1.8 Bijzondere verhoudingen: φ en π.

Deze paragraaf 1.8 hoort bij het rekenboek 'Handig met getallen 2A Hs. de Kempel - Verhoudingen en Procenten'. Op dit materiaal rust auteursrecht.

In deze paragraaf heb je een geodriehoek of een liniaal, een rekenmachine, een passer en een paar blaadjes ruitjespapier nodig.

Het verhoudingsgetal Φ (phi)
In het dagelijks leven zie je veel lengteverhoudingen, bewust of onbewust. Sommige daarvan vallen op als veel mensen de verhouding mooi vinden, of er de voorkeur aan geven boven andere verhoudingen. Sommige lengteverhoudingen kom je vaak tegen, bijvoorbeeld bij de afmetingen van een glas, van een tafel, van een kast, van een huis, of van kledingstukken. Ook bij de compositie van een foto of in de afmetingen van het menselijk lichaam komen sommige verhoudingen regelmatig voor.

Voorbeeld 1 De tafel en de kast

bron: www.ikea.nl

De afmetingen van het tafelblad van deze salontafel zijn 118 cm x 75 cm en de afmetingen van de kast zijn 197 cm x 120 cm. De verhouding tussen lengte en breedte van de tafel is 118 : 75, de lengte - breedte verhouding van de kast is 197 : 120.

Wil je de verhoudingen van de afmetingen vergelijken, dan vervang je de verhoudingen door gelijkwaardige verhoudingen met als tweede verhoudingsgetal 1:

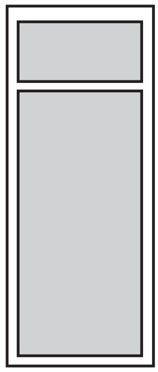
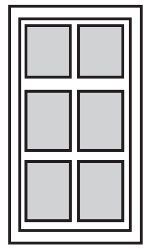
De verhouding 118 : 75 = (118 : 75) : (75 : 75) = 1,57 : 1.

De verhouding 197 : 120 = (197 : 120) : (120: 120) = 1,64 : 1.

Met deze berekening standaardiseer je de verhoudingen. De lengte - breedte verhouding van het tafelblad is 1,57 : 1. Die verhouding kun je ook uitdrukken in het getal 1,57 : 1 = 1,57. De lengte - breedte verhouding 1,57 geeft aan dat de lengte van de tafel 1,57 keer zo lang is als de breedte van de tafel.

Het verhoudingsgetal 1,57 is een relatief getal en geeft geen informatie over de absolute afmetingen van het tafelblad, maar wel over de vorm van het tafelblad.

Voorbeeld 2 De deur en het raam
De afmetingen van deze huisdeur zijn 214 cm x 98 cm. De afmetingen van het raam zijn 180 cm x 105 cm.

Hebben het deur en het raam de zelfde vorm, dus dezelfde lengte - breedte verhouding?
De lengte - breedte verhouding van de deur is
214 : 98 = (214 : 98) : (98 :98) = 2,18 : 1 = 2,18.
De lengte - breedte verhouding van het raam is
180 : 105 = (180 : 105) : (105 : 105) = 1,71.
De deur en het raam hebben niet de zelfde vorm: het lengte - breedte verhoudingsgetal van de deur is namelijk groter dan het lengte - breedte verhoudingsgetal van het raam.
De deur is dus langwerpiger dan het raam.

Voorbeeld 3 Een wijnglas met voet

Glas: 19,5 cm, kelk: 11,75 cm, stam met voet: 7,75 cm.
Bij dit wijnglas is er geen sprake van een lengte - breedte verhouding. Bij dit glas vergelijk je de verhouding van de kelk en de stam met voet en de verhouding van de kelk tot het glas.
De verhouding van de afmetingen van de kelk en de stam met voet is 11,75 : 7,75 = (11,75 : 7,75) : (7,75 : 7,75) = 1,52 : 1 = 1,52. Dat betekent dat de kelk ruim anderhalf keer zo lang is als de voet.

De verhouding van de afmetingen van het glas en de kelk is 19,5 : 11,75 = (19,5 : 11,75) : (11,75 : 11,75) = 1,66. Dat betekent dat het glas 1,66 keer zo lang is als de kelk. Merk op dat de verhoudingsgetallen 1,52 en 1,66 niet veel verschillen en beide ‘ongeveer 1,6’ zijn.
De verhoudingen in een schema:

	
19,5 cm	
7,75 cm	11,75 cm

Maak opgave 1 tot en met 4.

► Opgave 1 Een gewoon bord?

a. Bepaal van beide borden de lengte - breedte verhouding op twee decimalen nauwkeurig.

b. Hebben de borden de zelfde vorm?

► Opgave 2 Passen in een verhouding

De afmetingen van de betaalpas zijn 85 mm x 53 mm.
Bereken de lengte - breedte verhouding van de betaalpas.

Bron: www.ing.nl

► Opgave 3 Een gewone vork?

Deze vork van 19 cm lang heeft een steel van 11,7 cm.

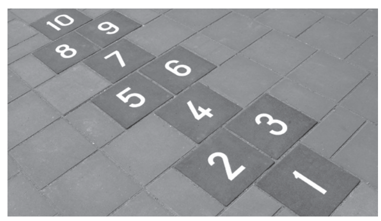
a. Bereken de verhouding van de lengte van de vork en de lengte van de steel.

b. Bereken de verhouding van de lengte van de steel en de lengte van de tanden.

