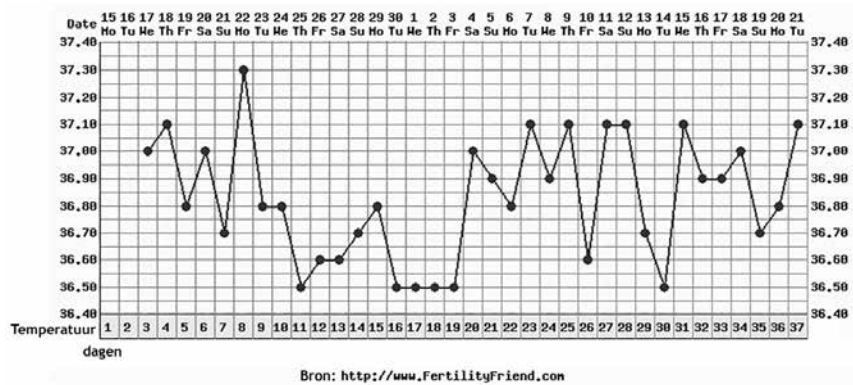
Heb je correct geantwoord, dan zijn je antwoorden vergelijkbaar met de opgenomen antwoorden.

- De eerste toets is afgenomen op 10 januari 2009, want de eerste zwarte stip staat bij M4 (toets medio groep 4).
- Het resultaat zit bijna in niveau C, maar nog net in niveau D.
- Sanne scoorde steeds op niveau C.
- Sanne kan goed mee. Ze is gevorderd tot het grensniveau B/C. De grafiek ziet er niet verontrustend uit. Haar vorderingen zijn zoals je kunt verwachten.

Eenvoudige lijngrafieken

Lijngrafieken gebruik je ondermeer om een eenvoudig verband weer te geven, zoals de relatie met de tijd.

Deze grafiek toont het dagelijks temperatuurverloop van een patiënt. Tijd is de onafhankelijke variabele, temperatuur is de afhankelijke variabele. De waarnemingen van de temperatuur zijn in de grafiek onderling verbonden met rechte lijntjes. Dat is



eigenlijk niet juist, want je weet niet hoe hoog de temperatuur is tussen die twee metingen. Toch wordt dat gedaan omdat de ontwikkeling van de temperatuur dan sneller is af te lezen en het, gezien de hoeveelheid metingen, zeer waarschijnlijk is dat het verloop zo is geweest.

Om grafieken te kunnen lezen, moet je eerst onderzoeken waar de informatie in de grafiek over gaat. Dat kan in de titel van de grafiek staan of in de legenda die is opgenomen. Het is belangrijk om te weten wat de informatie bij de assen betekent. Soms begint de verticale as bijvoorbeeld niet bij 0 of is hij een stukje 'opgevouwen'. Dat wordt met een soort harmonica op de y-as aangegeven: \approx .

Werken met grafieken vraagt om nauwkeurigheid. Gebruik bijvoorbeeld een liniaal om de waarde van een punt in de grafiek af te lezen. Zorgvuldigheid bij het aflezen, het interpreteren van de gegevens en het trekken van conclusies is belangrijk (zie ook paragraaf 3.11: Misleidende grafieken).

Voorbeeld 2 Vlot en Goed

Loodgietersbedrijf Vlot & Goed hanteert deze tarieven:

- Voorrijkosten (starttarief): € 30,- .
- Uurtarief (1e 4 uur): € 45,-.
- Uurtarief (na 4 uur): € 35,-.

Opdracht a:

Bereken hoeveel je moet betalen als je Vlot & Goed inschakelt voor een klus. Neem de tabel over en noteer de gegevens.

Tijd in uren	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bedrag in €	30										

Oplossing a:

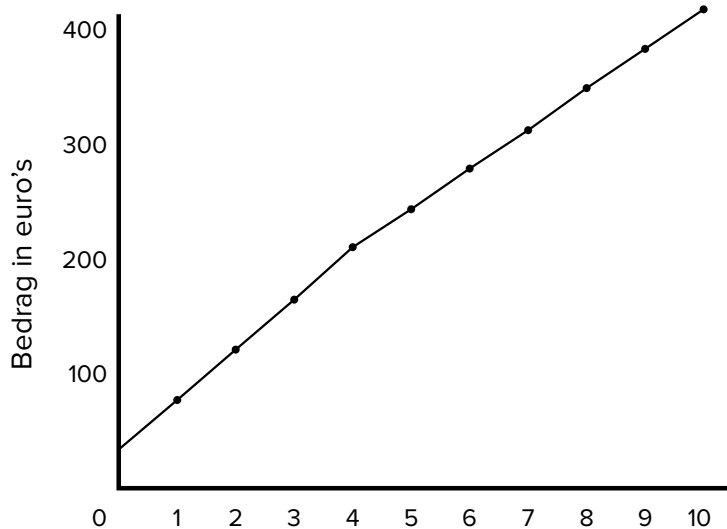
Het starttarief is altijd € 30,-. Vervolgens komt er de 1e vier uur voor elk uur € 45,- bij. Vanaf het vijfde uur is het uurtarief lager, namelijk € 35,- per uur.

Tijd in uren	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bedrag in €	30	75	120	165	210	245	280	315	350	385	420

Opdracht b:

Teken op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm een grafiek van de hoogte van het tarief afgezet tegen het verloop van de tijd.

Oplossing b:



Een lineair verband

In de wiskunde behoren lijngrafieken tot de 'lineaire verbanden'. De grafiek is een rechte lijn en de formule die daarbij hoort heeft de standaardvorm: $y = ax + b$. De letters x en y zijn de variabelen en de letters a en b staan voor de getallen. Het getal a geeft de richting en de helling van de lijn aan en heet daarom de richtingscoëfficiënt.

Wil je een grafiek tekenen, dan is handig eerst een tabel te maken.

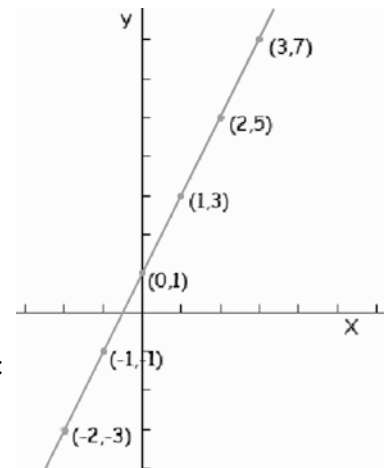
Voorbeeld: $y = 2x + 1$

Dus: $x = 0 \rightarrow y = 1$

$x = 1 \rightarrow y = 3$

enzovoort

X	0	1	2	-1	-2
Y	1	3	5	-1	-3



De grafiek is dan:

Voorbeeld 3 Aanbieding mobiele telefoon

In dit voorbeeld is bij beide aanbiedingen sprake van een lineair verband. Bij een van de twee is dat verband recht evenredig, dat wil zeggen: de factor waarmee een variabele toe- of afneemt veroorzaakt eenzelfde toe- of afname van de andere variabele, dus: verdubbeling van een variabele leidt tot verdubbeling van de andere. Deel je de ene variabele door 3, dan wordt de andere ook 3x zo klein.

Toelichting:

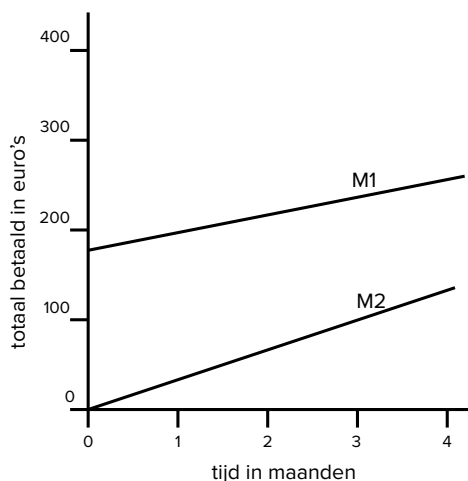
Voor het abonnement op Mobiel 1 (M1) is het startbedrag € 179,95. Elke maand komt er € 19,95 bij. De wiskundige formule ($y = ax + b$) is dus: $b = 19,95m + 179,95$. Daarbij is 'm' het aantal maanden en 'b' het bedrag dat je na dat aantal maanden in totaal betaald hebt.

Tijd in maanden (m)	0	1	2	3	4
Betaald in € (b)	179,95	199,90	219,85	239,80	259,75

Voor het abonnement op Mobiel 2 (M2) geldt geen startbedrag, want de telefoon is gratis bij je abonnement. De eerste maand betaal je € 32,50, na 2 maanden heb je het dubbele betaald (€ 65,-), enzovoort. je betaalt elke maand dus € 32,50. De formule is: $b = 32,50m$, waarbij 'm' staat voor het aantal maanden en 'b' voor het bedrag dat je in totaal betaald hebt.

