

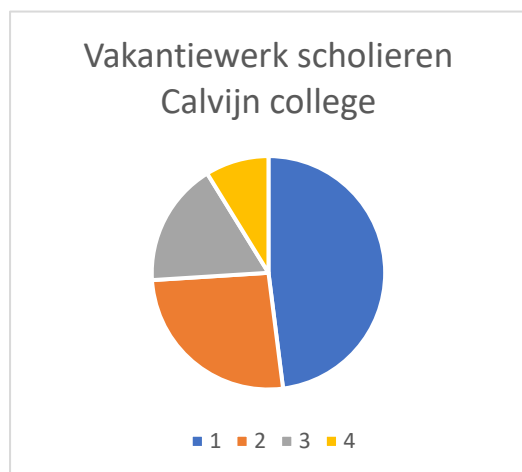
## HMG2a: uitwerkingen par. 2.13 'Gevarieerde opgaven Procenten'

Je vindt hier voor elke opgave telkens één mogelijke uitwerking.  
Bedenk dat er vaak meer en verschillende manieren zijn.

### ► Opgave 1 Het Calvin college

- a. Bereken hoeveel procent van de scholieren als vakantiebaan in de horeca werkt.  
Er zijn in totaal  $120 + 65 + 43 + 22 = 250$  scholieren.  
 $65$  scholieren werken in de horeca, dat is  $65 : 250 \times 100\% = 26\%$  van het totaal.
- b. Verwerk de gegevens van deze enquête in een cirkeldiagram en vul de legenda in.  
Bereken eerst de grootte van de middelpuntshoek van elke sector in het cirkeldiagram in graden.

sector	aantal scholieren	middelpuntshoek
supermarkt	120	$120 : 250 \times 360^\circ \approx 173^\circ$
horeca	65	$65 : 250 \times 360^\circ \approx 94^\circ$
zorg	43	$43 : 250 \times 360^\circ \approx 62^\circ$
overig	22	$22 : 250 \times 360^\circ \approx 32^\circ$
totaal	250	$361^\circ$ [door het afronden $1^\circ$ te veel]



Teken nu met behulp van passer en gradenboog een cirkel met de vier berekende middelpuntshoeken.

Blauw: supermarkt

Oranje: horeca

Grijs: zorg

Geel: overig.

### ► Opgave 2 BTW verhoging

Per 1 januari 2013 is de BTW op diensten in kapperszaken verhoogd van 6% naar 10%. In december 2012 betaalde je €15,90 voor een knipbeurt. Hoe hoog is die prijs per 1 januari 2013?

Gebruik een strookmodel om de verhouding tussen de getallen duidelijk te maken:

31 december

Knipbeurt 100%	6% BTW
----------------	--------

€15,90

1 januari

Knipbeurt 100%	10% BTW
----------------	---------

€..?...

Bereken eerst de prijs van de knipbeurt.

Op 31 december is de prijs van de knipbeurt inclusief 6% BTW €15,90.

Dan is de prijs van de knipbeurt:  $€15,90 : 106 \times 100 = €15$ .

Op 1 januari is de prijs van de knipbeurt inclusief 10% BTW:

$€15 + 10 \times [€15 : 100] = €15 + 10 \times €0,15 = €15 + €1,50 = €16,50$ .

Of:  $1,10 \times €15 = €16,50$ .

### ► Opgave 3 Brood te koop!

- a. Een volkoren brood kost bij Bakker Bert door de week €1,60 en op zaterdag €1. Hoeveel procent korting krijg je op zaterdag op een volkoren brood?

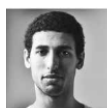
Berekening:

$$[€1,60 - €1] : €1,60 \times 100 =$$

$$60 : 160 \times 100 = 6 : 16 \times 100 = 3 : 8 \times 100 = \frac{3}{8} \times 100 = 3 \times 12,5 = 37,5.$$

De korting is 37,5%.

- b. Vergelijk jouw oplossing met die van Karim, Charlotte, Sylvia en Hans en beantwoord de vragen.



Karim:

'Ik reken eerst 10% van € 1,60 uit en dan 30%, 5% en 2,5%.  
De bedragen tel ik op: € 0,48 + € 0,08 + € 0,04 = € 0,60.'