► Opgave 4 Tegels in verhouding

Bereken de lengte - breedte verhouding van de tegels:

Hinkelbaantegelst, 30 cm x 30 cm

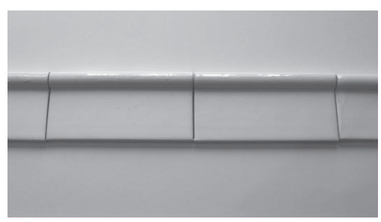


Bron: www.wikipedia.org

Metrotegels, 7,5 cm x 15 cm

Bron: www.affairedeau.com

Tegelrand Friesewitjes, 13 cm x 6,3 cm



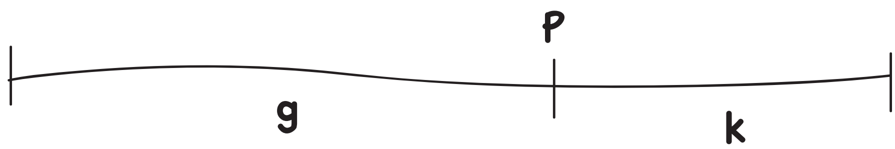
Bron: www.friesewitjesshop.nl

Een verhouding die vaak wordt opgemerkt en die regelmatig voorkomt, is de verhouding uit opgave 2 (de betaalpas):

De lengte van de pas is ruim 1,6 keer zo lang als de breedte. Omgekeerd, de breedte is ongeveer 0,6 keer de lengte.

Deze verhouding zie je ook in opgave 3 bij de vork, waar zowel de verhouding van de vork en de steel als de verhouding van de steel en de tanden ruim 1,6 is.
Als je een lijnstuk in twee delen verdeelt, kun je dat doen in een bepaalde verhouding tussen de lijndelen, de zogenaamde uiterste en middelste reden. Dat betekent dat de verhouding tussen het kleine deel met het grote deel gelijk is aan de verhouding van het grote deel tot het geheel.

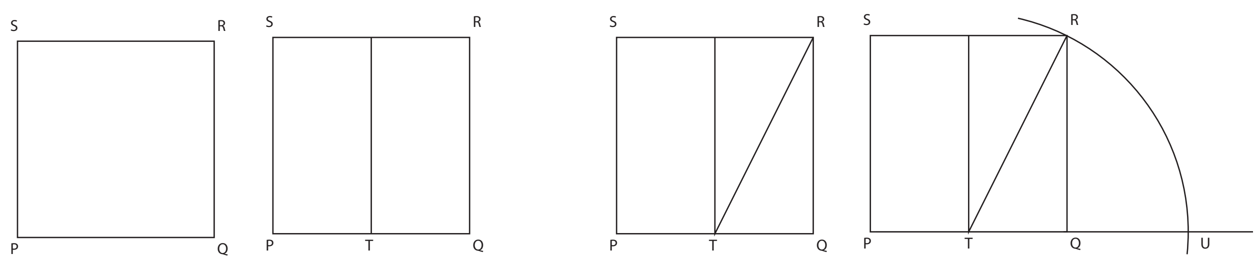
Schematisch:



Formeel: groot : klein = (groot + klein) : groot.

Een historische verhouding: de Gulden snede
Deze verhouding werd lang geleden, ruim 300 jaar voor Christus, opgemerkt en beschreven door de Griekse filosoof en wiskundige Euclides. Hij deelde een lijnstuk in twee delen in de verhouding
g : k = (g + k) : g en berekende de ligging van het verdeelpunt P. Euclides ontdekte dat de verhoudingen beide bij benadering 1,618034 waren. De verhouding is niet precies te berekenen en wordt uitgedrukt in een niet-meetbaar, een irrationaal, getal. Met behulp van een tweedegraads vergelijking kun je berekenen dat de verhouding $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} \approx 1{,}6180339.....$ is. Je vindt dit verhoudingsgetal terug in de afmetingen van
de Griekse tempels uit de oudheid.
In de Renaissance werd deze verhouding toegepast in schilderijen en in gebouwen omdat men dat aangenaam vond om te zien. De verhouding werd als harmonieus ervaren en paste goed bij de schoonheidsidealen van die tijd. Kunstenaars noemen de verhouding de ”Divina proportio”, de ”Goddelijke verhouding”.
In de eerste helft van de 19e eeuw wordt het getal 1,6180339..... Φ (phi, spreek uit: fie) genoemd, naar de Griekse beeldhouwer Pheidias, één van de bouwmeesters van het Parthenon in Athene. Er is dan voor het eerst sprake van de ’Gouden verdeling’ of de ’Gulden snede’ als de ideale verhouding.

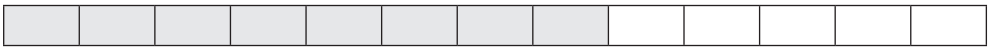
Voorbeeld 4 De Gulden snede
De Gouden verdeling kun je heel precies tekenen:



a. Teken een vierkant PQRS.	b. Verdeel het vierkant in twee gelijke delen, het midden van PQ is T.	c. Teken lijnstuk TR.	d. Gebruik je passer om het lijnstuk RT om te cirkelen.

De cirkel snijdt het verlengde van PQ in U.
Berekening van PU:
- Is de zijde van het vierkant 1, dan is het lijnstuk PT = $\frac{1}{2}$.
- Met de stelling van Pythagoras bereken je de lengte van RT = $\sqrt{(\frac{1}{4} + 1)} = \sqrt{1\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{5}$.
- Omdat je RT omcirkelt vanuit T, is ook TU = $\frac{1}{2}\sqrt{5}$.
- Het lijnstuk PU = PT + TU = $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} = \Phi$.
- Het lijnstuk PU is Φ keer zo lang als het lijnstuk PQ, dus PQ : QU = PU : PQ = Φ : 1 = Φ.

