

HMG1a: uitwerkingen par. 1.11 'Gevarieerde opgaven Bewerkingen'

Je vindt hier voor elke opgave telkens één mogelijke uitwerking.
Bedenk dat er vaak meer en verschillende manieren zijn.

► **Opgave 1** Getalrelaties

a. Bijvoorbeeld:

36			
optellen	afrekken	vermenigvuldigen	delen
30 + 6	40 – 4	2 x 18	72 : 2
26 + 10	46 – 10	3 x 12	180 : 5
25 + 11	50 – 14	4 x 9	360 : 10
20 + 16	56 – 20	6 x 6	720 : 20
18 + 18	60 – 24	9 x 4	900 : 25
16 + 20	66 – 30	12 x 3	Enzovoort
15 + 21	72 – 36	18 x 2	
11 + 25			
10 + 26	Enzovoort		
Enzovoort			

1

b. Bijvoorbeeld:

48			
Interne getalrelaties		Externe getalrelaties	
optellen	vermenigvuldigen	afrekken	delen
40 + 8	2 x 24	50 - 2	72 : 2
38 + 10	3 x 16	58 – 10	180 : 5
30 + 18	4 x 12	60 – 12	360 : 10
28 + 20	6 x 8	68 – 20	720 : 20
24 + 24	Enzovoort	70 – 22	900 : 25
Enzovoort		78 – 30	Enzovoort
		80 – 32	
		88 – 40	
		90 – 42	
		96 – 48	
		Enzovoort	

► **Opgave 2** Eigenschapsrekenen

a.	$625 + 289 =$ $625 + 300 - 11 =$ $925 - 11 = 914$	Maak van één getal een rond getal. Eigenschap: compenseren
b.	$1.429 + 1.699 + 1.571 =$ $1.429 + 1.571 + 1.699 =$ $3.000 + 1.699 =$ 4.699	Zet getallen die samen een rond getal vormen eerst naast elkaar. Eigenschap: wisselen, schakelen
c.	$744 - 375 =$ $[744 + 25] - [375 + 25] =$ $769 - 400 =$ 369	Maak van één getal een rond getal. Eigenschap: termen veranderen
d.	$5 \times 13 \times 20 =$ $5 \times 20 \times 13 =$ $100 \times 13 =$ 1.300	Zet getallen die samen een rond getal vormen eerst naast elkaar. Eigenschap: wisselen, schakelen
e.	$24 \times 37 =$ $[24 : 3] \times [37 \times 3] =$ $8 \times 111 =$ 888	Maak van één van de getallen een getal kleiner dan 10 of een rond getal. Eigenschap: groter en kleiner
f.	$1.345 : 5 =$ $2.690 : 10 =$ 269	Maak van één van de getallen een getal kleiner dan 10 of een rond getal. Eigenschap: groter of kleiner
g.	$425 : 25 =$ $850 : 50 =$ $1.700 : 100 =$ 17	Maak van één van de getallen een getal kleiner dan 10 of een rond getal. Eigenschap: Groter of kleiner
h.	$23 \times 49 + 37 \times 49 + 39 \times 49 =$ $[23 + 37 + 39] \times 49 =$ $99 \times 49 =$ $100 \times 49 - 1 \times 49 =$ $4.900 - 49 =$ 4.851	Maak eerst een kortere vermenigvuldiging door op te tellen. Reken de vermenigvuldiging uit met behulp van een rond getal. Eigenschap: samen nemen, verdelen
i.	$1.399 : 7 - 643 : 7 =$ $[1.399 - 643] : 7 =$ $756 : 7 =$ $700 : 7 + 56 : 7 =$ $100 + 8 =$ 108	Maak eerst een korte deling door af te trekken. Reken de deling uit met behulp van een rond getal. Eigenschap: samen nemen, verdelen

j.	$3.515 - 1.296 =$ $3.519 - 1.300 =$ 2.219	Maak van één getal een rond getal. Eigenschap: termen veranderen
----	---	---