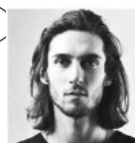
Sylvia:

$$0,60 : 0,016 = 600 : 16 = 37,5.$$



Charlotte:

60 cent is 3 keer 20 cent en € 1,60 is 8 keer 20 cent.  
Dus je krijgt  $\frac{3}{8}$  deel korting en dat is 3 keer 12,5%, is dus 37,5%.



Hans:

$$x = \frac{100 \times 0,60}{1,60} = 37,5\%.$$

- Welke oplossing lijkt het meest op jouw berekening?  
De oplossing van Charlotte.
- Welke oplossing vind je 'handig gekozen'? Waarom?  
Charlotte redeneert vanuit de context. Zij maakt gebruik van het getalinzicht  $160 = 8 \times 20$ ,  $100 = 5 \times 20$  en van feitenkennis:  $\frac{3}{8}$  deel komt overeen met 37,5%.
- Welke oplossing vind je het best bij de vraag passen?

De oplossingen van Sylvia en Hans zijn erg formeel en algemeen toepasbaar, Karim maakt gebruik van de 'mooie getallen' in de context, maar gebruikt wel een 'probeeroplossing'. Charlotte redeneert vanuit de context en gebruikt daarbij haar getalinzicht en rekenfeitenkennis. Daarom vind ik de oplossing van Charlotte het best bij de vraag passen.

- Welke oplossing zou je zelf niet gebruiken? Waarom niet?  
Alle oplossingen zijn bruikbare oplossingen. De oplossing van Karim zou ik niet zo snel gebruiken omdat het een 'probeeroplossing' is en er bij het rekenen met procenten voldoende 'directe oplossingen' voor handen zijn. De oplossing van Hans zou ik bij deze opgave niet zo gauw gebruiken omdat de berekening van  $60 : 1,60 =$  in deze opgave niet nodig is.

► **Opgave 4** Inflatie

De inflatie van 1 maart 2011 tot 1 maart 2012 was in Nederland gemiddeld 2,5%. Voor een product of een dienst waar je op 1 maart 2011 gemiddeld €100,- voor betaalde, betaalde je op 1 maart 2012 gemiddeld €102,50. Hoeveel betaalde je op 1 maart 2011 voor een product of dienst waar je op 1 maart 2012 gemiddeld €100,- voor betaalde?

Zet de getallen in een verhoudingstabel:

	Product X	Product X		
1 maart 2011	€100	?		
1 maart 2012	€102,50	€100		

Bereken de prijs van product X op 1 maart 2011 door kruiselings te vermenigvuldigen:

$$? \times 102,50 = 100 \times 100,$$

$$? = 100 \times 100 : 102,50 = 10.000 : 102,50 = 97,56.$$

Op 1 maart 2011 betaalde je €97,56 voor een product of dienst waar je op 1 maart 2012 gemiddeld €100,- voor betaalde.

► **Opgave 5** Leefstijl van Pabo studenten

- a. Een onderzoek naar de leefstijl van pabo studenten vroeg onder andere naar hun rookgedrag. Van 375 eerstejaars studenten antwoordde 68%: 'nooit'. Hoeveel studenten waren dat?

Berekening:

$$68 \times 375 : 100 = 68 \times 3,75 = 34 \times 7,5 = 17 \times 15 = 150 + 105 = 255.$$

b. Vergelijk jouw oplossing met die van Zuleyha, Luuk, Pieter en Sofie en beantwoord de vragen.



Zuleyha

$$0,68 \times 375 = 255.$$



Luuk

68 procent dat is ongeveer  $\frac{2}{3}$  deel.  
375 gedeeld door 3 is 125, dus 250 studenten.



Pieter

$$68 \times 3,75 = 255.$$



Sofie

Ik neem eerst 10%, dan doe ik :5 en x4. Dan weet ik 8%,  
 $6 \times 10\% = 60\%$ , dus:  $6 \times 37,5 = 225$ ,  $225 + 30 = 255$ .

- Welke oplossing lijkt het meest op jouw berekening?
- Welke oplossing vind je 'handig gekozen'? Waarom?
- Zie je verschil tussen de redeneringen van Zuleyha en Pieter? Wat is dat verschil?
- Welke oplossing(en) zou je zelf niet gebruiken? Waarom niet?