Je kunt de Gulden snede in een tekening of berekening praktisch ook benaderen met de verhouding 8 : 5.



De lengteverhouding van het grote deel en het kleine deel is 8 : 5 = (8 : 5) : (5 : 5) = 1,6 : 1 = 1,6.
De lengteverhouding van het geheel en het grote deel is 13 : 8 = (13 : 8) : (8 : 8) = 1,625 : 1 = 1,625.
Beide verhoudingen zijn bij benadering gelijk aan Φ = 1,6180339.....
Een nauwkeuriger benadering is 21 : 13 ≈ 1,6153..... of 34 : 13 ≈ 1,6190......, maar deze verhoudingen zijn lastiger voor te stellen en te tekenen dan 8 : 5.

Maak opgave 5, 6 en 7.

▶ Opgave 5 De Gulden snede in huishoudelijke artikelen
Dit broodmes is 30,5 cm lang. Het heft (handvat) is 13 cm.
Ga met een berekening na of de verhouding van lemmet en heft het getal Φ, de Gulden snede benadert.

Bron: www.dilleenkamille.nl

▶ Opgave 6 De Gulden snede in schoenen.
Een schoenontwerper maakt een schoen en past de verdeling van de Gulden snede toe op de verhouding tussen de lengte van de neus van de schoen (let op: dat is het deel voor de veters) en de rest.
Bereken de lengte van de neus van een schoen van 30 cm lang.

Bron: www.allurepourhomme.nl

▶ Opgave 7 De Gulden snede in kledingontwerpen

Bron: www.dreamstime.com

Bron: www.zeenz.nl

a. Ga met een berekening na of de verhouding van het jasje en de broek het getal Φ, de Gulden snede, benadert. Gebruik je geodriehoek of liniaal om de lengtematen op de millimeter nauwkeurig te meten.
b. Ga met een berekening na of de verhouding van het topje en de rok het getal Φ, de Gulden snede, benadert. Gebruik je geodriehoek of liniaal om de lengtematen op de millimeter nauwkeurig te meten.

Voorbeeld 5 De Gulden rechthoek

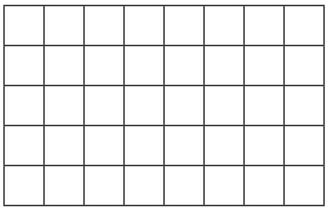
Een rechthoek waarin de lengte - breedte verhouding gelijk is aan de Gulden snede noem je een Gulden rechthoek.

Een betaalpas (85mm x 53mm) heeft de vorm van een Gulden rechthoek, want de lengte - breedte verhouding 85 : 53 = 1,6037... en benadert daarmee het getal Φ = 1,6180339.

In een Gulden rechthoek zie je de gelijke verhoudingen:

lengte : breedte = (lengte + breedte) : lengte = Φ = 1,6180339.

Een rechthoek van 8 bij 5 is een goede benadering van een Gulden rechthoek:



In de architectuur van het Parthenon in Athene herken je de Gulden rechthoek.

www.wikipedia.nl

Maak opgave 8 tot en met 15.

▶ Opgave 8 De Gulden rechthoek in dakpannen?

Deze dakpannen zijn 457 mm x 287 mm.
Ga met een berekening na of de dakpannen de vorm van een Gulden rechthoek benaderen.

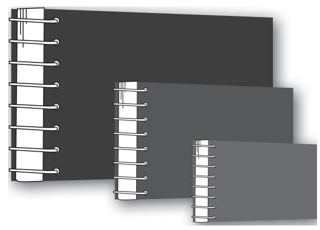
Bron: www.fan.tv.nl

▶ Opgave 9 De Gulden rechthoek in de bus?

De afmetingen van de voorkant van deze Londense bus zijn 2,52 m x 4,39 m. Ga met een berekening na of de voorkant van de bus de vorm van een Gulden rechthoek benadert.

Bron: www.wikimedia.org

▶ Opgave 10 De Gulden rechthoek in notitieboekjes



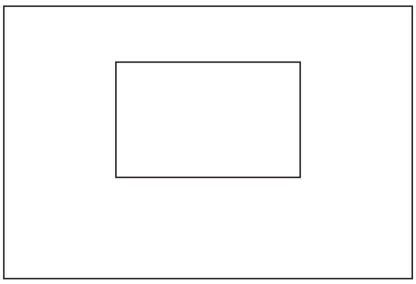
Bron: www.cailunart.blogspot.nl)

Deze notitieboekjes hebben de vorm van de Gulden rechthoek. Het kleinste boekje is 49 mm x 30 mm. Het tweede boekje is 80 mm lang en het derde boekje is 80 mm breed.

a. Bereken de breedte van het tweede boekje.
b. Bereken de lengte van het derde boekje.
c. Beredeneer wat de afmetingen van een vierde boekje zijn.

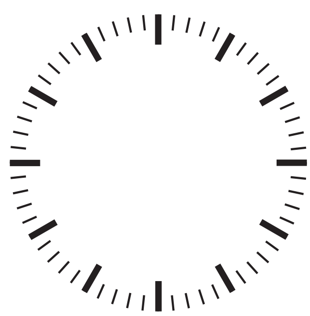
▶ Opgave 11 Maak je eigen Gulden rechthoek zoeker.

a. Neem een stukje karton van ongeveer A4 formaat en teken zo nauwkeurig mogelijk een Gulden rechthoek op het karton. Snijdt de rechthoek uit. Bekijk je omgeving door je 'mal' en ga op zoek naar vormen die in je mal passen.



b. Ga met een berekening na welke rechthoek langwerpiger is: Het A4tje of de uitsnede van de Gulden rechthoek.

