HMG5: uitwerkingen par. 1.15 'Gevarieerde opgaven Verbanden'

▶ **Opgave 1** Verkiezingen

a. Op welke manier kun je deze peiling grafisch weergeven? Licht je antwoord toe.

Grafisch betekent: de gegevens uit de tabel omzetten naar een grafiek.

Je kunt de tabel – zoals in de antwoorden is gedaan (Hoofdstuk 2, antwoorden 1.15) - weergeven met een cirkelgrafiek: het aantal zetels van elke partij is een deel (een sector) van de cirkel. Een cirkelgrafiek noem je ook wel een sectordiagram. Je rekent daarvoor de percentages om naar graden en vervolgens teken je het aantal graden per sector met de gradenboog van je geodriehoek.

Als voorbeeld de 14 zetels van de peiling van D66: D66 heeft 14 van de beschikbare 150 zetels gekregen, dat is dus $\frac{14}{150}$ deel = 0,09333… deel van het aantal uitgebrachte stemmen. Dat getal vermenigvuldig je met 360 (het aantal graden van een cirkel). Zo bereken je de grootte van de sector voor D66 in graden en teken je een hoek van 0,09333.. x 360 = 33,6 is (afgerond) 34 graden.

Je kunt de gegevens uit de tabel ook weergeven met een staafgrafiek. Je tekent staven (kolommen) met verschillende hoogtes (lengtes) in de grafiek. Op de horizontale as (schaal) staan de verschillende partijen en op de verticale as (schaal) staat het aantal zetels. Denk na over de verdeling op de verticale schaal: neem in dit geval als hoogte per gewonnen zetel 2 mm en geef het grootste aantal (VVD) weer met een staaf van 6,8 cm hoog en het kleinste aantal (50+) met een staaf van 2 mm hoog.

Deze staafgrafiek is geen histogram, want de verschillende staven zijn onderling te verwisselen en dat is bij een histogram zeer onwenselijk. De volgorde van de staven staat in een histogram vast omdat je daarmee de volgorde van jaartallen of andere eenheden weergeeft.

Een lijngrafiek kan natuurlijk niet, want wat zou je moeten verbinden? Een lijngrafiek geeft immers vaak een ontwikkeling aan, zoals bij stijgende prijzen, en dat is hier niet het geval.

b. Noteer de getallen van de kolom 'Relatieve verdeling peiling'.

Relatief betekent altijd in relatie tot'' en is altijd een verhouding en vaak een percentage. Dus de 34 zetels van de VVD in relatie tot het totaal aantal zetels van 150 bereken je als: $\frac{34}{150}$ x 100 = 22,6666….., afgerond 22,7%. Doe dat voor de andere partijen op dezelfde manier. Controleer je berekeningen met behulp van de tabel in hoofdstuk 2 (Antwoorden 1.15).

c. Maak voor de peiling van 30 augustus een sectordiagram dat bestaat uit 7 sectoren. Gebruik een sector voor elk van de zes grootste partijen en de zevende sector voor de 'Overige partijen'.

Je tekent zeven sectoren in de cirkelgrafiek (of sectordiagram): een sector (punt) voor elk van de zes grote partijen en een voor de andere partijen samen. Noem die sector dus ook 'Overige partijen'. De grootte van die zevende sector vind je door de resultaten van de overige partijen bij elkaar te tellen of door het totaal van de zes grote partijen van 100% af te trekken. De partijen 'Groen Links' tot en met '50+' hebben samen 16 zetels behaald. De sectorgrootte bepaal je door de hoek van de sector te berekenen: $\frac{16}{150}$ x 360 = 38,4 graden.

d. Controleer met een berekening de +9,7% in de kolom 'Procentuele verandering TK t.o.v. peiling'.

De peiling 2012 geeft als resultaat voor de VVD 34 zetels. Het werkelijke zetelaantal in 2010 was 31, dat is dus 3 meer. Ga je uit van de 31 zetels, dan bereken je: $\frac{3}{31}$ = 0,09677…x 100 is ongeveer 9,7%.

Waarom staat er een '+' voor het percentage? Omdat het aantal zetels in de peiling hoger is dan de situatie 2010. Er is dus sprake van een toename.