Tijd in maanden (m)	0	1	2	3	4
Totaal betaald € (b)	0	32,50	65,00	97,50	130,00

Als een variabele tweemaal zo groot wordt (bijvoorbeeld van 2 naar 4), dan wordt de andere variabele ook tweemaal zo groot (van 65 naar 130). Hier heb je te maken met een recht evenredig verband. De grafieken van M1 en M2 in één figuur:



De grafiek van M2 loopt steiler dan de grafiek van M1. Dat komt omdat M2 elke maand met 32,50 toeneemt en M1 met 19,95.

Opdracht:

Op welk moment kost een abonnement op M2 evenveel als een op M1? Noteer je berekening. Je kunt je berekening controleren door op papier het snijpunt van de lijnen te tekenen.

Oplossing:

Na ongeveer 15 maand is het abonnement op M2 even duur als dat op M1. Je sluit het abonnement immers per maand af.

Je kunt het als volgt uitrekenen:

- De formule voor het abonnement bij M2 is: $b = 32,50m$.
- De formule voor het abonnement bij M1 is: $b = 19,95m + 179,95$.
- De abonnementen zijn even duur als: $32,50m = 19,95m + 179,95$.
- Dus: $32,50m - 19,95m = 179,95$.
- Dus: $12,55m = 179,95$.
- m is: $179,95 : 12,55 \approx 14,338 \approx 14,3$.

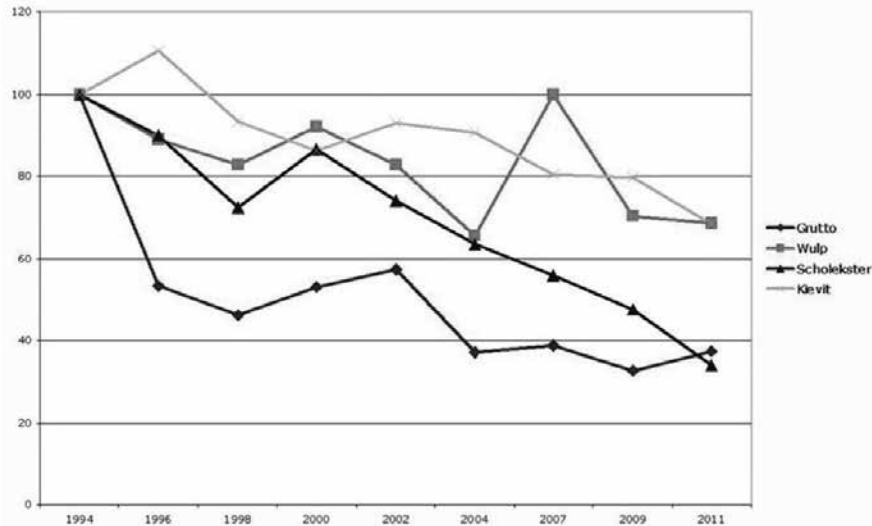
Conclusie:

Een lineair verband is niet hetzelfde als een (recht)evenredig verband. De term recht evenredig betekent dat de verdubbeling van de ene variabele leidt tot verdubbeling van de andere variabele. Dat is hier niet zo. Een recht evenredig verband heeft wel een rechte lijn als grafiek, net als een lineair verband. Maar, bij een recht evenredig verband gaat de lijn altijd door de oorsprong (het snijpunt van de x-as en de y-as). Een recht evenredig verband is dus wel lineair, maar niet elk lineair verband is recht evenredig.

Deze leerstof oefen je met de opgaven 1 tot en met 3.

► **Opgave 1** Grutto, wulp, scholekster en kievit

In de grafiek is informatie af te lezen over de weidevogelstand van enkele vogelsoorten gedurende een aantal jaren.