▶ Opgave 12 'Gulden tijd'



Als je de wijzers van de klok verlengt, kunnen de wijzers de diagonalen van een rechthoek vormen. Hoe laat is het als de wijzers een Gulden rechthoek vormen? Licht je antwoord toe met een tekening en een berekening. Je kunt je geodriehoek of liniaal gebruiken om de lengtes nauwkeurig op te meten.

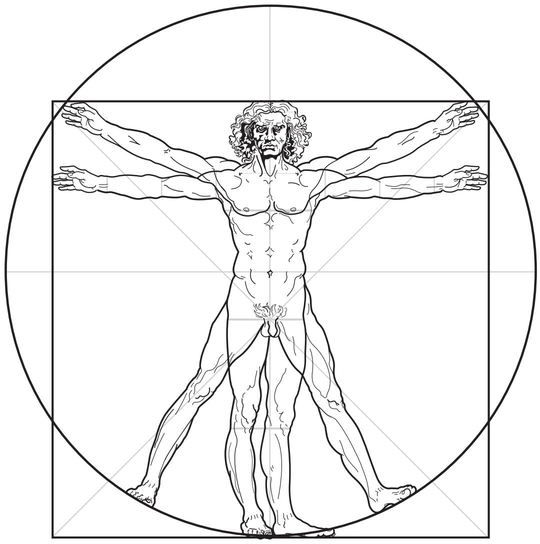
▶ Opgave 13 De Gulden snede in een lamp

Een ontwerper maakt een lamp van 90 cm hoog met de verhouding van de lampenkap tot het geheel in de verhouding van de Gulden snede. Bereken de hoogte van in de voet van de lamp en van de lampenkap.

www.lampenvanlil.nl

▶ Opgave 14 De Universele mens

Dit is de bekende tekening van Leonardo Da Vinci van ‘de universele mens’ waarin hij een mens tekende in de in zijn tijd ideale verhoudingen.



Meet de lengtes uit de tabel bij jezelf op. Meet ze ook op in de tekening van Leonardo da Vinci en ga na of de verhouding de verhouding van de Gulden snede benadert. Bereken de verhoudingen g : k en (g+k) : g en ga na of deze verhoudingen bij benadering gelijk zijn.

(www.bovenlichten.net)

			Verhouding g : k	Verhouding (g + k) : g
a	Lengte onderarm van elleboog tot pols	Lengte hand van pols tot topje middelvinger		
b	Lengte van bovenkant hoofd tot middel	Lengte middel tot onderkant voeten		
c	Lengte pink	Lengte hand van pols tot topje van de pink		
d	Lengte van middel tot knie	Lengte van knie tot onderkant voet		

Welke verhoudingen benaderen de Gulden snede?

▶ Opgave 15 Gulden rechthoeken maken

Knip uit een vel ruitjespapier van 0,5 cm x 0,5 cm vierkanten met zijde 1 - 1 - 2 - 3 - 5 - 8 - 13 - 21. Met deze vierkanten kun je verschillende Gulden rechthoeken samenstellen.
Teken de samengestelde Gulden rechthoeken en zet de afmetingen er bij.

Het verhoudingsgetal π (Pi)
Een tweede bijzonder verhoudingsgetal is het getal π (spreek uit: pie).

Meet met behulp van een stukje touw de omtrek van een aantal ronde voorwerpen. Meet ook de lengte van de doorsnede van de cirkel en bereken de verhouding van de omtrek en de diameter. Om de verhoudingen te kunnen vergelijken bereken je de gelijkwaardige verhouding waarin het tweede verhoudingsgetal 1 is.

Voorwerp	cirkelomtrek	diameter	cirkelomtrek : diameter = verhouding
klok	80 cm	25 cm	80 : 25 = (80 : 25) : (25 : 25) = 3,2 : 1 = 3,2
euro	7 cm	23 mm	
beschuit	27,5 cm	9 cm	
fietswiel	1,95 m	6,2 dm	
....			
....			

De verhouding van cirkelomtrek en diameter ligt bij de gemeten voorwerpen tussen 2,90 en 3,30, rond het getal 3,10. Je kunt ook zeggen: de omtrek van een cirkel is ruim drie keer zo groot als de diameter
van de cirkel.

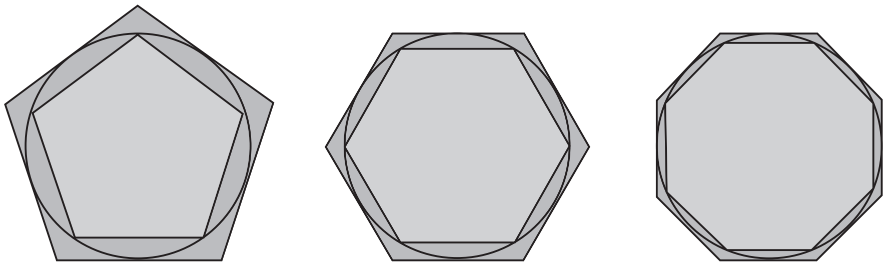
Een stukje geschiedenis
Lang geleden was het bij de makers van wagenwielen en ronde vaten al bekend dat de omtrek van een wiel of van een vat ongeveer drie maal de doorsnede is. In de Bijbel staat in een passage over de tempel van Salomo:

> *Het wasvat voor de tempel was cirkelvormig, tien ellen in diameter, en dertig ellen in omtrek, en vijf ellen hoog (1 Koningen 7 : 23).*

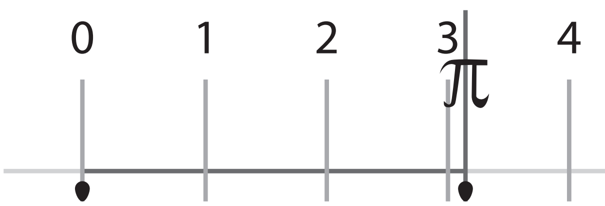
Bron: www.timerime.com

9

De Griek Archimedes (287 tot 212 v. Chr.) bedacht een manier om de verhouding cirkelomtrek : diameter nauwkeurig te berekenen. Hij tekende een veelhoek in de cirkel en een veelhoek om de cirkel en nam het gemiddelde van de omtrekken van de veelhoeken. Zo stelde hij vast dat de verhouding cirkelomtrek : diameter een getal tussen $3\frac{10}{71}$ en $3\frac{1}{7}$ moet zijn. In kommagetallen: een getal tussen 3,1408... en 3,1428... . Het getal $3\frac{1}{7} = \frac{22}{7}$ wordt vaak gebruikt bij omtrek en oppervlakte berekeningen van cirkels.

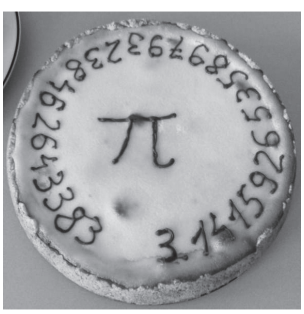


De Engelsman William Jones berekende rond het jaar 1700 dat de cirkelomtrek 3,14159 keer de diameter is. Hij noemde dit getal ‘p’ van perimeter (omtrek in het Engels) en gebruikte bij de notatie de Griekse letter p: π. De gezaghebbende Duitse wiskundige Euler gebruikte de notatie ook en sindsdien is het getal π het verhoudingsgetal van cirkelomtrek en diameter.
Het getal π is een niet meetbaar, irrationaal getal. Dat betekent dat je de grootte van het getal niet precies kunt vaststellen, maar alleen kunt benaderen. Het getal wordt tegenwoordig door wiskundigen berekend op miljoenen decimalen nauwkeurig, maar deze berekeningen hebben geen praktische betekenis. Het getal pi op de getallenlijn:



14 maart, in het Engels 3/14, is wereldwijd ‘π – day’. Op veel scholen wordt er dan aandacht besteed aan de geschiedenis en het gebruik van het getal π. Leerlingen komen in hun π - shirt naar school en eten met elkaar ‘π - taart’.

π = 3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 .....

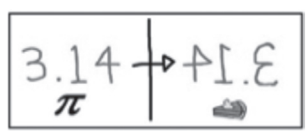


Pi day pie

www.wikipedia.org

Happy pi day

www.shirtcity.be



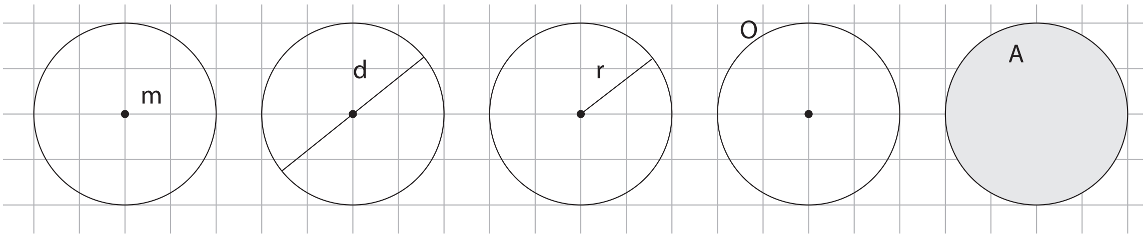
Van pi naar pie

www.wordpress.com

Berekeningen met het getal π
Je kunt het getal π gebruiken bij het berekenen van de omtrek en de oppervlakte van een cirkel of van een ellips, de inhoud en oppervlakte van een bol, de inhoud en oppervlakte van een kegel, enzovoorts. Allemaal berekeningen in figuren die gevormd worden met cirkels of delen van cirkels.

In deze paragraaf maken we omtrek en oppervlakte berekeningen in cirkels om te oefenen in het gebruik van het getal π. In het boek 'Handig met getallen 3' over het domein Meten, Meetkunde en Verbanden staan meer toepassingen van het getal π.

De cirkel:



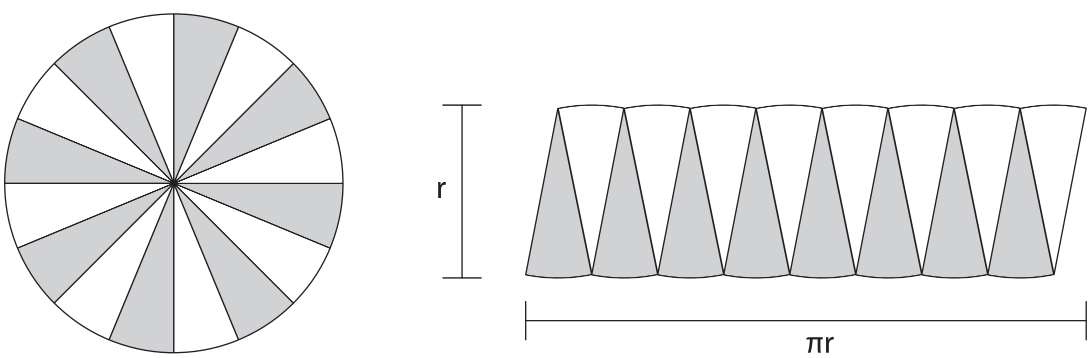
M is het middelpunt	d is de diameter	r is de straal	O is de omtrek	A is de oppervlakte

De omtrek van een cirkel geef je aan met de letter O, de oppervlakte met de letter A (de A van area: oppervlakte), de diameter met de letter d en de straal met de letter r (de r van radius: straal).