► **Opgave 3** Rekenen met merkwaardige producten

a.	$82 \times 78 =$ Gebruik: $(A + B) \times (A - B) = A^2 - B^2$ $[80 + 2] \times [80 - 2] =$ $80^2 - 2^2 =$ $6.400 - 4 =$ 6.396
b.	$21 \times 39 =$ Gebruik: $(A + B) \times (A - B) = A^2 - B^2$ $[30 - 9] \times [30 + 9] =$ $30^2 - 9^2 =$ $900 - 81 =$ 819
c.	$55^2 - 35^2 =$ Gebruik: $A^2 - B^2 = (A + B) \times (A - B) =$ $[55 + 35] \times [55 - 35] =$ $90 \times 20 =$ 1.800
d.	$63^2 - 37^2 =$ Gebruik: $A^2 - B^2 = (A + B) \times (A - B) =$ $[63 + 37] \times [63 - 37] =$ $100 \times 26 =$ 2.600
e.	$36^2 =$ Gebruik: $A^2 = (A + B) \times (A - B) + B^2$ Bereken eerst: $36^2 - 4^2 = [36 + 4] \times [36 - 4] = 40 \times 32$ Dan is: $36^2 = [36 + 4] \times [36 - 4] + 4^2 = 40 \times 32 + 16 =$ $1.280 + 16 =$ 1.296

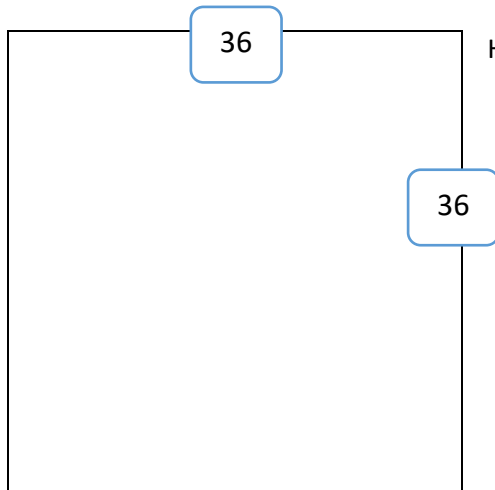
f.	$59^2 =$ Gebruik: $A^2 = (A + B) \times (A - B) + B^2$ Bereken eerst: $59^2 - 1^2 = [59 + 1] \times [59 - 1] = 60 \times 58$ Dan is: $59^2 = [59 + 1] \times [59 - 1] + 1^2 =$ $60 \times 58 + 1 =$ $3.480 + 1 = 3.481$
g.	$44 \times 56 - 34 \times 46 =$ Gebruik: $(A + B) \times (A - B) = A^2 - B^2$ twee keer $[50 - 6] \times [50 + 6] - [40 - 6] \times [40 + 6] =$ $[50^2 - 6^2] - [40^2 - 6^2] =$ $50^2 - 6^2 - 40^2 + 6^2 =$ $50^2 - 40^2 =$ $2.500 - 1.600 =$ 900
h.	$95^2 =$ Gebruik: $A^2 = (A + B) \times (A - B) + B^2$ Bereken eerst: $95^2 - 5^2 = [95 + 5] \times [95 - 5] = 100 \times 90$ Dan is: $95^2 = [95 + 5] \times [95 - 5] + 5^2 = 100 \times 90 + 5^2 =$ $9.000 + 25 =$ 9.025
i.	$111^2 =$ Gebruik $A^2 = (A + B) \times (A - B) + B^2$ Bereken eerst: $111^2 - 11^2 = [111 + 11] \times [111 - 11] = 122 \times 100$ Dan is: $111^2 = [111 + 11] \times [111 - 11] + 11^2 = 122 \times 100 + 11^2 =$ $12.200 + 121 =$ 12.321
j.	$89 \times 111 =$ Gebruik: $(A + B) \times (A - B) = A^2 - B^2$ $[100 - 11] \times [100 + 11] =$ $100^2 - 11^2 =$ $10.000 - 121 =$ 9.879

► **Opgave 4** Merkwaardige producten tekenen

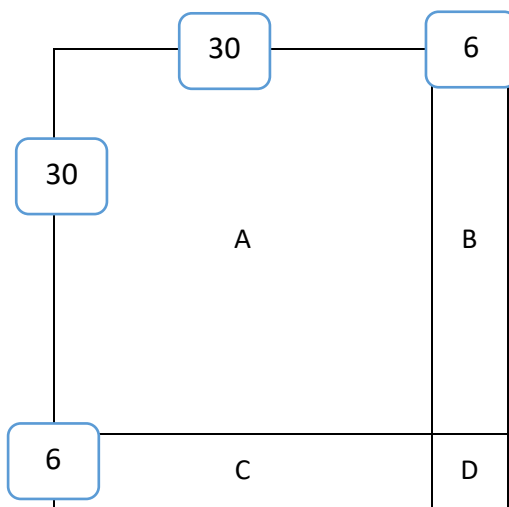
- $36 \times 36 = 30^2 + 2 \times 30 \times 6 + 6^2$

Teken een vierkant met oppervlakte 36×36 .