Bron: CBS

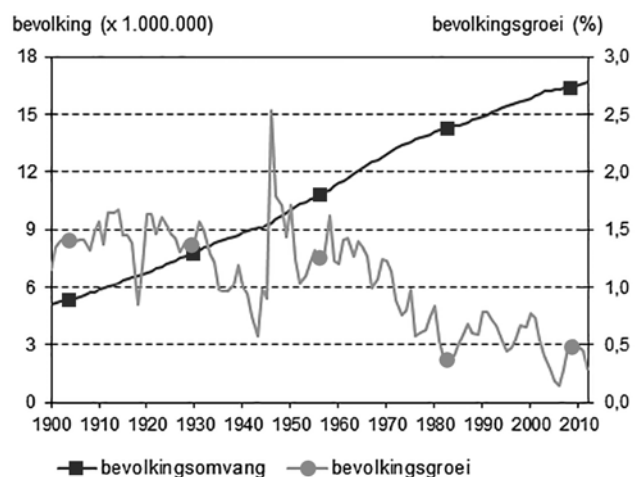
Beantwoord de vragen.

- Na het jaar 2002 dalen twee van de vier grafieken. Wat betekent dat voor die vogelsoorten?
- Van een vogelsoort is de meting in een van de volgende jaren even hoog als in 1994. Welke soort is dat? Hoe zie je dat?
- Alle grafieken beginnen in hetzelfde punt. Wat betekent dat?
- In 1994 waren er 80.000 grutto's in Nederland. Hoeveel waren dat er in 2011.
- Waarom loopt de schaalverdeling van de verticale schaal tot boven de 100?

► **Opgave 2** Bevolkingsgroei van Nederland.

In de grafiek vind je informatie over de bevolkingsomvang en bevolkingsgroei in Nederland van 1900 tot 2012. Beantwoord de vragen.

- Lees de waarden voor 1990 van beide grafieken af en geef er betekenis aan.
- De grillig verlopende grafiek loopt steeds boven de horizontale as. Wat betekent dat en hoe zie je dat aan de andere grafiek?
- Hoe verklaar je de hoge piek in de grillig gevormde grafiek?
- Stel dat na 2010 het inwonersaantal elk jaar met 80.000 toeneemt. In welk jaar wordt dan het inwonersaantal van 18 miljoen bereikt?
- Welke plant heeft na 14 dagen de kortste lengte? Hoeveel cm is dat?
- Welke van de 5 soorten heeft in één dag de grootste 'groeisput'? Hoeveel cm is die spurt?

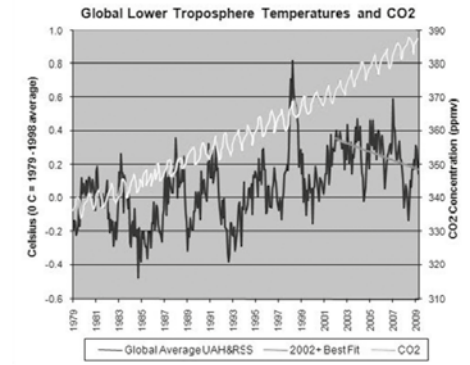


Bron: www.nationaalkompas.nl

► **Opgave 3** Twee schaalverdelingen

Je komt lijngrafieken tegen met twee verticale schaalverdelingen, zoals bij deze grafiek 'Global Lower Troposphere Temperatures and CO₂' (is: 'Wereldwijde temperatuur en CO₂ uitstoot'). Let goed op welke van de twee verticale schalen je af moet lezen:

- Op de linker schaal lees je de verandering in temperatuur af ten opzichte van 0° Celcius (het gemiddelde van de jaren van 1979 tot 1998).
- De rechterschaal geeft informatie over de CO₂ concentratie per vastgestelde eenheid.

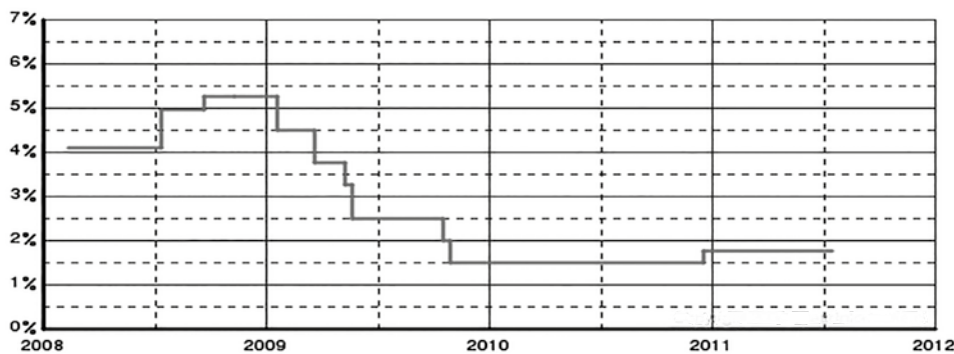


Beantwoord de vragen.