Omtrek van de cirkel:
De verhouding tussen de omtrek van een cirkel en de diameter van de cirkel is gelijk aan π.
Dus O : d = π : 1 = π. We kunnen ook zeggen: π x d = O of π x 2 x r = O want: d = 2r, dat wil zeggen: de diameter is twee keer zo lang als de straal. De omtrek van een cirkel kun je dus berekenen met de formules:

O = π x d
O = π x 2 x r = 2 x π x r = 2πr

Oppervlakte van de cirkel:



cirkel verdeeld in sectoren — de sectoren vormen een rechthoek

Om de oppervlakteformule van een cirkel te bepalen verdeel je een cirkel eerst in sectoren en vorm je met deze sectoren bij benadering een 'rechthoek'. Als het aantal sectoren groot is dan zal de rechthoekvorm beter benaderd worden. Cirkel en rechthoek hebben dezelfde oppervlakte.
De oppervlakte van de rechthoek bereken je met de formule:

Oppervlakte rechthoek = lengte rechthoek x breedte rechthoek.

De oppervlakte van de rechthoek is gelijk aan de oppervlakte van de cirkel, de lengte van de rechthoek is gelijk aan de halve omtrek van de cirkel want de gekleurde sectoren vormen samen een halve cirkel en de breedte van de rechthoek is gelijk aan de straal van de cirkel.

Dus:

Oppervlakte cirkel = halve omtrek cirkel x straal cirkel.

In formulevorm:

$A = (\frac{1}{2} \times 2 \times \pi \times r) \times r = \pi \times r \times r = \pi \times r^2 = \pi r^2$

of:

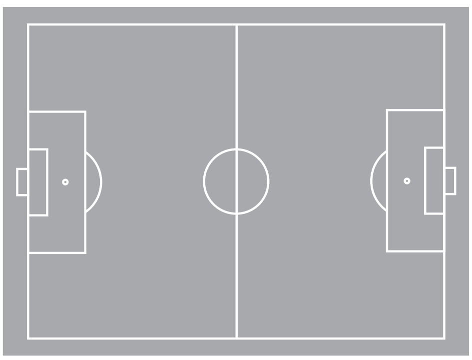
$A = (\frac{1}{2} \times \pi \times d) \times r = \frac{1}{2} \times \pi \times d \times \frac{1}{2} \times d = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \pi \times d \times d = \frac{1}{4} \pi d^2$

Je kent nu de formules voor de omtrek en de formules voor de oppervlakte van een cirkel.

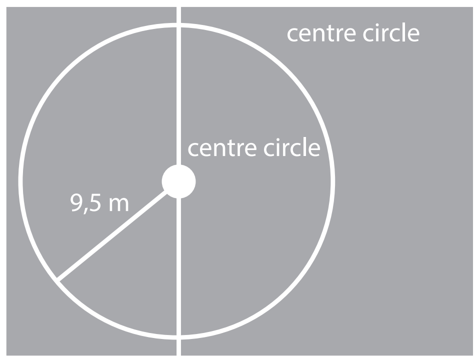
		met $d = 2 \times r$	met $\pi \approx 3{,}14$	met $\pi \approx \frac{22}{7}$
Omtrek cirkel	$O = \pi \times d$	$O = 2 \times \pi \times r$	$O = 2 \times 3{,}14 \times r$	$O = 2 \times \frac{22}{7} \times r$
Oppervlakte cirkel	$A = \frac{1}{4} \times \pi \times d^2$	$A = \pi \times r^2$	$A = 3{,}14 \times r^2$	$A = \frac{22}{7} \times r^2$

De volgende voorbeelden gaan over toepassingen van deze formules.

Voorbeeld 6 Het voetbalveld



Bron: www.bloggen.be



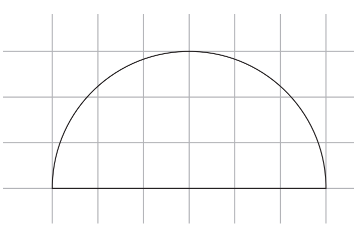
Bron: www.labdarugo.be

De straal van de middencirkel van een voetbalveld is 9,5 meter.

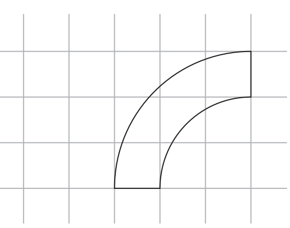
a. Bereken de omtrek van de middencirkel van een voetbalveld precies (dat is niet afgerond) en bij benadering.
De omtrek van de middencirkel is precies:
$O = 2 \times \pi \times r = 2 \times \pi \times 9{,}5 = 2 \times 9{,}5 \times \pi = 19 \times \pi = 19\pi$, dus 19π meter.
De omtrek van de middencirkel is bij benadering:
$O = 2 \times 3{,}14 \times r = 2 \times 3{,}14 \times 9{,}5 = 59{,}66$, dus 59,66 meter.

b. Bereken de oppervlakte van de middencirkel van een voetbalveld precies en bij benadering.
De oppervlakte van de middencirkel is precies:
$A = \pi \times r^2 = \pi \times 9{,}5^2 = \pi \times 9{,}5 \times 9{,}5 = \pi \times 90{,}25 = 90{,}25\ \pi$, dus $90{,}25\ \pi\ m^2$.
De oppervlakte van de middencirkel is bij benadering:
$A = 3{,}14 \times r^2 = 3{,}14 \times 9{,}5 \times 9{,}5 = 283{,}385$, dus $283{,}385\ m^2$.