De zijden zijn gelijk, daarom begin je met een vierkant.



Het vierkant heeft zijden van 36.



Splits het getal 36 in een rond getal en een aantal eenheden:

$36 = 30 + 6$

$36 \times 36 = (30 + 6) \times (30 + 6)$.

5 _____

Verdeel de zijden van het vierkant in twee delen van 30 en van 6.

Zo ontstaan er vier delen van het vierkant: A, B C en D.

Bereken van elk deel de oppervlakte:

A: oppervlakte 30×30

B: oppervlakte 30×6

C: oppervlakte $6 \times 30 = 30 \times 6$

D: oppervlakte 6×6

De oppervlakte van het vierkant is:

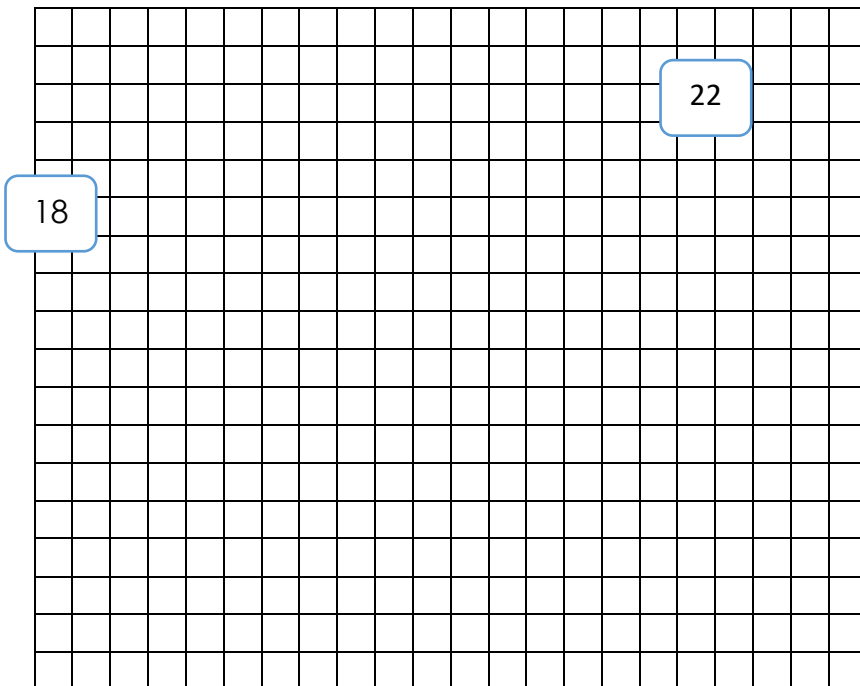
$36 \times 36 = (30 + 6) \times (30 + 6) =$

$30 \times 30 + 2 \times 30 \times 6 + 6 \times 6 = 30^2 + 2 \times 30 \times 6 + 6^2$.

