

1.7 Rekenen met breuken met gebruik van GGD en KGV

Deze paragraaf 1.7 hoort bij het rekenboek 'Handig met getallen 2B Hs. de Kempel - Breuken en Kommagetallen'. Op dit materiaal rust auteursrecht.

Deze paragraaf behandelt het rekenen met breuken met behulp van de GGD (de grootste gemeenschappelijke deler) en het KGV (het kleinste gemene veelvoud). Beide begrippen zijn opgenomen in de begrippenlijst 'Kernbegrippen van de Kennisbasis breuken'.

Rekenen met de GGD van teller en noemer

Een breuk met 'grote' getallen in de teller en in de noemer kun je vereenvoudigen door de teller en noemer te delen door hun grootste gemeenschappelijke deler.

Voorbeeld 1 Vereenvoudig $\frac{72}{168}$

De grootste gemeenschappelijke deler van 72 en 168 is 24. Notatie: $GGD(72,168) = 24$.

$$\text{Dus: } \frac{72}{168} = \frac{72 : 24}{168 : 24} = \frac{3}{7}$$

$$\text{Of: } \frac{72}{168} = \frac{24 \times 3}{24 \times 7} = \frac{24}{24} \times \frac{3}{7} = 1 \times \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$$

Je kunt de GGD van twee getallen op twee manieren bepalen:

1. door opsomming van de delers;
2. door beide getallen te ontbinden in factoren.

Voorbeeld 2 De GGD van 72 en 168 bepalen door opsomming van de delers:

Delers van 72	1	2	3	4	6	8	9	12	18	24	36	72				
Delers van 168	1	2	3	4	6	7	8	12	14	21	24	28	42	56	84	168

Je ziet in de tabel: de grootste gemeenschappelijke deler van 72 en 168 is 24.

Je vindt de delers van 72 door alle vermenigvuldigingen met product 72 op te schrijven:

$$72 = 1 \times 72$$

$$2 \times 36$$

$$3 \times 24$$

$$4 \times 18$$

$$6 \times 12$$

$$8 \times 9$$

De factoren van 72 zijn ook de delers van 72.

Voorbeeld 3 De GGD van 72 en 168 bepalen door de getallen te ontbinden in factoren:

$72 =$ 2×36 $2 \times 2 \times 18$ $2 \times 2 \times 2 \times 9$ $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$	$168 =$ 2×84 $2 \times 2 \times 42$ $2 \times 2 \times 2 \times 21$ $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^3 \times 3 \times 7$
Beide getallen hebben de factoren $2 \times 2 \times 2 \times 3$. Bereken de $GGD(72,168)$ door de gemeenschappelijke factoren met elkaar te vermenigvuldigen: $GGD(72,168) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$	

Voorbeeld 4 De GGD van 54 en 225 bepalen door middel van opsomming van de delers:

Delers van 54	1	2	3	6	9	18	27	54			
Delers van 225	1	3	5	9	15	25	45	75	225		

Je ziet in de tabel: de grootste gemeenschappelijke deler van 54 en 225 is 9.

Voorbeeld 5 De GGD van 54 en 225 bepalen door de getallen te ontbinden in factoren:

$54 =$ 2×27 $2 \times 3 \times 9$ $2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^3$	$225 =$ 3×75 $3 \times 3 \times 25$ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2$
Beide getallen hebben de factor 3×3 . Bereken de GGD(54,225) door de gemeenschappelijke factoren met elkaar te vermenigvuldigen: $GGD(54,225) = 3 \times 3 = 9$	

► **Opgave 1** Vereenvoudig de breuken met behulp van de GGD van de teller en de noemer

- $\frac{60}{105} = \dots\dots$
Bereken de GGD(60,105) en deel teller en noemer door de GGD van 60 en 105.
- $\frac{32}{80} = \dots\dots$
- $\frac{90}{108} = \dots\dots$
- $\frac{225}{525} = \dots\dots$
- $\frac{128}{588} = \dots\dots$

Rekenen met het KGV van twee noemers

Als je twee breuken met 'grote' getallen in de noemers wilt optellen of aftrekken kun je het kleinste gemeenschappelijke veelvoud (KGV) van de noemers als 'nieuwe noemer' nemen.

Voorbeeld 6 Bereken $\frac{1}{25} + \frac{1}{45}$
 Het kleinste gemeenschappelijke veelvoud van 25 en 45 is 225. Notatie: $KGV(25,45) = 225$.
 $225 = 9 \times 25$ en $225 = 5 \times 45$.
 Dus: $\frac{1}{25} + \frac{1}{45} = \frac{9 \times 1}{9 \times 25} + \frac{5 \times 1}{5 \times 45} = \frac{9}{225} + \frac{5}{225} = \frac{14}{225}$.

Je kunt het KGV van twee getallen op twee manieren bepalen:

- door opsomming van de veelvouden;
- door beide getallen te ontbinden in factoren .

Voorbeeld 7 Het KGV van 25 en 45 bepalen door opsomming van de veelvouden

Veelvouden van 25	25	50	75	100	125	150	175	200	225	250	
Veelvouden van 45	45	90	135	180	225						

Je ziet in de tabel: het kleinste gemeenschappelijke veelvoud van 25 en 45 is 225.