Voorbeeld 7 Cirkelfantasie



Halve cirkel met straal 3 cm



Kwart ring met straal 2 cm en straal 3 cm

a. Bereken bij benadering de omtrek van een halve cirkel met een straal van 3 cm.
Oplossing:
De omtrek is $\frac{1}{2}$ x 2 x 3,14 x r + 6 = 3,14 x 3 + 6 = 9,42 + 6 = 15,42, dus 15,42 cm.

b. Bereken de precieze oppervlakte van een kwart ring met straal 2 en straal 3.
Oplossing:
Bereken eerst de oppervlakte van beide cirkels en de ring:
Grote cirkel: $A = \pi \times r^2 = \pi \times 3^2 = 9\pi$.
Kleine cirkel: $A = \pi \times r^2 = \pi \times 2^2 = 4\pi$.
Oppervlakte van de ring: $9\pi - 4\pi = 5\pi$.
De oppervlakte van de kwart ring: $5\pi : 4 = 1\frac{1}{4}\pi$.

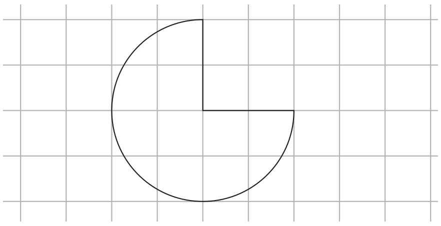
Voorbeeld 7 Een ronde tafel

Bron: www.basiclabel.nl

De oppervlakte van deze salontafel is ruim een halve vierkante meter: 0,5024 m^2.
Bereken de diameter van de tafel.
Oplossing: 0,5024 m^2 = 50,24 dm^2 = 5.024 cm^2
De oppervlakteberekening:
$A = 3{,}14 \times r^2 = 5.024$, dus $\frac{3{,}14 \times r^2}{3{,}14} = \frac{5{,}024}{3{,}14}$,
$r^2 = 1.600$,
$r = \sqrt{1.600} = 40$,
$d = 2 \times r = 2 \times 40 = 80$.
De diameter van de tafel is 80 cm.

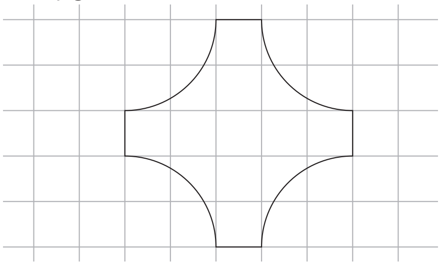
Bij opgaven 1 tot en met 5 zijn figuren getekend die opgebouwd zijn uit vierkanten en cirkeldelen.
Bereken van elk cirkel fantasie figuur de omtrek en de oppervlakte.

► Opgave 1 Bereken de omtrek en oppervlakte



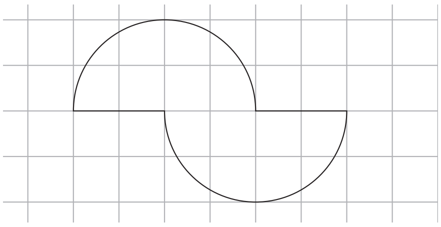
a. Bereken de precieze omtrek van dit figuur.
b. Bereken de precieze oppervlakte van dit figuur.

► Opgave 2 Gebruik π = 3,14



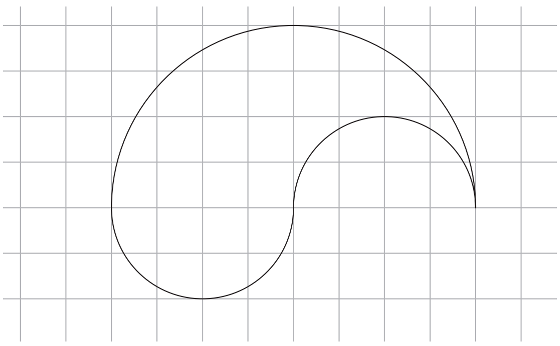
a. Bereken de omtrek van dit figuur bij benadering, gebruik π = 3,14.
b. Bereken de oppervlakte van dit figuur bij benadering, gebruik π = 3,14.

► Opgave 3 Omtrek en oppervlakte



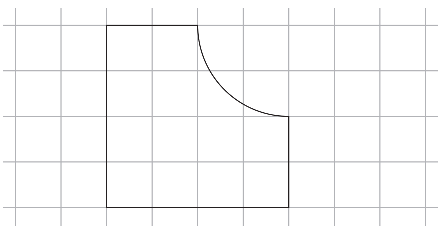
a. Bereken de omtrek van dit figuur bij benadering, gebruik $\pi = \frac{22}{7}$.
b. Bereken de oppervlakte van dit figuur bij benadering, gebruik $\pi = \frac{22}{7}$.

► Opgave 4 Omtrek en oppervlakte



a. Bereken de precieze omtrek van dit figuur.
b. Bereken de precieze oppervlakte van dit figuur.