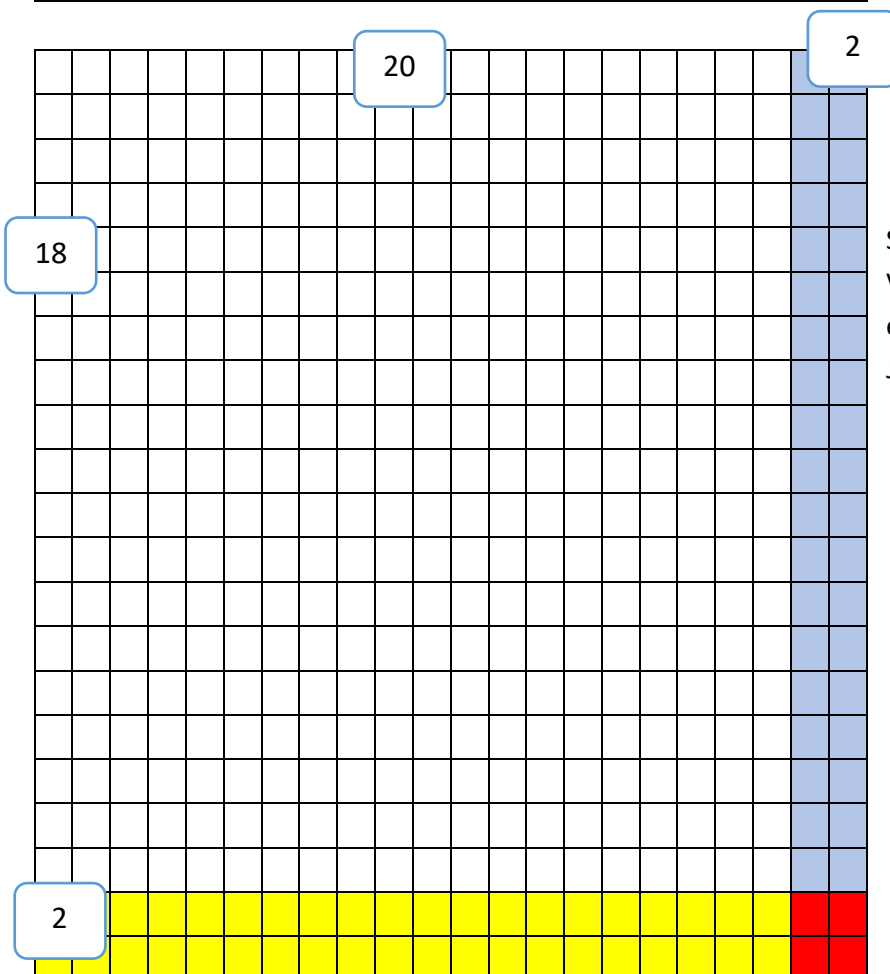
- $18 \times 22 = (20 + 2) \times (20 - 2)$

Teken vervolgens een rechthoek met oppervlakte 18×22 .

Twee verschillende lengtes voor lengte en breedte, daarom begin je met een rechthoek.



De rechthoek heeft zijden van 18 en 22.



Splits de lengte in $20 + 2$.
Voeg aan de breedte van 18 een strook van 2 toe.

Je ziet nu:

$$\begin{aligned}
 18 \times 22 &= \\
 (20 - 2) \times (20 + 2) &= \\
 20 \times 20 + 20 \times 2 &= \\
 - 20 \times 2 - 2 \times 2 &= \\
 20 \times 20 - 2 \times 2 &= \\
 20^2 - 2^2 &.
 \end{aligned}$$

Met grijstinten: [wit + blauw] = [wit + geel] + [bauw en rood] – geel – rood,

$$18 \times 22 = 20 \times 20 + 20 \times 2 - 20 \times 2 - 2 \times 2$$

$$= 20^2 - 2^2$$

► **Opgave 5** Functies van getallen in een berekening

a.	Deler, het getal waar je door deelt.	7	h.	Aftrekker, het getal dat je aftrekt.	34
b.	Vermenigvuldiger, het getal waar je mee vermenigvuldigt.	31	i.	Opteller, het getal dat je optelt.	27
c.	Aftrektal, het getal waar je een getal van aftrekt.	185	j.	Deeltal, het getal dat je deelt.	749
d.	Opteltal, het getal waar je een getal bij optelt.	75	k.	Vermenigvuldigtal, het getal dat wordt vermenigvuldigd.	31
e.	Som, de uitkomst van een optelling.	102	l.	Verschil, de uitkomst van een aftrekking.	151
f.	Product, de uitkomst van een vermenigvuldiging.	899	m.	Quotiënt, de uitkomst van een deling.	107
g.	Factoren, de getallen in een vermenigvuldiging.	29 31	n.	Termen, de getallen in een optelling of aftrekking.	75 27 185 34

7

► **Opgave 6** Zoek de som

- a. Maak met de cijfers 1, 2, 3, 5, 6 en 7 twee getallen van drie cijfers met een zo klein mogelijke som. Je moet de getallen optellen, want er is sprake van ‘een zo klein mogelijke som’.