- Welke oplossing lijkt het meest op jouw berekening?

De oplossingen van Zuleyha en Pieter:

Zuleyha maakt de deling  $68 : 100 = 0,68$  en noteert het antwoord direct in de berekening en

Pieter maakt de deling  $375 : 100 = 3,75$  en noteert ook het antwoord direct in de berekening. De

oplossing van Pieter lijkt het meest op mijn berekening.

- Welke oplossing vind je handig gekozen? Waarom?

Sofie maakt gebruik van de grootte van de getallen en rekt met gebruik van getalrelaties.

- Zie je verschil tussen de oplossingen van Zuleyha en Pieter? Wat is dat verschil?

Zuleyha deelt het percentage door 100 en Pieter deelt het aantal waarvan je een percentage berekent door 100. De aanpak van Pieter sluit direct aan bij het begrip procent. De aanpak van Zuleyha is de aanpak van een ervaren rekenaar die sterk formeel rekt.

- Welke oplossingen zou je zelf niet gebruiken? Waarom?

Alle oplossingen verschillen in formeel niveau, maar zijn goed bruikbaar. De oplossing van Luuk is een oplossing met schattend rekenen. In het dagelijks leven kan dat praktisch zijn, in een rekenopgave pas je dat bij voorkeur alleen toe als het in de opgave staat.

► **Opgave 6** Een spaardeposito

Meneer Bos koopt voor €10.000 bij de Frieslandbank een spaardeposito met een looptijd van 5 jaar en 3% rente per jaar. Hoe hoog is de waarde van het spaardeposito van meneer Bos na 5 jaar?

- Mogelijkheid 1:

Na 1 jaar is de waarde van het spaardeposito:

$$1,03 \times €10.000,- = €10.300,-.$$

Na 2 jaar is de waarde van het spaardeposito:

$$1,03 \times €10.300,- = €10.609,-.$$

Na 3 jaar is de waarde van het spaardeposito:

$$1,03 \times €10.609,- = €10.927,27.$$

Na 4 jaar is de waarde van het spaardeposito:

$$1,03 \times €10.927,27 = €11.255,09.$$

Na 5 jaar is de waarde van het spaardeposito:

$$1,03 \times €11.255,09 = €11.592,74.$$

- Mogelijkheid 2:

Na 1 jaar is de waarde van het spaardeposito:

$$€10.000,- + 3 \times €100,- = €10.000,- + €300,- = €10.300,-.$$

Na 2 jaar is de waarde van het spaardeposito:

$$€10.300,- + 3 \times €103,- = €10.300,- + 309,- = €10.609,-.$$

Na 3 jaar is de waarde van het spaardeposito:

$$€10.609,- + 3 \times €106,09 = €10.609 + €318,27 = €10.927,27.$$

Na 4 jaar is de waarde van het spaardeposito:

$$€10.927,27 + 3 \times €109,27 = €10.927,27 + €327,81 = €11.255,08.$$

Na 5 jaar is de waarde van het spaardeposito:

$$€11.255,08 + 3 \times €112,55 = €11.255,08 + €337,65 = €11.592,73.$$

Na 5 jaar is de waarde van het spaardeposito van de heer Bos €11.592,74.

De cent verschil tussen de twee mogelijke oplossingen ontstaat door tussentijds afronden.

► **Opgave 7** Lege flessen

Bij een supermarkt is 40% van de lege flessen van het merk Cola. Voor 60% zijn dat 1,5 liter flessen.

In de helft van die 1,5 liter flessen Cola zat Cola Light.

Hoeveel procent van de lege flessen in deze supermarkt zijn flessen Cola Light van 1,5 liter? Licht je antwoord toe met een tekening of een berekening.