- Waarom begint de indeling van de verticale assen niet bij 0.
- Wat betekent de hoogste piek van de grillige lijn.
- Hoe groot is in deze 30 jaar de gemiddelde jaarlijkse toename van de CO₂ concentratie?

► **Opgave 4** Rentepercentages

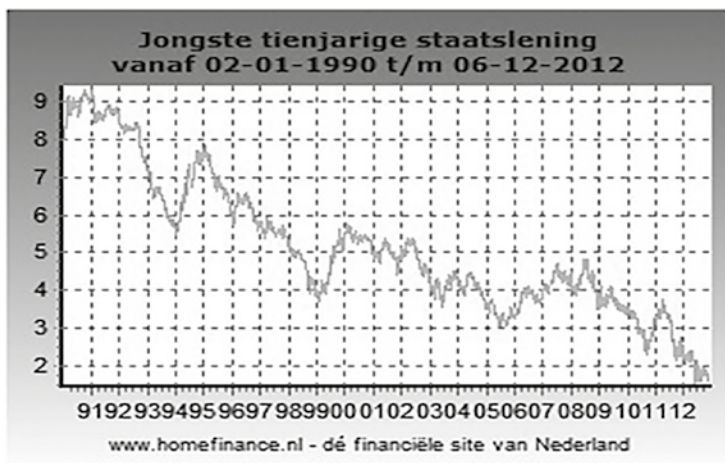
Deze grafiek geeft het verloop weer van de rentepercentages op staatsleningen. De Nederlandse Staat leent regelmatig geld om aan haar financiële verplichtingen te voldoen. Vaak zijn het leningen met een periode van 10 jaar.



Grafiek A: rentepercentages op Staatsleningen

Maak de opdrachten en beantwoord de vragen.

- Mijn vader leende op 12 februari 2010 een bedrag van € 80.000 aan de staat. Bereken zijn jaarlijkse renteopbrengst. Noteer je berekening!
- Wat betekenen de horizontale delen in grafiek A?
- De verticale lijnen in grafiek A zijn onjuist. Waarom? Waarom zijn ze toch getekend?



- d. Grafiek B gaat over 1990 t/m 2012.
In grafiek B staan geen horizontale lijntjes. Hoe komt dat, denk je?
- e. Vergelijk de beide grafie. Gebruik ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm.en.
Beschrijf de overeenkomsten en verschillen.

► **Opgave 5** Gehoorverlies

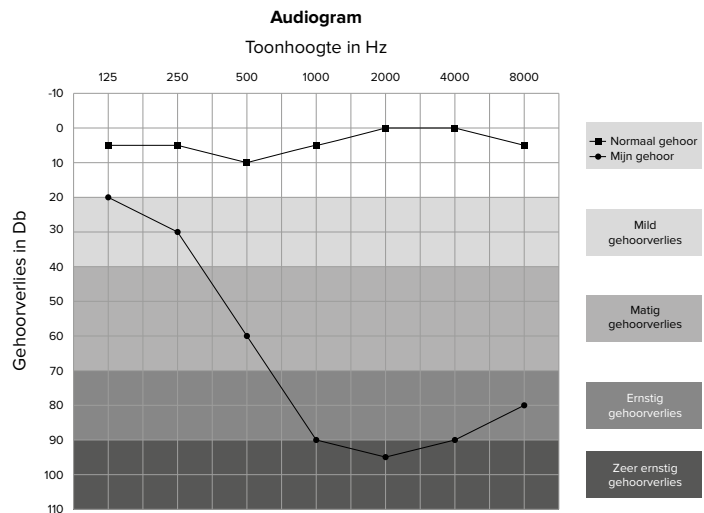
Deze grafiek geeft de grootte van het gehoorverlies (in decibel) weer bij bepaalde toonhoogtes in Hertz (het aantal trillingen per seconde). Maak de opdrachten en beantwoord de vragen.

Hoeveel dB gehoorverlies heeft een 'normaal gehoor' bij een frequentie van 500 Hz?

En bij 'mijn gehoor'?