Het CDA behaalt in de peiling 8 zetels minder dan de 21 vanaf 2010. Dus $\frac{8}{21}$ x 100 = 38,095.., afgerond 38,1%. Omdat de peiling minder zetels voorspelt dan het aantal vanaf 2010, noteer je dat als -38,1%, een afname. Bereken de andere verschillen en controleer je berekeningen met behulp van de antwoorden in hoofdstuk 2 (Antwoorden 1.15).

e. De uitslag verschilt van de peiling. Voor welke partij is dat verschil absoluut gezien het grootst? Voor welke partij is dat verschil relatief gezien het grootst?

Het woord 'absoluut' betekent dat je het exacte aantal zetels vergelijkt. En een 'verschil' betekent dat je kijkt naar meer zetels, maar ook naar minder. De VVD heeft 7 zetels meer vanaf 2012, maar SP en PvdA hebben beide een verschil van 12; de een minder, de ander meer. Zo'n groot verschil is bij geen enkele andere partij. Het juiste antwoord is dus: SP en PvdA.
Relatief betekent in relatie tot de peiling. Goed kijken en je ziet bij 50+ de peiling op 1 en de uitslag op 2, dus dubbel zo groot oftewel een stijging van 100% en dat is bij geen enkele andere partij zo. Dus het antwoord is: 50+.

▶ **Opgave 2** De voorzitter wordt gekozen

a. Welke gegevens zijn grafisch weergegeven in deze twee cirkeldiagrammen?

De linker diagram toont de manier waarop de leden hebben gestemd: via internet, per telefoon of per post. De rechter diagram laat zien wat de leden hebben gestemd: wel, niet of blanco. Zo zie je dat 64,9% van de leden geen gebruik gemaakt heeft van hun stemrecht.

b. Welk gegeven lijkt overbodig in cirkeldiagram 1?

Het gegeven dat 0% van de leden per post heeft gestemd lijkt overbodig, want de andere twee percentages zijn samen al 100%. Maar, dat kan te maken hebben met de afronding van de getallen, bijvoorbeeld bij een hele grote vereniging. Misschien zijn er toch een paar stemmen per post binnen gekomen, maar is dat aantal op 1 decimaal afgerond toch 0,0%.

c. De 64,9% deelname uit cirkeldiagram 2 komt overeen met de statistische gegevens daaronder. Toon dat aan.

In de statistiektabel staat het opkomstpercentage, dat is het percentage leden dat daadwerkelijk heeft gestemd, namelijk: 35,1% van de leden. Dus 100% – 35,1% = 64,9% van de leden heeft geen gebruik gemaakt van hun stemrecht.

d. Hoe kan er bij Hans Spekman 81,8% staan, terwijl slechts 35,1% van de leden gestemd heeft?

De stemmen van de leden die wel gestemd hebben vormen samen weer 100% (uitgebrachte) stemmen. Van die stemmen is 81,8% uitgebracht op Hans Spekman. De 'niet-stemmers' hebben dus geen enkele invloed op de uitslag.

e. Hoe kun je snel zien dat de staven dezelfde informatie geven als de getallen?

Dat zie je direct aan de lengte van de staven: een heel lange staaf en twee kortere staven die ongeveer even lang zijn, want die percentages zijn ook ongeveer gelijk 9,8% en 8,3%. De staven zijn hier voor de verandering een keer horizontaal getekend.

▶ **Opgave 3** Ziekteverzuim

a. Welke trend laten de beide grafieken zien?

Een trend is een ontwikkeling. Je ziet in de lijngrafiek na een aanvankelijke stijging een daling met aan het eind weer een lichte stijging. De stippelgrafiek laat vrijwel direct een daling zien met aan het eind een vergelijkbare stijging.

b. Wat betekent: ‘december 1999 = 100’?

Dat betekent dat alle gegevens vergeleken worden met de meting van december 1999. Die meting van die datum is op 100(%) gesteld, zodat je de procentuele verandering kunt laten zien in vergelijking met en berekend op basis van die meting. Een voorbeeld: de meting ‘OP = 70’ in het4^{e} kwartaal van betekent dat in het 4^{e} kwartaal van 2005 het ziekteverzuim van het onderwijzend personeel 30% minder was dan in december 1999.

c. Doe een gefundeerde uitspraak over de aantallen zieken. Licht je antwoord toe.

Over aantallen kun je niets concreets zeggen, want de metingen zijn weergegeven in percentages. Je kunt wel zien dat er vanaf het vierde kwartaal van 2003 een grotere procentuele afname is bij het OOP dan bij het OP. De tendens (dalend) is overigens hetzelfde.

d. Het aantal zieken bij het OOP is ongeveer terug op het startniveau. Bij het OP is dat niet. Bereken de gemiddelde jaarlijkse daling bij het OP over de gehele periode.