1. Met een strookmodel kun je de betekenis van de getallen duidelijk zichtbaar maken:

10%		10%		10%		10%		10%		10%		10%		10%		10%	
10%		10%		10%		10%											
4%	4%	4%	4%	4%	4%												
4%	4%	4%															

- Op de eerste rij in het grijze gebied: alle ingeleverde lege flessen.
  - Op de tweede rij in het blauwe gebied: alle lege flessen van het merk Cola.
  - Op de derde rij in het groene gebied: alle lege 1,5 liter flessen van het merk Cola.
  - Op de vierde rij in het oranje gebied: alle lege 1,5 liter flessen van het merk Cola Light.
2. Je kunt ook een berekening maken:
- Van elke 100 lege flessen die de supermarkt ontvangt zijn er 40 :  $100 \times 100 = 40$  van het merk Cola.
  - Van elke 40 lege flessen die de supermarkt ontvangt van het merk Cola zijn er 60 :  $100 \times 40 = 24$  1,5 liter flessen.
  - Van elke 24 1,5 liter flessen van het merk Cola zijn er 24 : 2 = 12 flessen van het merk Cola Light. 12 van elke 100, dat is 12 procent.
- In de supermarkt is 12% van de lege flessen een 1,5 liter fles van het merk Cola Light.

► **Opgave 8** Hellingproef

Tijdens mijn fietsvakantie in Oostenrijk stond dit bord langs de kant van de weg:



Gelukkig stond het bord aan het begin van een afdaling! Na het passeren van dit bord verloren we al snel 247 hoogtemeters. Bereken de horizontale verplaatsing tijdens het afleggen van de 247 hoogtemeters.

6

Verticale verplaatsing



Horizontale verplaatsing

Zet de getallen in een verhoudingstabel. Een hellingspercentage van 19% betekent bij elke 100 meter horizontale verplaatsing maak je een stijging/daling van 19 meter.

Met 'hoogtemeters' wordt de verticale verplaatsing bedoeld.

Verticale verplaatsing	19	247	
Horizontale verplaatsing	100	?	

Bereken de verticale verplaatsing met behulp van kruiselings vermenigvuldigen:

$$? \times 19 = 100 \times 247,$$

$$? = 100 \times 247 : 19 = 1.300$$

De horizontale verplaatsing bij 247 hoogtemeters was 1.300 meter.

## Werkeloosheid loopt op tot 6 procent

16 februari 2012 10:27

DEN HAAG - De werkloosheid in Nederland is in januari met 18.000 toegenomen en kwam daarmee uit op 474.000 personen.

Dat komt overeen met 6 procent van de beroepsbevolking. Dat heeft het Centraal Bureau voor de Statistiek (CBS) donderdag bekendgemaakt. De werkloosheid steeg in januari naar een hoger niveau dan in februari 2010. In die maand was er sprake van een piek. In december zat 5,8 procent van de beroepsbevolking zonder werk.

Bron: Nu.nl

- a. Met hoeveel procent is de werkloosheid in januari toegenomen?

*'De werkloosheid in Nederland is in januari met 18.000 toegenomen en kwam daarmee uit op 474.000 personen.'*

De toename is 18.000, dan was de werkloosheid voor de toename

$$474.00 - 18.000 = 456.000 \text{ personen.}$$

In een verhoudingstabel:

	456.000	100%	
toename	18.000	? %	

Bereken de toename door kruiselings te vermenigvuldigen:

$$? \times 456.000 = 100 \times 18.000,$$

$$? = 100 \times 18.000 : 456.000 = 1.800.000 : 456.000 = 1.800 : 456 \approx 3,9.$$

In januari is de werkloosheid met 3,9% toegenomen.

- b. Hoe groot was de beroepsbevolking in februari 2012?

*'De werkloosheid in Nederland is in januari met 18.000 toegenomen en kwam daarmee uit op 474.000 personen.'* Dat komt overeen met 6% van de beroepsbevolking'.

In een verhoudingstabel:

	474.000	6%	
beroepsbevolking	?	100%	

Bereken de omvang van de beroepsbevolking door kruiselings te vermenigvuldigen:

$$? \times 6 = 474.000 \times 100,$$

$$? = 474.000 \times 100 : 6 = 47.400.000 : 6 = 7.900.000.$$

In februari 2012 telde de beroepsbevolking in Nederland 7.900.000 personen.



► **Opgave 10** Korting

Hoeveel procent korting krijg je bij deze aanbiedingen?



a.

Bron: Hema



b.

Bron: Hema



c.

Bron: Kwantum



d.