Hoe groot is het verschil in gehoorverlies tussen 'normaal gehoor' en 'mijn gehoor' bij 8.000 Hz?

Bij welke toonhoogtes is er bij 'mijn gehoor' sprake van (zeer) ernstig gehoorverlies?



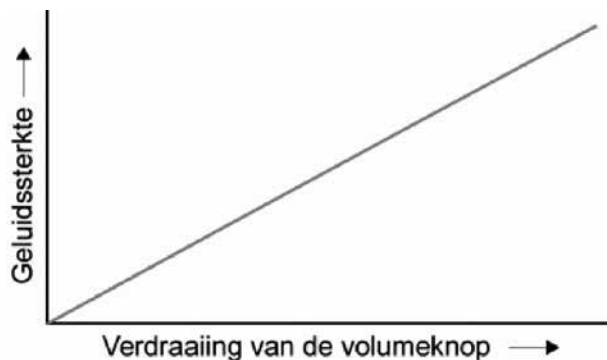
Een audiogram
(bron: Jasmino.blogspot.com)

Continu en discontinu

Bij grafieken gebruik je de begrippen continu en discontinu, ook wel discreet. In Voorbeeld 6 staat een continue grafiek afgebeeld, in Voorbeeld 7 een discontinue of discrete grafiek.

Voorbeeld 4 Een continue grafiek

Een versterker van een geluidsinstallatie heeft een volumeknop waarmee je de muziek harder en zachter kunt zetten, meestal is dat een draaiknop. Als je die rechtsom draait, klinkt de muziek luider. Er is sprake van een regelmatig verloop van de geluidssterkte, het gaat niet met horten en stoten. In een grafiek ziet dat er zo uit:

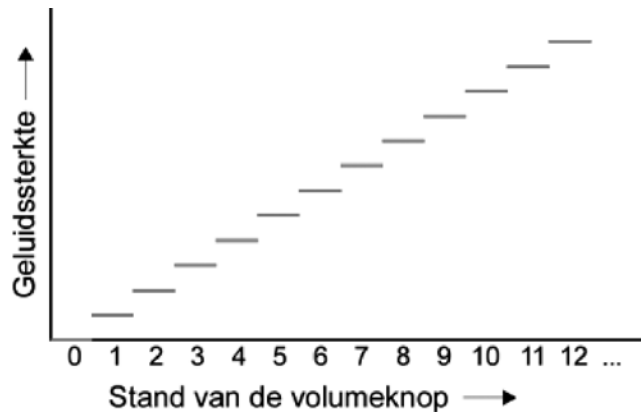


(Bron: ICinformatica.nl)

Zo'n 'glijdende' schaal noem je continu. Bij het tekenen van een continue grafiek hoef je het potlood of de pen niet van het papier te halen. Bij de horizontale as staat: 'Verdraaiing van de volumeknop'. Op de verticale as staat 'Geluidssterkte' (bijvoorbeeld in dB, oftewel decibel) vermeld.

Er is een recht evenredig verband. Als de ene variabele tweemaal of driemaal zo groot wordt, dan wordt de andere dat ook. Dat is hier overigens niet te controleren, want er staan geen waarden bij de assen.

Voorbeeld 5 Een discontinue grafiek
 Er zijn ook versterkers met een volumeknop waar je op klikt om het volume harder of zachter te zetten. Het geluid klinkt dan steeds trapsgewijs een beetje harder of zachter. Het veranderen van de geluidsstrekte verloopt niet geleidelijk, maar in stappen. Dat noem je discontinu of discreet. Bij het tekenen van een discontinue grafiek moet je het potlood of de pen vaker van het papier afhaken. In een grafiek ziet dat er zo uit:



(Bron: ICinformatica.nl)

Je oefent deze leerstof met opgave 10.

► Opgave 6 Sparen met rente

Irma spaart voor haar rijlessen en krijgt van haar ouders € 2.000,- op haar 13e verjaardag. Ze zet het bedrag op een rekening met 4% rente per jaar die aan het eind van het jaar wordt bijgeschreven. Maak de opdrachten en beantwoord de vragen.

a. Neem de tabel over en maak hem af.

Tijd in jaren (t)								
Bedrag in €								

- b. Teken de grafiek van de tabel op ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm.
- c. De grafiek die je tekende noem je discontinu. Hoe zie je dat aan de grafiek en in de tabel?