Bij het OOP kun je zien dat het ziekteverzuim terug is op ongeveer 100, dus 100%. Voor het OP lees je in het vierde kwartaal 2010 een ziekteverzuim van 70% af. Het ziekteverzuim is in 11 jaar tijds dus met 30% gedaald. Dat is 30 : 11 = 2,7% per jaar als gemiddelde jaarlijkse daling. Was dat ook de werkelijke jaarlijkse daling, dan zou in de grafiek een gestaag dalende lijn te zien zijn. 3

▶ **Opgave 4** It’s lonely at the top

Welke conclusie kun je uit dit infogram trekken? Beschrijf dat in steekwoorden.

In dit originele stroomschema zie je twee “startpunten” bovenaan, die beide pas onderaan weer een verbinding hebben. Links: topfunctie, lange werktijden, financieel wisselend, matige werksfeer, afschuwelijk. Rechts: eigen baas, vrijheid in cliënten keuze, in regels bepalen, prettig werken en dat geeft werkplezier. En zo zijn die twee uiteenlopende conclusies weer aan elkaar verbonden.

▶ **Opgave 5** CITO score

a. Hoe hoog is de maximale score?

De maximale score lees je af op de horizontale schaal, namelijk: 550. Ongeveer 220 leerlingen hebben die score behaald. Dat zie je op de verticale schaal.

b. Welke score is het meest behaald?

De score die het meest is behaald is 542. Die staaf is in de grafiek het langst. Ongeveer 425 leerlingen hebben die score van 542 behaald. Dat lees je af op de verticale schaal.

c. Een staaf is veel korter. Hoe komt dat?

Blijkbaar zijn er weinig leerlingen, die een score van 533 hebben gehaald.

d. De getekende lijngrafiek heet een 'normaal kromme' en geeft de verdeling die je 'normaal gesproken' mag verwachten. Waarom is die lijn hier getekend, denk je?

Die getekende lijn illustreert de tendens van de staafgrafiek. In theorie mag je verwachten dat de grafiek bij grotere aantallen steeds meer in de buurt komt van die lijn. Een dergelijk 'normaal' verloop zie je vaak bij grote hoeveelheden metingen. Wijkt het verloop - zoals hier - af aan de rechterkant, dan is daar een reden voor. Die zie je hier aan de rechterkant van de grafiek: de maximale score van 550.

e. Kun je uit de grafiek aflezen dat 9.559 kinderen de toets gemaakt hebben? Licht je antwoord toe.

Ja, dat kan wel, maar het is wel veel werk, want je moet het aantal kinderen bij elk van de staafjes aflezen. Die getallen tel je bij elkaar op en – heb je dat goed gedaan – dan kom je op een totaal van 9.559 kinderen. Dat totaal kan enigszins variëren, want je moet de gegevens aflezen uit een grafiek. Hoe nauwkeuriger je dat doet, hoe dichter je bij het totaal van 9.559 komt.

f. De grafiek is een histogram. Waarom is dat de juiste grafische weergave?

Het is in deze grafiek niet mogelijk om de staafjes onderling van plaats te verwisselen (of zomaar door elkaar te zetten). De volgorde is bepaald door de oplopende score. Bij een histogram ligt de volgorde altijd vast.

▶ **Opgave 6** Een stroomschema

De opdracht is gaat over het 'filteren van even getallen'. Neem daarom als eerste waarde 1 en deel dat door 2. Even getallen zijn namelijk deelbaar door 2. Als de deling als rest '0' heeft, is het getal een even getal. Komt de deling uit, dan moet het getal worden geprint. Vervolgens verhoog je het getal steeds met 1 en herhaal je de procedure. Zie het stroomschema in Hoofdstuk 2, antwoorden 1.15.

▶ **Opgave 7** De quetelet index (BMI)

a. Lees af welk BMI bij 85 kg en 193cm hoort? Controleer je antwoord met een berekening.

- Leg een liniaal langs 193 en 85 en lees de BMI af. Resultaat: ongeveer 22,5.
- Berekening: Gewicht = 85 en lengte = 1,93 m.
  De Body Mass Index (BMI) bereken je door het gewicht te delen door het kwadraat van de lengte in meter. BMI = gewicht : (lengte in meter)^2 = 85 : (1,93)^2 = 85 : 3,7249 = 22,819…. is circa 22,82.

b. Charlotte (1,70m) is te zwaar. Hoeveel kilogram weegt zij minimaal?