	A	B	C	
	D	E	F	+
	som			

Omdat de uitkomst zo klein mogelijk moet zijn, zet je op de plaats van de honderdtallen de kleinste cijfers: 1 en 2, op de plaats van de tientallen de kleinste van de overblijvende cijfers: 3 en 5 en op de plaats van de eenheden dus 6 en 7.

Bijvoorbeeld:

	1	3	6	
	2	5	7	+
	3	9	3	

Er zijn verschillende oplossingen: 136 en 257, 156 en 237, 137 en 256, 157 en 236.

- b. Maak met de cijfers 1, 2, 3, 5, 6 en 7 twee getallen van drie cijfers met een zo klein mogelijk verschil.

	A	B	C	
	D	E	F	-
	verschil			

Omdat de uitkomst zo klein mogelijk moet zijn, zet je op de plaats van de honderdtallen twee cijfers met een zo klein mogelijk verschil, een verschil van één.

	7			
	6			-

of:

	2			
	1			-

Op de plaats van de tientallen zet je van de overblijvende cijfers de cijfers met het kleinste verschil.

	7	2		
	6	1		-

of:

	2	7		
	1	6		-

Vervolgens de twee laatst overblijvende cijfers.

	7	2	5	
	6	1	3	-
	1	1	2	

of:

	2	7	5	
	1	6	3	-
	1	1	2	

Maar 112 is blijkbaar nog niet het kleinst mogelijke verschil...

De honderdtallen 700 en 600 staan vast, dus dan moet je er met de overige cijfers 1, 2, 3 en 5 voor zorgen dat de getallen zo dicht mogelijk bij de 700 liggen, dan is het verschil zo klein mogelijk.

700 en 600,

710 en 650,

712 en 653

Het verschil is $712 - 653 = 59$.

De honderdtallen 200 en 100 staan vast, dus dan moet je er met de overige cijfers 3, 5, 6 en 7 voor zorgen dat de getallen zo dicht mogelijk bij de 200 liggen, dan is het verschil zo klein mogelijk.

200 en 100,

230 en 170,

235 en 176.

Het verschil is $235 - 176 = 59$.

	7	1	2	
	6	5	3	-
		5	9	

of:

	2	3	5	
	1	7	6	-
		5	9	

► **Opgave 7** Fietsen

a. Hoeveel kilometer fietst een fietsende Nederlander gemiddeld per jaar? Rond je antwoord af op 100 kilometer.

- Berekening:

13 miljoen Nederlanders fietsen 16 miljard kilometer, dat is gemiddeld:

16 miljard kilometer : 13 miljoen personen = 16.000.000.000 km : 13.000.000 personen =

16.000 km : 13 personen = 1.230 km per persoon; 1.230 km afgerond op 100 km is 1.200 km.

Een fietsende Nederlander fietst gemiddeld 1.200 km per jaar.

- Staartdeling:

	1	3	/	1	6	0	0	0	\	1	2	3	0,	
				1	3									
					3	0								
					2	6								
						4	0							
						3	9							
							1	0						
								0						
							1	0	0					
Je kunt nu stoppen met de deling omdat je gaat afronden op 100 km.														

10

b. Hoeveel fietsritjes maakt een fietsende Nederlander gemiddeld per jaar? Rond je antwoord af op een tiental.

- Berekening:

Een fietsende Nederlander fietst gemiddeld 1.230 kilometer per jaar.

1.230 kilometer, dat zijn 1.230 km : 3 km = 410 ritjes van 3 km elk per jaar.

410 is een tiental, dus hoeft je niet meer af te ronden.

c. Hoeveel kilometer legt een fiets in Nederland per jaar gemiddeld af? Rond je antwoord af op 100 kilometer.

- Berekening:

18 miljoen fietsen rijden per jaar samen 16 miljard kilometer.

Dat is 16 miljard kilometer : 18 miljoen fietsen = 16.000.000.000 km : 18.000.000 fietsen =

16.000 km : 18 fietsen = 888 km per fiets. 888 km afgerond op 100 km is 900 km.

Een fiets in Nederland legt per jaar gemiddeld 900 kilometer af.