► Opgave 5 Omtrek en oppervlakte



a. Bereken de omtrek van dit figuur bij benadering, gebruik π = 3,14.
b. Bereken de oppervlakte van dit figuur bij benadering, gebruik π= 3,14.

► Opgave 6 De bank op het Staringplein
De doorsnede van de boombank op het Staringplein in Amsterdam is 4 m. De breedte is 52 cm.
Bereken de oppervlakte van de zitting van de bank.

▶ Opgave 7 Wat kost een rond terras?

De doorsnede van deze cirkelbestrating van sierbeton is 7,5 m. De bestrating kost € 34,- per m^2.
Bereken de prijs van dit terrasje.

▶ Opgave 8 Een wiskundig 'Natuurkunstwerk'

De Belgische kunstenaar Patrick Keulemans maakte dit 'natuur kunstwerk'.

a. Maak een beredeneerde schatting van de straal van de cirkel en bereken de omtrek van de cirkel.
b. Bereken of beredeneer hoeveel appels er in de buitenste ring liggen.
c. Bereken de oppervlakte van de ring.
d. Hoeveel appels passen er op een A4-tje? Wat zijn de afmetingen van een A4-tje? Bereken hoeveel appels er in het kunstwerk gebruikt zijn.

Bron: www.patrickkeulemans.be

▶ Opgave 9 De Japanse vlag

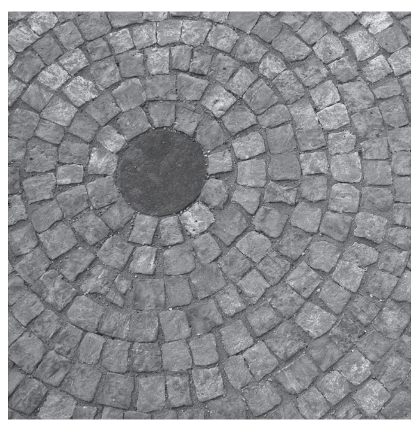
Deze vlag van Japan is 2 m hoog en 3 meter lang. De doorsnede van de rode cirkel 1,2 meter.
Bereken hoeveel procent van de vlag rood is en hoeveel procent van de vlag wit is.

▶ Opgave 10 Cirkels in de tuin

Cirkels

Cirkels geven uw tuin het karakter van vroegere jaren. Er zijn hele leuke creaties mee te maken. Helaas worden er weinig cirkels meer gemaakt.
Maar de Bestratingsgigant heeft de laatste partij opgekocht van een grote leverancier van sierbestrating. Deze cirkels worden voor een zeer scherpe prijs verkocht. Bij de levering wordt een tekening meegegeven waarop aangegeven staat hoe u de cirkel moet leggen.

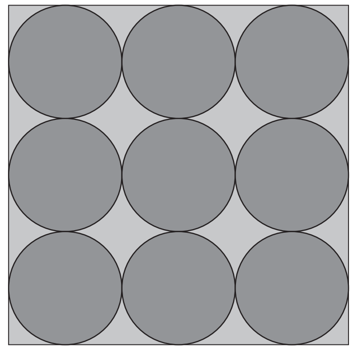
De cirkels hebben een doorsnede van 200 cm.
Als u een cirkel wil van 300 cm doorsnede, dan heeft u 3 cirkels nodig.
Als u een cirkel wil van 400 cm doorsnede, dan heeft u 4 cirkels nodig.



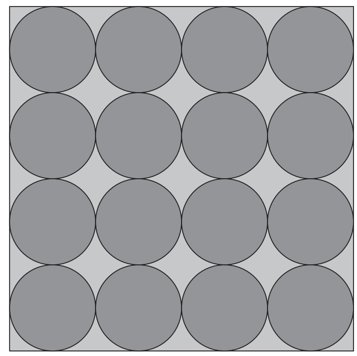
a. Als u een cirkel wil van 300 cm doorsnede, dan heeft u 3 cirkels nodig. Bereken of deze bewering klopt.
b. Ga met een berekening na hoeveel vierkante meter stenen je overhoudt als je met 4 cirkels een cirkel met een doorsnede van 400 cm legt.

▶ Opgave 11 De cirkels in het vierkant

a. In een vierkant van 12 cm x 12 cm worden 9 cirkels getekend, zodat het vierkant 'vol' is.
Bereken hoeveel vierkante centimeter oppervlakte er over blijft in het vierkant.



b. In een vierkant van 12 cm x 12 cm worden 16 cirkels getekend, zodat het vierkant 'vol 'is.
Bereken hoeveel vierkante centimeter oppervlakte er over blijft in het vierkant.



c. Wat valt je op?

▶ Opgave 12 Zonder context

Bereken de ontbrekende getallen in het schema; gebruik de benadering $\pi \approx 3{,}14$.

straal	diameter	omtrek cirkel	oppervlakte cirkel
8			
	8		
		8	
			8

▶ Opgave 13 De ronde vijvers

Janssen heeft een ronde vijver in zijn tuin met een doorsnede van 3 meter met een hekje er om.
Zijn buurman De Vries heeft een ronde vijver in zijn tuin met een doorsnede van 10 meter, ook met een hekje er om. Janssen maakt de straal van zijn vijver 1 meter groter. De Vries doet hetzelfde: hij maakt de straal van zijn vijver ook 1 meter groter.
Samen gaan zij naar het tuincentrum om de nu ontbrekende stukjes hek om hun vijvers te kopen.
Hoeveel meter hek koopt Janssen? Hoeveel meter hek koopt De Vries?