- Leg een liniaal langs 1,70 meter en het punt waar "overgewicht" begint, dus bij een BMI van 25. Uit de grafiek lees je af dat ze minstens 72 kg weegt.
- Controleer je bevinding met de formule: BMI = 72 : (1,70)^2 = 24,91…. Neem een gewicht van iets meer dan 72 kg, dus 72,3 kg invullen: BMI = 72,3 : (1,70)^2 = 25,01… Dus afgerond: Charlotte heeft als gewicht minstens 72 kg.

c. Frans is 77 kg en zijn BMI tussen 20 en 25. Hoe lang is hij minimaal? En maximaal?

- Leg je liniaal langs 77 (kg) en 20 (BMI) en lees af wat voor lengte daar bij hoort: 1,96 meter. Doe datzelfde bij 77 (kg) en 25 (BMI). Nu lees je af 1,76 meter. Frans heeft dus een lengte van minimaal 1,76 meter en maximaal 1,96 meter.

- Controleer je conclusie met een berekening: BMI = 77 : $(1{,}76)^2$ = ongeveer 24, 9 en de andere BMI = 77 : $(1{,}96)^2$ = ongeveer 20. De antwoorden kloppen.

▶ **Opgave 8** Wilma's rappport

Wilma heeft al 5 cijfers voor wiskunde gehaald: 5,3 - 7,1 - 4,4 - 5,7 en 6,2. Er is nog één toets voor het eindrapport.

a. Welk cijfer moet Wilma halen om gemiddeld tenminste een 5,5 te staan?

Een gemiddelde van 5,5 bij 6 cijfers betekent dat Wilma opgeteld 6 x 5,5 = 33 punten moet halen. De som van haar eerste vijf cijfers is: 5,3 + 7,1 + 4,4 + 5,7 + 6,2 = 28,7. Om in totaal 33 punten te halen moet Wilma op de zesde toets minstens een 4,3 halen (33 – 28,7 = 4,3).

b. Wilma staat uiteindelijk een 6,1 gemiddeld. Welk cijfer heeft ze voor haar laatste toets gehaald? Afronden op een decimaal.

Zes cijfers met een gemiddelde van 6,1 betekent dat Wilma in totaal 6 x 6,1 = 36,6 punten voor de zes toetsen heeft behaald. Dan heeft ze voor de zesde toets een 7,9 gehaald, want 36,6 – 28,7 = 7,9.

Minimum en maximum cijfer

Maar, is dat de enige mogelijkheid? Het cijfer 6,1 is afgerond op 1 decimaal. Dus moest het minstens 6,05 zijn om als afronding 6,1 te krijgen. Dezelfde berekening: 6 x 6,05 = 36,3. Op basis van die berekening moest Wilma een 7,6 halen, want 36,3 – 28,7 = 7,6.

De hoogste mogelijkheid voor een afgerond cijfer van 6,1 is net geen 6,15. Maak nog eens de berekening (6 x 6,15 = 36,9) en je ziet dat Wilma net geen 8,2 kan halen (36,9 – 28,7 = 8,2). Dan stond ze namelijk gemiddeld een 6,2.

Wilma haalde dus minstens een 7,6 en maximaal een 8,1

c. Bij natuurkunde heeft Wilma als cijfers: 6,7 - 5,1 - 7,6 en 8,4. Op haar eindrapport heeft ze een 7. Welk cijfer heeft ze minimaal op de laatste toets gehaald. Denk aan het afronden!

Het cijfer van Wilma is afgerond op een heel getal. Dat kan alleen bij minimaal een 6,5 en net geen 7,5. De berekening voor de onder- en bovengrens van het cijfer doe je op dezelfde manier als bij opdracht b.

Minimum en maximum cijfer

De som van 5 cijfers met een gemiddelde van 6,5 is: 5 x 6,5 = 32,5. De som van de eerste vier cijfers is: 6,7 + 5,1 + 7,6 + 8,4 = 27,8, dus het vijfde cijfer is minstens een 4,7 (32,5 – 27,8 = 4,7).

Nu de bovengrens: 5 x 7,5 = 37,5. Het vijfde cijfer kan net geen 37,5 – 27,8 = 9,7 zijn. Bij 9,7 zou het gemiddelde 7,5 namelijk afgerond een 8 zijn. Het hoogste cijfer voor een 'afgeronde' 7 is dus een 9,6.