- Staartdeling:

	1	8	/	1	6	0	0	0	\	8	8	8,		
				1	4	4								
					1	6	0							
					1	4	4							
						1	6	0						
						1	4	4						
							1	6						
Je kunt nu stoppen met de deling omdat je gaat afronden op 100 km.														

d. Hoe hoog is de gemiddelde aanschafprijs van een nieuwe fiets? Rond je antwoord af op 10 euro.

- Berekening:

Elk jaar worden er in Nederland 1.300.000 nieuwe fietsen gekocht voor een totaal bedrag van ongeveer 1 miljard euro.

De gemiddelde aanschafprijs van een nieuwe fiets is 1 miljard euro : 1.300.000 fietsen = € 1.000.000.000,- : 1.300.000 fietsen = € 769,- per fiets; € 769,- afgerond op een tiental is € 770,-.

De gemiddelde aanschafprijs van een nieuwe fiets is volgens dit artikel € 770,-.

- Staartdeling:

	1	3	/	1	0	0	0	0	\	7	6	9,		
					9	1								
						9	0							
						7	8							
						1	2	0						
						1	1	7						
								3						
Je kunt nu stoppen met de deling omdat je gaat afronden op een tiental.														

e. In deze opgave heb je vier delingen gemaakt. Ga bij elke deling na of het een verdelingsdeling of een verhoudingsdeling is.

Of er sprake is van een verhoudingsdeling of een verdelingsdeling wordt bepaald door de context. Bij een verhoudingsdeling is er sprake van een deling met dezelfde grootheden.

Bijvoorbeeld $100 \text{ km} : 4 \text{ km} = 25$. Bij een verdelingsdeling is er sprake van een deling met verschillende grootheden. Bijvoorbeeld $100 \text{ km} : 4 \text{ uur} = 25 \text{ km per uur}$.

- De deling in 7a: 16 miljard kilometer : 13 miljoen personen = 1.200 km per persoon is een deling met verschillende grootheden, een verdelingsdeling.
- De deling in 7b: 1.230 km : 3 km = 410 ritjes van 3 km is een deling met dezelfde grootheden, een verhoudingsdeling.
- De deling in 7c: 16.000 km : 18 fietsen = 900 km per fiets is een deling met verschillende grootheden, een verdelingsdeling.
- De deling in 7d: € 10.000,- : 13 fietsen = € 770,- per fiets is een deling met verschillende grootheden, een verdelingsdeling.

► **Opgave 8** Cijferen met grote getallen

													11	9	9					
					1	1						5	4	10	10	13				
		4	2	3.	0	5	6					6	2	<u>0.</u>	0	3	6			
		7	6	5.	0	9	8	+				2	8	5.	6	4	4	-		
	1.	1	8	8.	1	5	4					3	3	4.	3	9	2			
					1	1														
					2	4														
					6	4														
					7	8	5													
					2	3	8	x												
				6	2	8	0													
			2	3	5	5	0													
		1	5	7	0	0	0	+												
		1	8	6.	8	3	0													

12

Vervolg Opgave 8

		6	4	8	/	3	0	8.	2	7	5	\	4	7	5			
						2	5	9	2									
							4	9	0	7			308.275 : 648 = 475 rest 475					
							4	5	3	6								
								3	7	1	5							
								3	2	4	0							
									4	7	5							

► **Opgave 9** Een gemiddelde koffiedrinker?

- a. Bereken door schattend te rekenen hoeveel liter koffie je per jaar drinkt.

Deze uitwerking kan natuurlijk per persoon verschillen!

- Ik drink meestal drie koppen koffie per dag: één kopje 's morgens, 's middags en 's avonds. Een enkele keer een vierde kop koffie. Dat zijn 7×3 kopjes = 21 kopjes per week, afgerond 20 kopjes.
- Er zijn 52 weken per jaar, om gemakkelijk te rekenen 50 weken per jaar, dus: 20 kopjes per week maakt 50×20 kopjes = 1.000 kopjes per jaar.
- Ik heb nu al twee keer naar beneden afgerond en geen rekening gehouden met het enkele vierde kopje, daarom rond ik het totaal af naar 1.100 kopjes per jaar.

De inhoud van een koffie kopje is gemiddeld 125 ml, dat maakt 8 kopjes in één liter [$8 \times 125 \text{ ml} = 1.000 \text{ ml} = 1 \text{ liter}$]. Hoeveel liter koffie in 1.100 kopjes?