Bron: Kwantum

- a. '6 halen, 5 betalen'.

Je betaalt  $\frac{1}{6}$  deel van de prijs niet, dat is  $\frac{1}{6} \times 100\% \approx 17\%$  korting.

- b. '3 halen, 2 betalen'.

Je betaalt  $\frac{1}{3}$  deel van de prijs niet, dat is  $\frac{1}{3} \times 100\% \approx 33\%$  korting.

- c. 'Van €125 voor €100'.

Je betaalt  $\frac{1}{5}$  deel van de prijs niet, dat is  $\frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$  korting.

Of: 'Van 125 voor 100' is naar verhouding hetzelfde als 'Van 100 voor 80', dat is 20% korting.

- d. 'Van €20 voor €12,50'.

Je betaalt  $\frac{3}{8}$  deel van de prijs niet, dat is  $\frac{3}{8} \times 100\% = 37,5\%$  korting.

Of: 'Van 20 voor 12,50' is naar verhouding hetzelfde als 'Van 100 voor 62,50', dat is 37,5% korting.

► **Opgave 11**

Deze twee opgaven zijn door eerstejaars Pabo studenten gemaakt tijdens de cursus Gecijferdheid. De oorspronkelijke nummering (opgave 4 en 5) is overgenomen. Hoe reken jij deze opgaven uit? Los ze eerst zelf op en analyseer daarna de uitwerking van de studenten.

- a. Opgave 4 van de cursus:

30 leerlingen komen lopend naar school, 12 leerlingen komen op de fiets en 8 leerlingen komen met de auto naar school. Hoeveel procent van de leerlingen komt op de fiets naar school?

- b. Opgave 5 van de cursus:

Een fles Cola van € 0,75 voor € 0,69.  
Hoeveel procent korting is dat?



- a. Er zijn in totaal  $30 + 12 + 8 = 50$  leerlingen.  
 12 leerlingen komen op de fiets.  
 12 van de 50 is naar verhouding 24 van de 100.  
 24% van de leerlingen komt met de fiets naar school.

b. Zet de getallen in een verhoudingstabel:

Van	€0,75	€75	€25	€100
Voor	€0,69	€69	€23	€92

'Van €0,75 voor €0,69' is naar verhouding hetzelfde als 'Van €100 voor €92', dus 8% korting.

► **Opgave 12** Analyse opgave 4

► **Opgave 12** Analyse opgave 4

Analyseer de uitwerkingen van de studenten aan de hand van de volgende vragen:

- Klopt het antwoord?
- Zitten er rekenfouten in de berekening? Verbeter de fouten.
- Wat vind je van de gekozen rekenaanpak?
- Welke aanpak vind je het meest efficiënt?

- Opgave 4:

30 leerlingen komen lopend naar school, 12 leerlingen komen op de fiets en 8 leerlingen komen met de auto naar school. Hoeveel procent van de leerlingen komt op de fiets naar school?

De oplossingen van opgave 4:

Lotte:

$$\begin{array}{r} 30 \\ 12 \\ 8 \\ \hline 50 = 100\% \\ 0,5 = 1\% \end{array} \quad \begin{array}{l} 0,5 \times 12 = 6 = 24 \\ 24\% \end{array}$$

Nard:

$$\frac{12}{50} \rightarrow \frac{24}{100} \quad 24\% \quad \begin{array}{l} 30L \quad 12F \quad 8A = 50 \text{ totaal} \\ \frac{12}{50} \quad \frac{20}{50} + \frac{4}{50} \end{array}$$

Sara:

$$\begin{array}{r} 30 + 12 + 8 = 50 \text{ tta} \\ \frac{50}{12} \mid \frac{100\%}{?} \quad \begin{array}{l} 100 \times 12 = 1200 \\ 1200 : 50 = 60\% \rightarrow 60\% \end{array} \end{array}$$

Aïsha:

$$\begin{array}{r} \text{positieve} \\ \frac{12}{50} \text{ (antw)} \end{array} \quad \begin{array}{r} :10 \\ 50 \mid 5 \\ \hline 100 \mid 10 \\ :10 \\ :5 \\ \hline 2 \\ \times 10 \\ \hline 24\% \end{array}$$