Voorbeeld 8 Het KGV van 25 en 45 bepalen door de getallen te ontbinden in factoren

$25 =$ $5 \times 5 = 5^2$	$45 =$ 3×15 $3 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$
Een gemeenschappelijke veelvoud van 25 en 45 is een veelvoud van 25 en een veelvoud van 45, daarom moet zo'n veelvoud minstens alle factoren van 25 bevatten en alle factoren van 45 bevatten: - $25 = 5 \times 5$ - $45 = 3 \times 3 \times 5$ Het kleinste gemeenschappelijke veelvoud van 25 en 45 bevat alle factoren die in deze getallen voorkomen: de factoren 5×5 van 25 en 3×3 van 45. De factor 5 van 45 is niet nodig in het KGV want de factor 5 zit al in het getal 25. Bereken de KGV(25,45) door al de voorkomende factoren met elkaar te vermenigvuldigen: $KGV(25,45) = 5 \times 5 \times 3 \times 3 = 25 \times 9 = 225$.	

Voorbeeld 9 Het KGV van 42 en 63 bepalen door de getallen te ontbinden in factoren

$42 =$ 2×21 $2 \times 3 \times 7$	$63 =$ 3×21 $3 \times 3 \times 7 = 3^2 \times 7$
<p>Het kleinste gemeenschappelijke veelvoud van 42 en 63 bevat alle factoren die in deze getallen voorkomen: de factoren $2 \times 3 \times 7$ van 42 en nog een factor 3 uit 63, want 42 heeft maar één factor 3. De factor 7 van 63 is niet nodig in het KGV want we hebben al een factor 7 van 42. Bereken de $\text{KGV}(42,63)$ door al de voorkomende factoren met elkaar te vermenigvuldigen: $\text{KGV}(42,63) = 2 \times 3 \times 7 \times 3 = 126$.</p>	

Voorbeeld 10 Bereken $\frac{1}{27} - \frac{1}{36}$
Bereken eerst het KGV van 27 en 36 om de 'nieuwe noemer' te bepalen.

$27 =$ 3×9 $3 \times 3 \times 3 = 3^3$	$36 =$ 2×18 $2 \times 2 \times 9$ $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$
<p>$\text{KGV}(27,36) = 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 108$ $108 = 4 \times 27$ en $108 = 3 \times 36$ Dus: $\frac{1}{27} - \frac{1}{36} =$ $\frac{4 \times 1}{4 \times 27} - \frac{3 \times 1}{3 \times 36} = \frac{4}{108} - \frac{3}{108} = \frac{1}{108}$</p>	

► **Opgave 2** Bereken de som of het verschil van de breuken
Doe dat door met behulp van het KGV van de noemers de 'nieuwe noemer' te berekenen.

a. $\frac{7}{36} + \frac{7}{45} = \dots\dots$

KGV(36,45) =
$\frac{7}{36} + \frac{7}{45} =$

b. $\frac{5}{28} + \frac{5}{42} = \dots\dots$

KGV(28,42) =
$\frac{5}{28} + \frac{5}{42} =$

c. $\frac{5}{126} + \frac{7}{135} = \dots\dots$

d. $\frac{13}{56} - \frac{11}{84} = \dots\dots$

e. $\frac{11}{252} - \frac{11}{294} = \dots\dots$

► **Opgave 3** Vereenvoudig de breuken
Doe dat door teller en noemer door de GGD van teller en noemer te delen.

a. $\frac{18}{24} = \dots\dots$

GGD(18,24) =
$\frac{18}{24} =$

b. $\frac{22}{48} = \dots\dots$

GGD(32,48) =
$\frac{32}{48} =$

c. $\frac{9}{45} = \dots\dots$

GGD(9,45) =

dus $\frac{9}{45} = \dots\dots$

d. $\frac{24}{60} = \dots\dots$

GGD(24,60) =

dus $\frac{24}{60} = \dots\dots$

e. $\frac{45}{75} = \dots\dots$

GGD(45,75) =

dus $\frac{45}{75} = \dots\dots$

Voorbeeld 11 Bereken $\frac{1}{25} + \frac{1}{35} + \frac{1}{45}$

Bereken eerst het KGV van 25, 35 en 45 om de 'nieuwe noemer' te bepalen:

25 = 5 x 5	35 = 5 x 7	45 = 3 x 15 3 x 3 x 5
KGV(25,35,45) = 5 x 5 x 7 x 3 x 3 = 1.575		
$\frac{1}{25} + \frac{1}{35} + \frac{1}{45} = \frac{63}{1.575} + \frac{45}{1.575} + \frac{35}{1.575} = \frac{143}{1.575}$		

► **Opgave 4** Bereken de som of het verschil van de breuken

Doe dat door eerst met behulp van het KGV van de noemers de 'nieuwe noemer' te berekenen.

a. $\frac{5}{12} + \frac{7}{15} + \frac{11}{18} = \dots\dots$

KGV(12,15,18) =

$\frac{5}{12} + \frac{7}{15} + \frac{11}{18} =$

b. $\frac{11}{20} + \frac{7}{24} + \frac{13}{28} = \dots\dots$

KGV(20,24,28) =

$\frac{11}{20} + \frac{7}{24} + \frac{13}{28} =$

Rekenen met breuken met gebruik van GGD en KGV

c. $\frac{7}{9} - \frac{5}{12} = \dots\dots$

KGV(9,12) =

dus $\frac{7}{9} - \frac{5}{12} = \dots\dots$

d. $\frac{11}{15} - \frac{7}{18} = \dots\dots$

KGV(15,18) =

dus $\frac{11}{15} - \frac{7}{18} = \dots\dots$

e. $\frac{1}{12} + \frac{1}{21} + \frac{1}{30} = \dots\dots$

KGV(12,21,30) =

dus $\frac{1}{12} + \frac{1}{21} + \frac{1}{30} = \dots\dots$