- Elke 8 kopjes zijn samen één liter, dus deel ik 1.100 door 8 en rond ik vervolgens af op een rond getal, want ik reken schattend.
- Zo gereedeneerd drink ik $1100 : 8 = 1000 : 8 + 100 : 8 = 125 + 12,5 \approx 135$ liter koffie per jaar. Blijkbaar ben ik een matige koffiedrinker.

- b. De aspecten van schattend rekenen in 'mijn' uitwerking.

1. Het beschikken van voldoende referentiegegevens of het doen van aannames.

In de redenering gebruik ik het gegeven dat de inhoud van een gemiddeld koffiekopje 125 ml is; een referentiegegeven dat ik tot mijn beschikking heb. Andere referentiegegevens in mijn redenering: een week heeft zeven dagen, een jaar heeft 52 weken. In mijn redenering neem ik aan dat ik elke dag drie kopjes koffie drink en een enkele dag een vierde kopje.

2. Het mooi rond maken van de getallen.

Om gemakkelijker te kunnen rekenen met tientallen rond ik '21 kopjes per week' af op '20 kopjes per week' en '52 weken per jaar' op '50 weken per jaar'.

Om 1.100 te delen door 8 splits ik 1.100 in twee ronde getallen zodat ik de bekende 'hoofdreken sommen' $1.000 : 8$ en $100 : 8$ kan gebruiken.

3. Rekenen zonder te cijferen.

In berekeningen die ik niet direct uit het hoofd kan maken, zoals 52×21 , heb ik de getallen afgerond zodat ik alle berekeningen zonder te cijferen kan maken. Bij $1.100 : 8 =$ splits ik de opgave op [$1.000 : 8$ en $100 : 8$] zodat ik bekende opgaven gebruik en niet hoeft te cijferen.

4. Kennis van maten.

De maatkennis die ik gebruik: één week telt zeven dagen, een jaar telt 52 weken, één liter is 1.000 milliliter.

5. Het rekenen met verhoudingen.

Ik ga er in de berekening van uit dat ik in verhouding elke dag en elke week evenveel koffie drink: 3 kopjes per dag is 7×3 kopjes in één week en 20 kopjes per week is 50×20 kopjes per jaar.

► **Opgave 10** Het rekenwerk van Michael en Suzan uit groep 8

Waar maken de leerlingen fouten in deze berekeningen?

Het lijkt erop dat Michael in eerste instantie heeft gerekend met $8 \times 52 = 406$ en later zijn vergissing hersteld heeft door de 0 te vervangen door een 1.

Bij het optellen heeft hij zich toen vergist door $6 + 1 = 7$ te rekenen in plaats van $6 + 0 = 6$ en $1 + 4 = 5$.

Een aandachtsfout?

Michael voert de procedure van cijferend vermenigvuldigen correct uit, maar door een fout bij het cijferend optellen krijgt hij een verkeerd antwoord.

In deze berekening gaat Michael de mist in bij $1.447 - 1.200 = 447$. Hij rekt correct $7 - 0 = 7$, $4 - 0 = 4$, maar gaat zo verder en rekt nog een keer $4 - 0$ in plaats van $4 - 2$. Bij $207 - 180$ vergeet Michael dat hij geleend heeft bij de 2 van 200. Hij krijgt daardoor de uitkomst 127 in plaats van 27.

Michael voert de staartdeling correct uit, maar door de twee fouten bij het cijferend aftrekken krijgt hij een verkeerd antwoord.

$$\begin{array}{r}
 728 : 27 = 27 \text{ r } 74 \\
 \hline
 27 \overline{) 728} \\
 \underline{70} \\
 540 \\
 \underline{540} \\
 130 \\
 \underline{130} \\
 31 \\
 \underline{27} \\
 4
 \end{array}$$

Suzan vergist zich bij $5 \times 27 = 130$ in plaats van $5 \times 27 = 135$. Misschien een tafelfout $5 \times 7 = 30$ bij het hoofdrekenen?

Hoewel de staartdeling er misschien wat 'onhandig' uitziet voor een leerling van groep 8, voert zij de procedure van de staartdeling helemaal correct uit!