- De uitwerking van Lotte:  
Lotte berekent correct dat 1% van het totaal overeen komt met 0,5 leerling. Maar dan berekent zij  $0,5 \times 12 = ?$  En verbetert met 24, het correcte antwoord. Waarschijnlijk geen rekenfout. Toen zij zag dat het antwoord 6[?] te klein was ging ze uit het hoofd verder. Zij had nog even moeten noteren  $12 : 0,5 = 24$ . Goede, formele aanpak.
  - De uitwerking van Nard:  
Nard komt tot een goed antwoord. Hij berekent het totaal 50 en rekt dan eerst met het totaal 80 in  $12/80$ ? Waarschijnlijk ook met hoofdrekennen zijn berekening verbeterd. Goede aanpak met gebruik van de getalrelaties.
  - De uitwerking van Sara:  
Sara rekt correct tot aan  $1.200 : 50 = \dots$  Waarschijnlijk berekent zij het antwoord van de deling uit het hoofd. Met een staartdeling had zij meer kans op het correcte antwoord gehad.
  - De uitwerking van Aïsha:  
Aïsha rekt correct in een tabel. Een goede oplossing met een correct antwoord. Bij het vaker toepassen van deze oplossingsaanpak zal zij de berekening in de tabel nog kunnen verkorten.
- De aanpak van Nard is in deze opgave m.i. het meest direct en efficiënt; hij moet natuurlijk wel dat notatiefoutje even verbeteren.

► **Opgave 13** Analyse opgave 5

► **Opgave 13** Analyse opgave 5

Analyseer de uitwerkingen van de studenten aan de hand van de volgende vragen:

Klopt het antwoord?

Zitten er rekenfouten in de berekening? Verbeter de fouten.

Wat vind je van de gekozen rekenaanpak?

Welke aanpak vind je het meest efficiënt?

- Opgave 5:

Een fles Cola van € 0,75 voor € 0,69.

Hoeveel procent korting is dat?

De oplossingen van opgave 5:

Bouchra:

$$\begin{array}{l}
 0,75 = 100\% \\
 0,075 = 10\% \\
 0,0075 = 1\%
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 8\% \text{ korting} \\
 0,0375 \quad 5\% \\
 0,0075 \quad 1\% \\
 \hline
 0,0450 \quad 7\% \\
 0,0075 \quad 1\% \\
 \hline
 0,0525 \quad 8\%
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 0,525 \\
 0,0075 \\
 \hline
 0,5325 \\
 600
 \end{array}$$

Fatine:

$$\begin{array}{l}
 0,75 - 0,69 = 0,06 \\
 100\% = 0,75 \\
 x = 0,06 \\
 x = 100 \times 0,06 = \frac{6}{0,75} = 8\%
 \end{array}$$

- De uitwerking van Bouchra:  
Een correcte oplossing. Toen het antwoord er bijna was werd de notatie van de kommagetallen wat slordiger. Een aanpak geheel vanuit 'het begrip van één procent'.

- De uitwerking van Fatine:

Een correcte oplossing met gebruik van kruiselings vermenigvuldigen, maar de notatie is wiskundig niet juist.  $X = 100 \times 0,06 = 6 : 0,75 = 8$  is een voorbeeld van het zogenaamde 'plakken'.

Rachid:

Handwritten work by Rachid showing a table with numbers 75, 15, 3, 6 in the top row and 100, 20, 4, 8 in the bottom row. To the right, '80% korting' is written and circled.

Fenna:

Handwritten work by Fenna showing calculations:  $\frac{100}{75} = 1,33$ ,  $75:3 = 25 \times 4 = 100$ , and  $75:3 = 25 \times 4 = 92\% = 8\% \text{ korting}$ .

- De uitwerking van Rachid:

Rachid rekent correct en noteert correct in een verhoudingstabel. Hij rekent direct naar de korting 'van de 100'. Een duidelijk begripsmatige aanpak.

- De uitwerking van Fenna:

Fenna rekent correct, maar noteert de berekeningen niet correct. De aanpak is in principe hetzelfde als de aanpak van Rachid.

De aanpak van Rachid vind ik het meest efficiënt. Directe aanpak met goed gebruik van getalrelaties.