▶ **Opgave 9** Een taxiritje

a. Een duur ritje? Welk bedrag in Euro moet ik betalen? Noteer je berekening.

De km-stand van 364 tot 368,4 betekent dat de rit 4,4km lang was. Naar boven afgerond is dat 5km. Het starttarief is altijd € 5,00. De kosten voor de rit van 5 km zijn dus: € 5,00 + 5 x € 0,80 = € 9,00.

b. Een lange rit? Hoeveel km is deze taxirit? Noteer je berekening.

De taxirit kost € 21,75 euro. Splits de kosten: starttarief € 5,00; eerste 10 km 10 x € 0,80 = € 8,00. Dat is samen € 13,00. De totale kosten voor de rit bedragen: € 21,75. De kosten voor een rit langer dan 10km zijn: € 21,75 – € 13,00 = € 8,75. De km-prijs voor een rit langer dan 10 km is € 0,35 euro. De totale lengte van de rit is dus 10km + 25km = 35km, want € 8,75 : € 0,35 = 25 .

c. Teken op papier met ruitjes van 0,5cm x 0,5cm een grafiek die de relatie tussen de taxiprijs en het aantal kilometers weergeeft.

Een starttarief van € 5,- betekent dat de grafiek op de verticale as begint op 5. Dan volgen er twee lineaire stukken met een “knik” bij 10 (km).

- Een rit van 10 km kost: € 5,- + 10 x € 0,80 = € 5,- + € 8,- = € 13,00. Het eerste stuk van de lijn loopt van (0,5) tot (10,13). Het tweede stuk van de lijn begint in (10,13) en is daarna weer een rechte lijn, want vanaf dat punt stijgt de prijs stijgt per km met € 0,35.
- Bereken ook een ritlengte van 30 km: De eerste 10 km kosten € 13,-, de volgende 20 km kosten 20 x € 0,35 = € 7,00. Het tweede punt ligt bij een ritlengte van 30 km dus bij (30, 20). De tweede lijn begint in (10,13) en gaat door (30,20).

In Hoofdstuk 2 vind je bij de antwoorden van 1.15 een voorbeeldgrafiek.

▶ **Opgave 10** Een onderzoek

a. Hoeveel metingen zijn er in totaal voor het onderzoek verricht?

De frequentie van een getal geeft aan hoe vaak dat waarnemingsgetal voorkomt. Tel de frequenties van alle getallen bij elkaar op en je berekent het totaal aantal metingen: in totaal 88.

b. Bereken het gemiddelde van de getallen. Noteer je berekening.

- Bereken eerst de ‘gemiddelde frequentie x waarnemingsgetal’ voor alle getallen en neem daarvan de som: 2 x 4 + 5 x 5 +…… + 5 x 11 + 1 x 12 = 689.
- Deel dat getal door het totaal aantal waarnemingen (88) en je krijgt het (rekenkundig) gemiddelde: 689 : 88 = 7,829…. Is ongeveer 7,8.

c. Benoem de modus en de mediaan.

De modus is het waarnemingsgetal dat het meest voorkomt, dus de modus is hier 8. De mediaan is het middelste waarnemingsgetal, maar in dit geval is de mediaan het gemiddelde van de middelste twee getallen. Je hebt hier namelijk te maken met een even aantal waarnemingen. Zoek dus de nummers 44 en 45. Het 44^{e} getal is 8 en het 45^{e} ook. De mediaan is dus 8.

d. De frequentie van de waarnemingsgetallen 11 en 12 verandert in respectievelijk 10 en 5. Wat is het effect op het gemiddelde, de modus en de mediaan?

De verandering in frequentie betekent dat er meer hoogste waarnemingen zijn. Daardoor gaat het gemiddelde dus omhoog. Dat kun je zelfs zonder berekening constateren.

- De modus verandert niet, want de meeste waarnemingen zitten nog steeds bij 8.
- De mediaan is even rekenen, want er zijn bij 11 en 12 in totaal 9 waarnemingen bij gekomen (van 5 + 1 = 6 naar 10 + 5 = 15). Er zijn in totaal geen 88, maar 97 waarnemingen. En er is nu wel een middelste; dat is de 49^{e} meting (48 + 1 + 48 = 97). De 49^{e} waarneming is nog steeds 8, dus ook de mediaan blijft gelijk.